R

Math. f. 616

Matheſis applicata 406.

Gründlicher Unterricht

zur

praktischen Rechenkunst

für

angehende Kaufleute.

R

Königliche
Landesbibliothek
Dresden

Leipzig
im Schwickertschen Verlage 1790.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Der Verfasser suchte, bey Verfertigung folgenden arithmetischen Entwurfs der vier Rechnungsarten, einen Mittelweg zu treffen, der von der bloß mechanischem und der durchaus scientifischem Methode gleich weit entfernt wäre. Er ist also die Beweise nicht schuldig geblieben, sondern er hat sie entweder mit Vorbedacht weglassen, oder doch nur einleiten wollen. Der Vortrag durfte ebenfalls weder subtil und trocken, noch weitschichtig und wässerig seyn.

Eben so wenig konnte es ihm einfallen, mit unnöthigen Beyspielen nur die Bogenzahl vermehren zu wollen. Kurz, er schrieb für Anfänger, die nicht Lust haben immer Anfänger zu bleiben. Glückt es ihm diese auf ihrer Bahn um einige Schritte, auf eine bequemere Art, weiter zu bringen: so hat er seine Absicht völlig erreicht.

Erster Abschnitt.

Von der Arithmetik überhaupt, von dem Ursprunge und Numeration der Zahlen.

§. 1.

Die Arithmetik oder Rechenkunst ist eine Wissenschaft, welche lehret,

1) was eine Zahl ist;

2) wie sie entstehet;

3) wie man durch Hülfe bekannter Zahlen unbekannte finden kann.

§. 2.

Eine Zahl ist mehr wie 1. Sie entstehet durch die Zusammenzählung vieler Einheiten einer Art. Nach der Vielheit der in einer Zahl vorhandenen Einheiten bekommt die Zahl den Namen Zwey, Drey, u. s. w.

§. 3.

Zählen heißet untersuchen, wie viel Einheiten einer Art in einer Zahl vorhanden. Man zählet allemal von Eins bis Zehen. So oft man eine Zehen bekommt, so oft nimmt man diese Zehne wieder als Eins an. Durch diese Art von Zählen, welche man das Decadische Gesetz, oder das Gesetz der Zehner nennet, entstehen Klassen von Zahlen. Dieser Klassen sind folgende sechse, als die Klasse der Einer, Zehner, Hunderte, Tausende, Zehntausende, Hunderttausende.

Eine jede dieser Klassen enthält,

1) allemal nur neun Einheiten in sich.

2) Diese sechs Klassen zusammen genommen, werden eine Ordnung genennet.

3) So oft man durch das Zählen sechs Klassen bekommt, so oft entstehet eine neue Ordnung, wovon

eine jede einen besondern Namen hat. So ist z. E. der Name der

Ersten Ordnung: Hundert Tausend; sie enthält auch eben so viel Einheiten in sich.

Zweyten Ordnung: Million, und in dieser sind hunderttausend Einheiten von Millionen vorhanden.

Dritten Ordnung: Billion, diese besteht aus hunderttausend Einheiten von Billionen.

Vierten Ordnung: Trillion.

Fünften Ordnung: Quadrillion.

Sechsten Ordnung: Quintillion u. s. w.

§. 4.

Man kann die gezählten Einheiten auch durch Zeichen anzeigen. Diese Zeichen werden Zahlzeichen oder schlechthin Zahlen genennet. Weil aber in jeder Klasse nur bis Neune gezählet wird, so sind auch nur neun Zahlzeichen erwählet, wovon eine jede so viel Einheiten anzeiget, als in ihr vorhanden, und nach diesen wird sie auch benennet. Diese Zeichen sind,

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

und werden ausgesprochen: Eins, Zwey, Drey, Vier, Fünf, Sechs, Sieben, Acht, Neune.

Alle diese Zahlzeichen stellen nicht nur die Einheiten der ersten Klasse, sondern aller nur möglichen Klassen vor, damit man aber sogleich wisse, zu welcher Klasse sie gehören, so ist folgendes Zeichen 0, welches Null ausgesprochen wird, erwählet, das allemal hinter eine 1 oder Zahl gesetzet wird, und es werden sodann so viel Nullen dahinter gesetzet, als die verlangte Klasse den Namen hat. Soll also z. E. 2 die Klasse der Zehner vorstellen, so setzet man 20; soll aber diese 2 die Klasse der Hunderte vorstellen, so setzet man

200; und erfordert also tausend, drey Nullen; zehntausend, vier Nullen u. s. w.

Das Zeichen o hat für sich gar keinen Werth; hinter eine Zahl aber gesetzet, vergrößert sie selbige zehnmal; so viele Nullen also hinter einer Zahl stehen, so oft wird die Zahl zehnmal vergrößert; es ist also 10 = Zehn; 30 = dreymal Zehn oder Dreyßig; 3000 = tausendmal Drey oder Dreytausend.

Alle Zahlen, welche aus einerley Einheiten bestehen, sind gleich groß; man nennet daher solche, in der Einheit gleiche Zahlen, und diese Gleichheit zeiget man durch das Zeichen =, welches aequal ausgesprochen wird, an; es ist also 3 = 3; 4 = 4; 100 = 100.

Alle Zahlen, sie mögen in der Einheit noch so verschieden seyn, wenn sie nur in eine Klasse gehören, sind Zahlen von einer Art, also sind 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 Zahlen von einer Art, und 10, 20, 30, 40 u. s. w. sind ebenfalls Zahlen von einer Art; denn erstere gehören in die Klasse der Einer, letztere in die Klasse der Zehner.

§. 5.

Man zählet nicht nur Größen die da sind, sondern man zählet oft auch Einheiten, ohne den Namen der Größen, die man gezählet, zu wissen oder zu bestimmen. Erstere nennet man daher benamte, letztere ohnbenamte Zahlen; so sind z. E. 3 Thaler, 4 Pfund, benamte Zahlen; hingegen 9, 10, ohnbenamte Zahlen.

Alle benamte Zahlen, deren Benennung einander gleich, werden gleichnamigte Zahlen genennet.

§. 6.

Sowohl ohnbenamte als benamte Zahlen gehörig

aussprechen und schreiben, wird Numeriren oder Numeration genennet.

§. 7.

Bey der Aussprache gegebener Zahlen beobachtet man folgendes:

1) Man theilet die gegebenen Zahlen, von der rechten gegen die linke Hand gerechnet, auf folgende Art in Ordnungen ein, daß man unter jede Klasse der Tausende einen Punct, hinter die letzte Klasse jeder Ordnung, also hinter die Klasse der Hunderttausender, ein Comma setzet.

2) Bezeichnet man jede Einheit oder die erste Klasse jeder folgenden Ordnung mit dem Anfangsbuchstaben des ihr eigenen Namen, also Million mit m, Billion mit b u. s. w.

3) Spricht man diese eingetheilte Zahlen von der linken gegen die rechte Hand solchergestalt aus, daß man allemal 3 Zahlen zu der Aussprache nimmt; es wäre denn, daß vorne die erste Zahl ein Zehner, oder eine Einheit der Tausende oder einer Ordnung wäre: im ersten Falle spricht man sodann zuerst nur 2, im letztern nur eine Zahl aus. Von allen übrigen folgenden Zahlen aber nimmt man allemal drey zur Aussprache.

Z. E. Es wäre die gegebene Zahl 2100320823 4, so ist deren Eintheilung 2 1 0 0 3, 2 0 8 2 3 4, und deren
m
Aussprache 21 Tausend und drey Millionen, zweymalhundert und acht Tausend, zweyhundert und vier und dreyßig.

§. 8.

Bey der Schreibung jeder gegebenen Zahl bedienet man sich folgenden Vortheils:

1) Man schreibt den Werth der gegebenen Zahlen mit Buchstaben, wie bey der Aussprache gezeiget worden.

2) Fängt man die Schreibung dieser Zahlen von der rechten gegen die linke Hand, also bey der Klasse der Einer an, und setzet in jede Klasse die zu selbiger gegebene Zahl; ist aber zu einigen der Klassen, aus welchen die Zahl bestehen soll, keine Zahl gegeben, so setzet man an deren Stelle eine o.

3) Jedes Tausend wird mit einem Punkt bezeichnet, hinter jede Ordnung wird ein Comma, und unter die erste Klasse jeder folgenden Ordnung der Anfangsbuchstabe des ihr eigenen Namens gesetzet. Z. E. man sollte 8 Million 7 mal Hunderttausend und 14 schreiben, so setzet man von der rechten gegen die linke Hand

in die Klasse der Einer 4,
— — der Zehner 1,
— — der Hundert 0,
— — der Tausend 0,

und unter diese einen Punkt; ferner,

in die Klasse der Zehntausend 0,
— — der Hunderttausend 7,

und hinter diese ein Comma; ferner,

in die Klasse der Million 8,

und unter diese ein m. Es stehet alsdenn das aufgegebene Exempel geschrieben, wie folget:

8,700014.
m

§. 9.

Die Erwählung derer §. 4. gezeigten Zahlzeichen war willkührlich. Nimmt man an deren Stelle die Buchstaben des kleinen lateinischen Alphabets, so nennet man solches die Buchstabenrechnung.

Bey dieser ist zu bemerken:

1) Kein Buchstabe hat so, wie die Zahlen, einen vestgesetzten Werth, sondern er bekömmt allemal den Werth erst bey der Verwandelung in Zahlen.

2) Dieser beygelegte Werth bleibt dem Buchstaben so lange eigen, wie die mit selbigen angestellte Berechnung währet.

3) Alle bekannte Größen werden durch die erstern, die unbekannten Größen hingegen durch die letztern Buchstaben, und zwar gewöhnlich durch x, y, z, angezeiget.

4) Weil nun ein jeder Buchstabe den Werth einer Zahl, sie sey groß oder klein, auch 1 oder gar 0 vorstellen kann, so nennet man auch die Buchstabenrechnung die alte gemeine Rechnung.

Zweyter Abschnitt.

Von den vier Rechnungsarten ohnbenamter Zahlen.

§. 10.

Durch Hülfe bekannter Zahlen kann man nach §. 1. auch unbekannte Zahlen finden, und den Werth derselben bestimmen. Diese Bestimmung geschiehet entweder durch eine zweyfache Art der Vergrößerung oder Verkleinerung bekannter Zahlen.

Die erste Art der Vergrößerung bestehet in der Zusammenzählung gleichartiger, aber in der Einheit verschiedener Zahlen. Man nennet dieses Addiren oder Addition.

Die zwote Art der Vergrößerung bestehet in der Zusammenzählung gleichartiger und gleichgroßer Zah-

len. Dieses nennet man Multipliciren oder die Multiplication.

Die erste Art der Verkleinerung ist, wenn man gleichartige Zahlen nur einmal von einander abziehet. Man nennet dieses Subtrahiren oder Subtraction.

Die zwote Art der Verkleinerung ist hingegen, wenn man gleichartige Zahlen so vielmal von einander abziehet, als es möglich ist. Dieses nennet man Dividiren oder Division.

Beyde Vergrößerungs- und Verkleinerungsarten, als Addition, Subtraction, Multiplication, Division, werden allgemein die vier Species oder die vier Rechnungsarten genennet.

§. 11.

Eine jede der vier Rechnungsarten hat:

1) ihr besonderes Zeichen, durch welches selbige angezeiget wird;

2) eine besondre Benennung sowohl der durch selbige gesuchten unbekannten Größe, als auch der hiezu erforderlichen bekannten Größen.

3) Bey einer jeden Rechnungsart ist die Anzeige, der Aufsatz und die Ausarbeitung zu bemerken.

§. 12.

Bey der Addition ist zu bemerken:

1) Das Zeichen derselben, ein stehendes Kreuz +, welches plus ausgesprochen wird.

2) Die hier erforderlichen bekannten Zahlen werden die zusummirende Zahlen, die gesuchte unbekannte Zahl die Summa genennet. Diese zusummirende Zahlen müssen gleichartig seyn; die Vielheit derselben ist unbestimmt; zu jedem Additionsexempel werden aber wenigstens allemal zwo erfordert.

3) Bey der Anzeige setzet man zusummirende Zahlen in eine Reihe neben einander, und zwischen jede zwo derselben das Pluszeichen. Die Wahl dieser Setzung der Größen ist willkührlich.

4) Bey dem Aufsatz setzet man die zusummirende Zahlen von der rechten gegen die linke Hand solchergestalt unter einander, daß Einer und Einer u. s. w. also gleichartige Zahlen unter einander zu stehen kommen, und ziehet unter die unterste Reihe einen Strich.

5) Bey der Ausarbeitung oder wirklichen Addition, zählet man alle gleichartige Zahlen besonders zusammen, und fänget diese Zusammenzählung bey der Klasse der Einer an, setzet von der erhaltenen Summa jeder Klasse die Einheit unter dem Strich unter die Klasse, von welcher die Summa gefunden, die noch übrigen Zahlen werden über den Strich unter die folgende Klasse, aber zur Unterscheidung durchstrichen gesetzet, und zu selbiger addiret. Wenn also z. E. 4,98,138 addiret werden soll, so ist von diesen zusummirenden Zahlen

die Anzeige: 4 + 98 + 138

Aufsatz und Ausarbeitung 4
98
138
12

also die Summa = 240

Hier war die Summa der Einer = 4 + 8 + 8 = 20 = 2 Zehner und 0 Einer. Man setzet also die 0 unter die Klasse der Einer unter den Strich, die 2 aber unter die Klasse der Zehner über den Strich.

Ferner war die Summa der Klasse der Zehner = 9 + 3 + 2 = 14 = ein Hundert und 4 Zehner,

von diesen wird 4 unter den Strich unter die Zehner, die 1 aber über den Strich unter die Hunderte gesetzet.

Die Summa der Klasse der Hunderte ist 1 + 1 = 2, welche unter den Strich unter die Hunderte gesetzet wird. Die gesuchte unbekannte Größe oder die Summa von 4 + 98 + 138 ist also = 240.

§. 13.

Bey der Subtraction ist zu bemerken:

1) Das Zeichen derselben, ein Querstrich — welches minus ausgesprochen wird.

2) Die hier erforderlichen bekannten Größen sind allemal nur zwo, nämlich Minuendus, oder die Zahl, welche verkleinert werden soll; Subtrahendus, welche die Verkleinerung verursachet. Die gesuchte unbekannte Zahl hat den Namen Differenz, und bestimmet den Unterschied der Größe beyder gegebener Zahlen.

3) Bey der Anzeige setzet man den Minuendus und Subtrahendus in eine Reihe, allemal aber den Minuendus voran, schließet beyde Größen in Klammern, und zwischen diese setzet man das Subtractionszeichen.

4) Bey dem Aufsatz setzet man den Subtrahendus unter den Minuendus wieder von der rechten gegen die linke Hand, solchergestalt, daß gleichartige Zahlen unter einander zu stehen kommen, und ziehet unter den Subtrahendus einen Strich.

5) Die Ausarbeitung oder wirkliche Subtraction nimmt man wieder mit jeder Klasse besonders vor, und fängt solche bey der Klasse der Einer an. Man subtrahiret aber entweder alle Klassen des Subtrahendus von allen Klassen des Minuendus, oder diese von jenen. Ersteres geschiehet, wenn der Minuendus ent-

weder eben so groß, oder größer als der Subtrahendus, letzteres geschiehet, wenn der Minuendus kleiner als der Subtrahendus ist. Welcher von beyden der Größeste, bestimmt allemal die ersten Klassen linker Hand.

6) Die gesuchte Differenz ist entweder o, oder größer, oder kleiner wie o. Man pflegt das Größer- oder Kleinerseyn einer Zahl durch folgendes Zeichen ∠, welches zwischen die beyden Zahlen von verschiedener Größe gesetzet wird, anzuzeigen, da denn allemal die Oefnung gegen die größeste, die Spitze gegen die kleinste Zahl gerichtet seyn muß. Die Differenz wäre also entweder = o oder 7 o oder ∠ o.

Die Differenz wird o, wenn der Minuendus eben so groß als der Subtrahendus; z. E. der Minuendus sey 8 und der Subtrahendus sey auch 8, so ist 8) — (8 = o, die Differenz wird größer wie o, wenn der Minuendus größer als der Subtrahendus; z. E. der Minuendus wäre 8, der Subtrahendus 6, so ist 8) — (6 7 o. Subtrahirt man hier 6 von 8, so wird die Differenz = 2; da nun 2 nicht nur größer wie o, sondern auch was Besitzendes vorstellet, so ist größer wie o eine positive oder Plusgröße.

Die Differenz wird kleiner wie o, wenn der Minuendus kleiner als der Subtrahendus; so ist z. E. 6) — (8 ∠ o; denn ziehet man den Minuendus 6 von den Subtrahendus 8 ab, so kommt zur Differenz zwar auch 2; diese 2 aber ist eine fehlende oder Minusgröße, welche also mit — bezeichnet wird; eine jede Minusgröße ist also kleiner wie o, und entstehet durch die Subtraction des Minuendus von dem Subtrahendus, wenn ersterer kleiner als der letztere.

Plus- und Minusgrößen sind also beyde zwar wahre, aber einander entgegengesetzte Größen. Die Gränze zwischen beyden ist o. Soll also eine Plusgröße minus, oder eine Minusgröße plus werden, so muß selbige nothwendig erst o werden.

Entgegengesetzte Dinge oder Handlungen können die Plus- und Minusgrößen am besten vorstellen; z. E. man wollte eine Plusgröße durch ein Vermögen, durch eine Einnahme, durch Vorwärtsgehen vorstellen, so wäre eine Schuld, eine Ausgabe, Rückwärtsgehen, die Vorstellung einer Minusgröße.

Eine jede Minusgröße wird durch das vor selbiges gesetzte Zeichen — angezeiget.

Vor einer Plusgröße setzet man aber nie das Zeichen +, es wäre denn, daß mehr als eine Plusgröße gegeben, in diesem Fall verbindet man alle übrigen mit der ersten, vor welche kein Zeichen gesetzet wird, durch das Zeichen +,

7) Wenn bey der wirklichen Subtraction der Fall eintritt, daß die Klasse, von welcher subtrahiret werden soll, nicht so viel Einheiten hat, als von selbiger genommen werden sollen, so borget man bey der folgenden Klasse 1. Diese geborgte 1 bestehet nun aber aus 10 Einheiten der Klasse, zu welcher selbige geborget worden. Diese 10 Einheiten werden alsdenn zu den vorhandenen Einheiten der Klasse, von welcher subtrahiret werden soll, addiret, und von dieser Summa wird abgezogen.

Bestehet aber die Klasse, bey welcher man borgen will, aus o, so muß man bey der folgenden borgen, bestehet auch diese aus o, so borget man bey der ersten folgenden Klasse, die aus einer Zahl oder 1 bestehet.

Dieses Borgen wird durch einen bey der Zahl oder 1 oder 0 gemachten Punkt angezeiget.

Eine jede Zahl wird also durch verborgte Einheit um eins kleiner, so wie sie durch geborgte Einheit um 10 größer wird.

Eine jede 1 wird durch verborgte Einheit = 0, durch geborgte Einheit = 11.

Eine jede 0 wird durch geborgte Einheit = 10, durch verborgte Einheit = 9.

Alle Zahlen also bey welchen ein Punct stehet, sind um 1 weniger. Stehet also bey 8 ein Punct, so ist 8 = 8 — = 7.

Alle 1 bey welchen ein Punct stehet, sind = 0, also 1 = 0.

Alle 0, bey welchen ein Punct stehet, wird als 10 — 1 = 0 betrachtet.

Von allen Arten der Subtraction, da entweder der Minuendus eben so groß, oder größer, oder kleiner als der Subtrahendus ist, sind folgende Exempel beygefüget.

Erste Aufgabe.

Man soll 48392 von 48392 subtrahiren.
Die Anzeige wäre hier 48392) —(48392.
Der Aufsatz und Ausarbeitung 48392 Minuendus.
48392 Subtrahendus.
00000 Differenz.

Zweyte Aufgabe.

Man soll 246807 von 830029 subtrahiren.
Hier ist also Minuendus = 830029, der Subtrahendus = 246807.

Die Anzeige also 830029)—(246807.
Der Aufsatz und Ausarbeitung 8.3.0.029 Minuendus.
246807 Subtrahend.
583222 Differenz.

Dritte Aufgabe.

Man soll 830029 von 246807 subtrahiren.
Da hier Minuendus = 246807, der Subtrahendus = 830029, so ist

Die Anzeige 246807)—(830029.
Aufsatz und Ausarbeitung 246807 Minuendus.
8.3.0.029 Subtrahendus.
583222 Differenz.

Bey ersterer Aufgabe war der Minuendus = Subtrahendus, also wurde die Differenz = o.

Bey der zweyten Aufgabe war der Minuendus größer als der Subtrahendus, also wurde die Differenz größer wie o oder eine plus Größe.

Bey der dritten Aufgabe war der Minuendus kleiner als der Subtrahendus, es wurde daher die Differenz kleiner wie o oder eine minus Größe.

Bey erstern beyden Aufgaben wurde der Subtrahendus von dem Minuendus subtrahiret.

Bey der letztern Aufgabe wurde aber der Minuendus von dem Subtrahendus subtrahiret und vor die Differenz das minus Zeichen gesetzet.

§. 14.

Bey der Multiplication ist zu bemerken.

1) Das Zeichen derselben, ein Punct oder auch ein liegendes Kreutz ><

2) Die bekannten Größen haben hier den allge-

meinen Namen Factores; die unbekannte Größe wird Product genennet.

Die Vielheit der Factores ist nicht bestimmet, es müssen aber deren allemal wenigstens zween seyn, und diese werden alsdann Multiplicandus und Multiplicator genennet.

Multiplicandus ist diejenige Größe, welche vermehrt werden soll, und Multiplicator zeiget die Vielheit dieser Vermehrung an.

Man kann auch ein Multiplicationsexempel als ein Additionsexempel betrachten, und in diesem Fall ist der Multiplicandus die Zahl, welche zu sich selbst addiret werden soll, und der Multiplicator zeiget an, wie vielmal diese Addirung geschehen soll.

3) Bey der Anzeige setzet man die Factoren in eine Reihe und zwischen selbige eines der erwähnten Zeichen. Die Ordnung in welcher die Factoren gesetzet werden, ist willkührlich, man kann also, wenn nur zween Factoren vorhanden, sowohl den Multiplicandus als Multiplicator zuerst setzen.

4) Bey dem Aufsatz und Ausarbeitung erwählet man aber der Bequemlichkeit wegen den größesten Factor zum Multiplicandus, und setzet unter selbigen den Multiplicator von der rechten gegen die linke Hand, daß wieder gleichartige Zahlen unter einander zu stehen kommen, und ziehet unter den Multiplicator einen Strich. Man multipliciret alsdann zuerst alle Zahlen des Multiplicandi mit der Zahl der Klasse der Einer des Multiplicator, setzet jede Einheit des erhaltenen Products unter dem Strich in die ihr eigene Klasse, die noch übrigen Zahlen werden zu dem Product der folgenden Klasse addiret. Auf eben diese Art verfähret

man mit allen übrigen Zahlen des Multiplicator, nur muß man allemal die Einheit jedes folgenden Products einer neuen Klasse des Multiplicator, eine Stelle weiter gegen die linke Hand unter das erstere erhaltene Product setzen. Nach geendigter Multiplication mit allen Klassen des Multiplicator werden sämmtliche unter einander gesetzte Producte, welche den Namen Partialproducte haben, addiret, und so giebt davon Summa das Hauptproduct.

Z. E. es soll 4839 mit 72 multipliciret werden, so wäre Multiplicandus = 4839, Multiplicator = 72 also die Anzeige 4839. 72 oder 4839 × 72 Aufsatz und Ausarbeitung

```
4839 Multiplicandus
  72 Multiplicator
-------
9678 Partialproduct.
33873 Partialproduct.
-------
348408 Hauptproduct.
```

§. 15.

Bey der Multiplication ist noch folgendes zu bemerken.

1) Die Multiplication erfordert eine Kenntniß des sogenannten Ein mal Eins oder der Producte aller Zahlen von 2 bis 10 welche durch die Multiplication mit einander entstanden waren. Hievon ist folgender Abriß beygefüget, in welchem die erste obere und erste zur linker Hand vorhandene Reihe die Factoren von 2 bis 10, die übrigen Reihen aber die Producte dieser Factoren anzeigen. Bey dem Gebrauch derselben sucht man den einen Factor in der obern, dem andern Factor in der ersten Reihe linker Hand, so gibt die mit letzterem Factor in gerader Linie unter dem ersten Factor stehende Zahl das

verlangte Product. Z. E. man soll 8 mit 4 multipliciren, und man nimmt den Factor 8 in der obern und den Factor 4 in der ersten Reihe linker Hand, so stehet mit 4 in gerader Linie unter 8 das Product 32.

Factores

Factores \	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Producte
1		2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	

Producte

2) Factoren in geänderter Ordnung geben einerley Product. Z. E. 8. 3 = 24 und 3. 8 = 24 es ist daher willkührlich, welchen Factor man zum Multiplicandus erwählet.

3) Alles was mit o multipliciret wird, wird o, z. E. 8. o = o und o. 8. = o, wenn also der eine Factor = o, so wird das ganze Product = o.

4) Alles was mit 1. multipliciret wird, bleibt ohngeändert, also 1 multipliciret nicht, ist daher der eine Factor = 1, so bleibt das Product dem andern Factor gleich. Z. E. 8. 1 = 8 und 1. 8 = 8.

5) Wenn am Ende beyder oder des einem Factor Nullen vorhanden, so streichet man selbige aus, und multipliciret allein die unter einander stehende Zahlen oder Einheiten mit einander, addiret die erhaltenen Partialproducte, und setzet hinter deren Summa so viel Nullen, als zuvor am Ende beider Factoren ausgestrichen sind. Z. E. es wäre der Multiplicandus 900800, der Multiplicator 32000, so setzet man bey dem Aufsatz die 2 des Multiplicator unter die 8 des Multiplicandus und streichet die beyden Nullen am Ende desselben, so wie die drey Nullen am Ende des Multiplicator aus, und setzet sämmtliche fünf Nullen am Ende des Hauptproducts, als:

9008ØØ Multiplicandus.
32ØØØ Multiplicatos.

18016
27024

28825600000

6) Wenn zwischen den Zahlen des Multiplicator Nullen sind, so multipliciret man mit selbigen den Multiplicandus nicht, weil alle diese Producte = 0 wären, sondern man setzet nur zur Anzeige dieser Producte in jede Reihe derselben eine 0. Z. E. es wäre 2003 der Multiplicandus und 8003 der Multiplicator, so setzet man so wohl an statt der Partialproducte der Klasse der Zehner als Hunderte Nullen, als

2003 Multiplicandus.
8003 Multiplicator.

6009
1602400

16030009 Product.

7) Ein jedes Multiplicationsexempel bestehet aus so viel Partialproducten als Klassen im Multiplicator vorhanden, und die erste Klasse rechter Hand jedes Partialproducts ist zehnmal grösser als die erste Klasse des vorhergehenden. Bestehet also der Multiplicator aus drey Klassen, so bekommt man auch drey Partialproducte, von welchen die erste Klasse

Des ersten Partialproducts aus Einer.
Des zweyten — — aus Zehner.
Des dritten — — aus Hunderten bestehet.

8) Lässet sich der Multiplicator in Factoren, das heißt in solche Zahlen, durch deren Multiplication der Multiplicator entstanden, zerfällen, und multipliciret man den Multiplicandus mit einem dieser Factoren, das erhaltene Product mit dem folgenden Factor, dieses Product wieder mit dem folgenden Factor: so muß das auf diese Art entstandene letzte Product = dem Hauptproduct seyn, welches durch die gewöhnliche Art der Multiplication entstanden; Z. E. da wie vorher gezeiget worden, 4839, 72 = 348408 und der Multiplicator 72 = denen Factoren 8·9: so gibt 4839 · 8 = 38712 und 38712. 9 = 348408 zum Product wie zuvor.

9) Man kann aber auch einen jeden Multiplicator als die Summa verschiedener Grösßen oder Zahlen betrachten und also auch in solche Zahlen zerfällen. Geschiehet dieses, so muß man mit einer jeden derselben den Multiplicandus multipliciren und die erhaltene Producte addiren, so gibt diese Summa das Hauptproduct.

Z. E. da 4839. 72 = 348408 und der Multiplicator 72 = 70 × 2: so giebt 4839. 70 = 338730 und 4839. 2 = 8678; also 338730 × 9678 = 348403, wieder zum Product wie zuvor.

10) Ein Multiplicator kann auch als die Differenz zweyer Größer betrachtet werden. In diesem Fall multipliciret man den Multiplicandus mit beyden angenommenen Zahlen und ziehet das kleine Product von dem größern ab, so giebt diese Differenz das wahre Hauptproduct.

Z. E. es ist 3804. 99 = 376596, der Multiplicator 99 kan als 100 — 1 betrachtet werden. da nun 3804. 100 = 380400, und 3804. 1 = 3804, so ist 380400 — 3804 = 376596 wie zuvor.

§. 16.

Bey der Division ist zu bemerken.

1) Das Zeichen derselben, ein Colon:

2) Ein jedes Divisionsexempel bestehet nur wie ein Subtractionsexempel aus zwo bekannten Größen, nemlich den

Dividendus oder der Zahl, welche verkleinert werden soll; Divisor, oder der Zahl durch welche die Verkleinerung geschiehet. Die gesuchte unbekannte Größe hat den Namen Quotient, und zeiget an, wie vielmal diese Verkleinerung vorgenommen werden konnte.

Betrachtet man aber ein Divisionsexempel als Subtractionsexempel, so ist Dividendus = Minuendus, Divisor = Subtrahendus, und der Quotient zeiget alsdenn an, wie vielmal der Subtrahendus von Minuendus abgezogen werden kann.

3) Die Anzeige eines Divisionexempel geschiehet auf eine zwofache Art. Man setzet entweder den Divi-

dendus und Divisor, und zwar erstern voran, in eine Reihe, und zwischen beyden das Divisionszeichen, oder man setzet den Divisor unter den Dividendus, und ziehet zwischen beyden einen Strich. Man nennet auch diese letztere Anzeige einen Bruch oder gebrochne Zahl.

Bey beyden erwähnten Arten der Anzeige eines Divisionsexempel ist der Dividendus gleich kenntbar, denn bey der ersten Art, stehet er zuerst linker Hand, bey der letztern, oberhalb dem Divisor. Diese Kenntnis ist nothwendig, denn die Größe welche zwischen den Dividendus und Divisor ist, bestimmt die Größe der Quotienten. Der Quotient kann nemlich zu seiner Größe 1, mehr als 1, weniger als 1 haben.

Der Quotient ist = 1 wenn der Dividendus = Divisor ist, wenn also der Dividendus = 8, der Divisor = 8, so ist der Quotient von $8 : 8 = \frac{8}{8} = 1$.

Der Quotient ist größer als 1, wenn der Dividendus größer als der Divisor. Z. E. der Dividendus wäre 8, der Divisor 5, so ist der Quotient von $8 : 5 = \frac{8}{5}$ mehr als 1, aber auch nach §. 28. ein unächter Bruch; also mehr als 1 ist ein jeder unächter Bruch.

Der Quotient ist kleiner wie 1, wenn der Dividendus kleiner als der Divisor. Z. E. der Dividendus sey 8, der Divisor 9, so ist der Quotient $8 : 9 = \frac{8}{9}$, also kleiner wie 1, und nach §. 28. ein ächter Bruch; kleiner wie 1, ist also ein ächter Bruch.

4) Der Aufsatz ist sehr verschieden, der den Anfängern zuträglichste aber ist, wenn man den Divi-

sor unter den Dividendus von der linken gegen die rechte Hand solchergestalt setzet, daß die vorderste Zahl des Divisor kleiner als die über ihr stehende Zahl des Dividendus ist; oder wann auch die ersten Zahlen des Dividendus und Divisor einander gleich, die auf diese gleiche Zahlen folgende Zahl des Divisor kleiner, als die über selbiger vorhandene Zahl des Dividendus.

Wenn nun

5) der Aufsatz auf diese Art geschehen, so untersucht man durch Hülfe des Einmaleins, wie vielmal die erste Zahl des Divisor in der über ihr vorhandenem Zahl des Dividendus enthalten. Diese gefundene Zahl giebt den Quotienten, welcher hinter den rechter Hand des Dividendus herunterwärts gezogenen Strich gesetzet wird. Mit diesem Quotienten wird der Divisor multipliciret, und das erhaltene Produkt solchergestalt unter den Divisor von der rechten gegen die linke Hand gesetzet, daß gleichartige Zahlen unter einander zu stehen kommen. Man ziehet alsdann dieses Produkt von den über selbigen stehenden Zahlen des Dividendus ab, und setzet die erhaltene Differenz unter den gezogenen Strich. Diese Subtraction findet aber nur Statt, wenn entweder das erhaltene Produkt eben so groß, oder aber kleiner ist, als die über selbigen stehenden Zahlen des Dividendus. Sind letztere aber kleiner, also das Produkt größer, so ist auch der Quotient zu groß, und muß mithin kleiner genommen werden.

Zu der erhaltenen Differenz setzet man die auf die letzte Zahl des Dividendus, von welcher subtrahiret ist, folgende Zahl unter den Strich, setzet ferner den vorigen Divisor wieder unter selbige, wie zuvor, und

verfähret auf erstere Art. Der erhaltene Quotient wird bey erstern gesetzet.

Man fähret auf diese Art so lange zu dividiren fort, bis keine Klasse im Dividendus zum Heruntersetzen mehr vorhanden, und geben alsdenn die hinter dem Striche befindlichen Zahlen den Quotienten.

Bleibt nach geendigter Division bey der letztern Subtraction des Produkts eine Differenz, so nennet man solche hier Rest, und setzet selbigen mit untergesetzten Divisor bruchweise hinter den Quotienten. Dieser Rest muß aber allemal kleiner als der Divisor seyn.

Man pflegt den, unter den Dividendus gesetzten Divisor bey der wirklichen Division in Klammern einzuschließen, um selbigen sowohl vom Dividendus als Produkt zu unterscheiden, desgleichen die Zahlen oder Größen, welche von einander abgezogen sind, auszustreichen.

Wenn also z. E. der Dividendus = 837604, der Divisor = 8494, so ist die Anzeige 837604 : 8494 oder

$$\frac{837604}{8494}$$

Der Aufsatz und Ausarbeitung:

Dividendus 8.ZΠB.ΦA | 98 5192/8494 Quotient.
Divisor (8494)
ΠBAAB
ΠZXAA
(8494)
BΠΘ8Z
5192 Rest.

§. 17.

Bey der Division ist ferner folgendes zu bemerken:

1) Alles, was durch 1 dividiret wird, bleibt ohngeändert, also 1 dividiret nicht; es ist dahero $8 : 1 = \frac{8}{1} = 8$. Wenn also der Divisor = 1, so ist der Quotient = dem Dividendus.

2) Wird von einem Divisionsexempel vor der Division der Dividendus und Divisor mit einerley Zahl multipliciret, oder mit einerley Zahl dividiret: so bekommt man eben denselben Quotienten, welchen man ohne vorgenommene Vergrößerung und Verkleinerung erhalten. Da also $8 : 4 = \frac{8}{4} = 2$, so ist $\frac{8.2}{4.2} = \frac{16}{8} = 2$ und $\frac{8:2}{4:2} = \frac{4}{2} = 2$.

Man kann also Dividendus und Divisor durch einerley Zahl vergrößern oder verkleinern, ohne daß die Größe des Quotienten verändert wird.

Diese Vergrößerung findet bey allen Divisionsexempeln Statt. Die Verkleinerung hingegen kann nur bey denen vorgenommen werden, in welchen Dividendus und Divisor durch einerley Zahl ohne Rest theilbar; diese Zahl bekommt alsdann den Namen: gemeinschaftlicher Factor; und mit diesen wird die Verkleinerung vorgenommen, so war z. E. von $\frac{8}{4}$ der gemeinschaftliche Factor 2 mit $8 = 4.2$, und $4 = 2.2$; oder es ist von $\frac{8}{4}$ der gemeinschaftliche Factor 4, denn 8 ist $= 2.4$ und $4 = 4.1$.

3) Bestehet der Dividendus aus verschiedenen, der Divisor aus einem oder auch mehrern Factoren, und man kann die oberwähnte Verkleinerung vor-

nehmen, so geschiehet solche allemal nur mit einem Factor des Dividendus und Divisor durch einerley Zahl zu gleicher Zeit, z. E. der Dividendus wäre 72 . 40; der Divisor 36 . 24, also 72 . 40) : (36 . 24 =

$$\frac{72.40}{36.24}$$

Hier kann man den Factor 72 im Dividendus, und den Factor 36 im Divisor, beyde durch 36 ohne Rest theilen, so bleibt im Dividendus 20. 40, und im Divisor 1. 24; es wäre also:

$$\frac{72.40}{26.24} = \frac{2.40}{1.24} = \frac{2.40}{24}$$

Ferner kann man den Factor 40 im Dividendus, und 24 im Divisor durch 8 ohne Rest theilen, so bekommt man anstatt 40 den Factor 5, und anstatt 24 den Factor 3; es ist also nun

$$\frac{2.40}{24} = \frac{2.5}{3} = \frac{10}{3} = 3\tfrac{1}{3}.$$

Multiplicirte man die ersten Factoren des Dividendus und Divisor, so wäre:

$$\frac{72.40}{36.24} = \frac{2880}{864} = 3\,\frac{288}{864} = 3\tfrac{1}{3}$$ wie zuvor.

3) Bestehet der Dividendus aus einem Additionsexempel, also aus zusummirenden Größen, der Divisor aber nur aus einer Größe, so muß man bey vorzunehmender Verkleinerung sowohl alle Glieder des Dividendus als die Größe des Divisor durch einerley Zahl verkleinern können, außer dem gehet die Verkleinerung gar nicht an.

Z. E. der Dividendus bestünde aus 8 + 6 + 4,

der Divisor aus 6, so kann man alle Glieder des Dividendus, und die Größe des Divisor durch 2 verkleinern, und ist alsdenn $\frac{8+6+4}{6} = \frac{4+3+2}{3}$.

Addiret man hier auf beide Fälle die Glieder des Dividendus, und dividiret deren Summa durch ihren Divisor, so sind die Quotienten einander völlig gleich, denn $\frac{8+6+4}{6} = \frac{18}{6} = 3$ und $\frac{4+3+2}{3} = \frac{9}{3} = 3$.

Eben dieses gilt auch, wenn der Dividendus aus einem Subtractionsexempel, der Divisor aber nur aus einer Größe bestehet, alsdenn ist aber der Quotient beyder Differenzen einander gleich. Z. E. der Dividendus wäre $8 - 6$, der Divisor 4; da nun hier der Minuendus 8 und Subtrahendus 6 des Dividendus, ferner der Divisor 4 durch 2 ohne Rest theilbar sind, so ist $\frac{8-6}{4} = \frac{4-3}{2}$ denn $\frac{8-6}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ und $\frac{4-3}{2} = \frac{1}{2}$.

Bestehet aber hier der Divisor aus Factoren, so muß man nur jedesmal mit einem Factor desselben und allen Gliedern des Dividendus diese Verkleinerung vornehmen. Z. E. der Dividendus wäre $6 + 12 + 18$, und der Divisor wäre 9. 2, also $\frac{6+12+18}{9.2}$, so könnte man zuerst die Glieder des Dividendus und den Faktor 9 des Divisor durch 3 theilen, so würde $\frac{6+12+18}{9.2} = \frac{2+4+6}{3.2}$. Ferner theilte man alle Glieder des

Dividendus und den Factor 2 des Divisor durch 2, so wird $\frac{2+4+6}{3.2} = \frac{1+2+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$.

Dividiret man $\frac{6+12+18}{9.2} = \frac{36}{18}$, so ist der Quotient ebenfalls = 2.

5) Bestehet der Dividendus sowohl als der Divisor aus Gliedern, welche entweder ein Additions- oder Subtractionsexempel ausmachen, so muß man bey der Verkleinerung alle Glieder ohne Ausnahme im Dividendus und Divisor durch einerley Zahl ohne Rest theilen können; findet sich also auch nur ein untheilbares Glied, so fällt die Verkleinerung weg. Z. E. der Dividendus wäre 12 + 8 + 6, der Divisor 4 + 8, so kann man hier alle Glieder des Dividendus und Divisor durch 2 ohne Rest theilen, und wird alsdenn

$$\frac{12+8+6}{4+8} = \frac{6+4+3.}{2+4}$$

Der auf beide Fälle erhaltene Quotient ist von gleicher Größe; denn $\frac{12+8+6}{4+8} = \frac{26}{12} = 2\frac{2}{12} = 2\frac{1}{6}$

und $\frac{6+4+3}{2+4} = \frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$.

6) Bestehet der Dividendus aus verschiedenen, der Divisor aus einem oder auch aus mehrern Factoren, so kann man auch durch die Subtraction eine Verkleinerung vornehmen; es ist aber alsdenn der Divisor allemal Subtrahendus, er mag aus einem oder mehrern Factoren bestehen, und im letztern Falle giebt das Product der Factoren den Subtrahendus.

Bey dieser Art zu verkleinern sind aber folgende Regeln zu bemerken.

a) Bestehet der Divisor nur aus einem Factor, und selbiger ist von der Größe, daß, wenn man solchen von einem Factor des Dividendus subtrahiret, die erhaltene Differenz nur eine einfache Zahl ausmacht, so subtrahiret man den Divisor von diesem Factor des Dividendus, und setzet an dessen Stelle die erhaltene Differenz. Mit dieser Differenz multiplicirt man das Product aller übrigen Factoren des Dividendus, und dividirt dieses neue Product durch den Divisor, welcher ohnverändert bleibt; zu diesem Quotienten wird das Product der übrigen Factoren des Dividendus, von welchen nicht subtrahiret worden, addiret, so giebt diese Summa den wahren Quotienten.

Z. E. Es wäre das Divisionexempel $\frac{2345 \cdot 98}{2344}$,

so ziehet man hier den Divisor 2344 von dem Factor 2345 des Dividendus ab, multipliciret mit der erhaltenen Differenz 1 den ohnverändert gebliebenen Factor 98 des Dividendus, dividiret dieses Product 1. 98 $=$ 98 durch den ebenfalls ohnverändert gebliebenen Divisor 2344, addiret zu den erhaltenen Quotienten $\frac{98}{2344}$, den ohnverändert gebliebenen Factor 98 des Dividendus, so ist diese Summa $98\frac{98}{2344} = \frac{2345 \cdot 98}{2444}$

$= \frac{229810}{2344} = 98\frac{98}{2344}$.

Oder es wäre das Divisionsexempel $\frac{19 \cdot 4 \cdot 5}{17}$

so subtrahiret man den Divisor 17 von dem Factor 19

des Dividendus, und setzet an die Stelle desselben die erhaltene Differenz 19 — 17 = 2. Mit dieser wird das Product der noch übrigen Factoren des Dividendus, welches 4. 5 = 20, multipliciret; dieses Product 20. 2 = 40 wird durch den ohnverändert gebliebenen Divisor 17 dividiret, giebt zum Quotienten $\frac{40}{17}$ $= 2\frac{6}{17}$, zu welchen das Product der Factoren, von welchen nicht subtrahiret, also 4. 5 = 20 addiret wird, so giebt die Summa $20 + 2\frac{6}{17} = 22\frac{6}{17}$ den wahren Quotienten von $\frac{19 \cdot 4 \cdot 5}{17} = \frac{330}{17}$.

Man kann auch das Product zweyer oder mehrerer Factoren des Dividendus zu dem Minuendus annehmen und von selbigen den Divisor abziehen, alsdenn aber fallen alle Factoren im Dividendus, welche zu dem Product gehören, weg, und kommt an deren Stelle die erhaltene Differenz, übrigens verfährt man wie zuvor. Z. E. da im vorigen Exempel das Product von den Factoren 4. 5. des Dividendus = 20, so ziehet man von selbiges den Divisor 17 ab und setzet an die Stelle beyder Factoren 4. 5 die Differenz 20 — 17 = 3. Mit dieser Differenz 3 wird der Factor 19 multipliciret, und dieses Product 19. 3 = 57 durch den Divisor 17 dividiret, und zu den Quotienten $\frac{57}{17} = 3\frac{6}{17}$ der Factor 19 addiret, so ist $19 \times 3\frac{6}{17} = 22\frac{6}{17}$ wie zuvor.

b) Bestehet der Divisor wieder aus einem Factor, ist aber zu klein, um solchen mit Vortheil von einem Factor des Dividendus zu subtrahiren, so multipliciret man den Divisor mit einer solchen Zahl, daß dieses

Product entweder völlig oder beynahe so groß als ein Factor des Dividendus, oder als das Product zweener oder mehrerer Factoren des Dividendus ist. Man ziehet alsdenn das erhaltene Product des Divisor wie gewöhnlich ab, und setzet die erhaltene Differenz an die Stelle des Minuendus; multipliciret mit selbiger das Product der übriggebliebenen Factoren, dividiret solches durch den ohnverändert gebliebenen Divisor, multipliciret aber hier das Product der übriggebliebenen Factoren des Dividendus noch mit dem Factor, mit welchen der Divisor vermehret ist, addiret zu diesem Product erstere Quotienten, so giebt diese Summa wieder den wahren Quotienten.

Z. E. es wäre das Divisionexempel $\frac{36.\ 6.\ 3}{5}$:

so multiplicirte man dem Divisor 5 mit 7 und subtrahirte $5.\ 7 = 35$ von dem Factor 36 des Dividendus und setzte an dessen Stelle $36 - 35 = 1$. Man multipliciret mit dieser Differenz das Product der übrigen Factoren; also $6.\ 3 = 18.\ 1 = 18$. dieses wird durch den ohnverändert gebliebenen Divisor 5 dividiret und zu diesen Quotienten $\frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$ das Product von $6.\ 3.\ 7 = 116$ addiret, so giebt $116 \times 3\frac{3}{5} = 119\frac{3}{5}$ den wahren Quotienten von $\frac{36.\ 6.\ 3}{5} = \frac{648}{5}$.

c) Bestehet der Divisor aus einem Factor, welcher aber zum Subtrahiren zu groß ist, so dividiret man solchen mit einer Zahl, welche zum Subtrahiren einen bequemen Quotienten giebt, oder gehet diese Division ohne Rest nicht an, so multipliciret man einen Factor

oder das Product mehrerer Factoren mit einer Zahl, dessen Product alsdenn nur um etwas größer als der Divisor ist.

Im erstern Fall, da die Division des Divisor ohne Rest möglich, subtrahiret man diesen Quotienten von dem ihn beynahe gleichen Factor des Dividendus und verfähret übrigens wie zuvor, außer, daß das Product der ohnverändert gebliebenen Factoren durch die Zahl, mit welcher der Divisor getheilet, auch dividiret wird.

Z. E. es wäre das Divisionsexempel $\frac{19.7.3}{34}$

Dividiret man hier 34 durch 2, so entstehet der Quotient $34 : 2 = 17$, welcher bequem von 19 als dem Factor des Dividendus abgezogen werden kann, und zur Differenz 2 giebt. Ferner ist $7.3.2 = 42$ und $42 : 34 = \frac{42}{34} = 1\frac{8}{34}$ das Product von 7. 3 oder den ohnverändert gebliebenen Factoren ist 21. Dieses nun hier mit 2, mit welchen der Divisor getheilet ist, auch dividiret: giebt $21 : 2 = \frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}$, addiret man endlich $1\frac{8}{34}$ und $10\frac{1}{2}$, so giebt die Summa $1\frac{8}{34} \times 10\frac{1}{2} = 1\frac{8}{34} \times 10\frac{1.17}{2.17} = 1\frac{8}{34} \times 10\frac{17}{34} = 11\frac{25}{34}$ den wahren Quotienten von $\frac{19.7.3}{34} = \frac{399}{34}$.

Im zweyten Fall, da die Division des Divisor ohne Rest nicht möglich war, wie z. E. in $\frac{25.19.3}{47}$

multipliciret man den Factor 25, des Dividendus mit 2 und ziehet von diesem Product 25. 2 = 50, den Divisor 47 ab. Mit dieser Differenz 50 — 47 = 3 multipliciret man das Product von 19. 3 = 57, und dividiret das letztere Product 57. 3 = 171 durch 47. 2 = 94, zu diesen Quotienten $\frac{171}{94} = 1\frac{77}{94}$ addiret man den Quotienten des Products der übrigen beyden Factoren des Dividendus also 19. 3 = 57 durch 2 dividiret = $\frac{57}{2} = 28\frac{1}{2}$, so giebt $1\frac{77}{94} \times 28\frac{1}{2} = 1\frac{77}{94} \times 28\frac{47}{94} = 30\frac{15}{47}$ den wahren Quotienten von $\frac{25.19.3}{47} = \frac{1425}{47}$.

Man hätte hier auch den Divisor 47 von dem Product der Factoren 19. 3 = 47 subtrahiren, diese Differenz 57 — 47 = 10 mit dem Factor 25 multipliciren, dieses Product 25. 10 = 250 durch den Divisor 47. dividiren, und zu diesen Quotienten $\frac{250}{47}$ $= 5\frac{15}{47}$ den andern Factor 25 addiren können, so wäre die Summa wieder $25 + 5\frac{15}{47} = 30\frac{15}{47}$

d) Bestehet auch der Divisor aus mehr als einem Factor, so giebt erst deren Product den Subtrahendus. Ist solcher alsdann zu groß oder zu klein, von einem Factor oder von dem Product mehrerer Factoren des Dividendus mit Vortheil zu subtrahiren, so verfährt man wie gelehret.

e) Bey aller jetzt gezeigten Verkleinerung durch die Subtraction, kann man auch, wenn es sich thun

lässet, die durch die Division gelehrte Verkleinerung vornehmen; hierbey ist aber zu bemerken, daß, wenn die Verkleinerung durch die Division vor der Subtraction geschiehet, so verfährt man übrigens wie gewöhnlich. Z. E. es wäre gegeben $\frac{5.9.8.10}{95}$.

Hier kann man den Divisor 95 durch den Factor 5 des Dividendus ohne Rest theilen, es wird also $\frac{5.9.8.10}{95}$ nur $= \frac{9.8.10.}{19}$. Multipliciret man ferner den Divisor 19 mit 4, so ist dieses Product $19.4 = 76$ bequem von dem Product der Factoren 8. 10. des Dividendus abzuziehen. Man bekommt also anstatt der Factoren 8. 10 nun die Differenz $80 - 76 = 4$. Mit dieser Differenz wird der Factor 9 multipliciret und dieses Product $9.4 = 36$, desgleichen der Divisor 19. dividiret, giebt zum Quotienten $\frac{36}{19} = 1\frac{17}{19}$; ferner wird der Factor 9 mit 4, womit der Divisor vermehret wurde multipliciret, und zu diesem Product $4.9 = 36$ der Quotient $1\frac{17}{19}$ addiret, so giebt die Summa $36 + 1\frac{17}{19} = 37\frac{17}{19}$ den wahren Quotienten von $\frac{5.9.8.10}{95} = \frac{3600}{95}$

Wird aber die Verkleinerung durch die Division erst nach der Subtraction vorgenommen, so geschiehet solches erst nach der Bestimmung des Products der ohnverändert gebliebenen Factoren. Z. E. es wären $\frac{5.9.8.12}{95}$ gegeben, so kann man den Divisor 95 von dem Product 8. 12 — 96 der Factoren des Dividendus abziehen; giebt zur Differenz

$96 - 95 = 1$. Das Product der ohnverändert gebliebenen Factoren ist $5.9 - 45$. Nunmehro kann man eine Verkleinerung durch die Division vornehmen, man dividiret nemlich den Divisor 95 durch den Factor 5, so entstehet der neue Divisor $\frac{95}{5} = 19$, und ist nur noch der andre Factor 9 in dem Dividendus vorhanden, welcher durch den nunmehro erhaltenen Divisor 19 dividiret zum Quotienten $\frac{9}{19}$ giebt, und alsdann ist die Summa von $55 + \frac{9}{19} = 45\frac{9}{19}$ als der wahren Quotienten von $\frac{5.9.8.12}{12} = \frac{4320}{95}$

Oder es wäre gegeben $\frac{19.18.4}{12}$ so multipliciret man den Divisor 12 mit 6, und ziehet dieses Product $12.6 = 72$ von dem Product der Factoren $18.4 = 72$ ab, so entstehet die Differenz $72 - 72 = 0$. Multipliziret man hier den andern Factor 19 mit der Differenz 0 so ist das Product $19.0 = 0$. Endlich multipliciret man den Factor 19 mit 6, weil auch hiermit der Divisor vermehret worden, so gibt das Product $19.6 = 114$ den wahren Quotienten, weil $0:19 = \frac{0}{19} = 0$ und $114 + 0 = 114$ bleibt.

e) Die durch die Subtraction gezeigte Verkleinerung erfordert vorzüglich eine Kenntniß der Lehre von Brüchen und kann also ohne diese nicht vorgenommen werden. Beide Arten der Verkleinerung, sowohl durch die Division als Subtraction, erleichtern sehr oft die durch die Regula Detri und Regula Multiplex angestellte Berechnungen.

§. 18.

Die vier Rechnungsarten mit benamten Zahlen erfordern eine Kenntnis wie

1) eine Zahl von geringer Art in eine Zahl von höherer Art; z. E. eine Anzahl Pfennige in Gutegroschen, Groschen oder Thaler zu verwandeln.

2) Eine Zahl von höherer Art in eine Zahl von geringerer, z. E. eine Anzahl Thaler in Gutegroschen oder Pfennige zu verwandeln.

Ersteres Verfahren wird das Reduciren, oder die Verwandlung kleiner Arten in größere; letzteres Verfahren das Resolviren oder die Verwandlung größerer Arten in kleinere benamet. Bey beyden Verwandlungsarten muß man zuerst wissen, in wie viel Arten eine benamte Größe eingetheilet wird, und wie viel Einheiten einer jeden Art, eine Einheit der auf erstere folgenden Art ausmacht. Z. E. man theilet einen Thaler in Gutegroschen und Pfennige, hier ist also der Thaler in zwo Arten, nemlich in Gutegroschen und Pfennige getheilet, und von den Gutengroschen machen 24 einen Thaler, und von den Pfennigen machen 12 einen Gutengroschen.

Das Reduciren geschiehet durch die Division. Man dividiret nemlich die gegebene Zahl durch die Einheit, aus welcher die folgende höhere Art bestehet, so giebt der Quotient die Einheit dieser höhern Art, bleibt ein Rest übrig, so ist dieser der erstern Art gleich. So sind z. E. 468 Pfennig $= \frac{468}{12}$ Ggr. $= 39$ Ggr.

$= \frac{39}{24}$ Thaler $=$ 1 Thaler 15 Ggr.

Hier wurden also die Pfennige mit 12, weil ein guter Groschen = 12 Pfennig, ferner die Gutegroschen mit 24, weil ein Thaler = 24 Gutegroschen enthält, dividiret, so entstanden durch erstere Division Gutegroschen, durch letztere Division Thaler, und der Rest war bey letzterer Division, der Benennung seines Dividendus gleich, also auch Gutegroschen.

Das Resolviren geschiehet durch die Multiplication. Man multipliciret nemlich die gegebene Zahl mit der Einheit wie viel derselben, eine der gegebenen in der folgenden kleinern Art ausmacht. Dieses Resolviren setzet man so lange fort, bis die gegebene Zahl in die verlangte Art verwandelt worden. Bestehet nun die gegebene Zahl aus verschiedenen Arten, so verwandelt man die gröste Art derselben zuerst in die nächstfolgende kleinere, addiret die von selbiger vorhandene gleichnamigte Art zu diesem Product, verwandelt dieses Product wieder in die folgende Art, und addiret hier gleichfalls zu diesem Product die vorhandene gleichnamigte größere; z. E. man soll 4 Thaler 3 Ggr. 6 Pf. in Pfennige resolviren; so geben die Thaler in Gutegroschen verwandelt 4. 24 Gutegroschen = 96 Ggr., zu diesen werden die vorhandene 3 Ggr. addirt, so ist die Summe der Gutegroschen = 96 + 3 Ggr. = 99 Ggr. Ferner geben diese Gutegroschen in Pfennige verwandelt 99. 12 Pf. = 1188 Pf., zu welchen die noch vorhandene 6 Pf. addiret, die Summa von 1188 + 6 = 1194 Pfennige geben: Es ist also der Wehrt in Pfennigen von 4 Thlr. 3 Ggr. 6 Pf. = 1194 Pf.

§. 19.

Die Anzeige der vier Rechnungsarten ist auch

hier der bey ohnbenamten Zahlen §. 12. 13. 14. 16 gezeigten völlig gleich; und ist bey der Multiplication und Division zu bemerken, daß

1) bey der Multiplication allemahl der Multiplicandus eine benamte Zahl, der Multiplicator aber eine ohnbenamte Zahl ist; man setzet daher die ohnbenamte Zahl allemahl rechter Hand hinter den Multiplicandus mit dazwischen gesetzten Multiplicationszeichen.

2) Bey der Division ist allemahl der Dividendus eine benamte, der Divisor eine ohnbenamte Zahl, und wird also ebenfalls rechter Hand hinter den Dividendus mit darzwischen gesetzten Divisionszeichen gesetzet.

Wenn also z. E. 5 Thaler 4 Ggr. 4 Pf. mit 9 sollte multipliciret, oder durch 9 sollte dividiret werden, so wäre die

Anzeige im ersten Fall : 5 Thaler 4 Ggr. 4 Pf.) . 9.
— — zweiten Fall : 5 Thaler 4 Ggr. 4 Pf.) . 9.

§. 20.

Bey der wirklichen Addition setzet man die gegebene zu summirende Größen solchergestalt unter einander, daß nicht nur jede Art der Benennung, sondern auch jede Art von Einheit unter einander zu stehen kommen. Man addiret alsdann jede Art der Benennung besonders; enthält nun die Summa derselben, Einheiten einer höhern Benennung in sich, so reduciret man solche nach §. 18. Z. E. man soll 4 Thaler 4 Ggr. 4 Pf. und 6 Thaler 22 Ggr. 10 Pf. addiren, so setzet man

4 Thlr. 4 Ggr. 4 Pf.
6 = 22 • 10 =

10 Thlr. 26 Ggr. 14 Pf.

11 Thlr. 3 Ggr. 2 Pf.

Hier war die Summa der Pfennige = 14, diese geben zu Gutegroschen reduciret 1 Ggr. und zum Rest bleiben 2 Pf. welche unter dem Strich gesetzet werden.

Die Summa der Gutegroschen war 26 Ggr. zu welchen der zuforderst erhaltene eine Gutegroschen addiret wird, giebt 27 Ggr., diese zu Thlr. reduciret, geben 1 Thlr., und bleiben 3 Ggr. zum Rest, welche unter dem Strich gesetzet werden.

Die Summa der Thaler ist 10 Thlr., hiezu der erhaltene eine Thaler addiret, giebt 11 Thaler, es ist also die Summa von 4 Thlr. 4 Ggr. 4 Pf. + 6 Thlr. 22 Ggr. 10 Pf. = 11 Thaler 3 Ggr. 2 Pf.

§. 21.

Bey der Subtraction wird der Subtrahendus unter den Minuendus wieder auf vorige Art gesetzet. Man fänget die Subtraction bey der niedrigsten Benennung rechter Hand an, und subtrahiret jede Klasse besonders. Aeusert sich der Fall, daß eine Klasse oder Benennung des Subtrahendus größer als die ihr gleichnamigte des Minuendus, so borget man bey der folgenden höhern Benennung des Minuendus ein Ganzes, welches man in die Art Größe, von welcher subtrahiret werden soll, resolviret und verfähret alsdann wie bey der Subtraction in ohnbenamten Zahlen. Z. E. Man soll 3 Thlr. 8 Ggr. 4 Pf. von 8 Thlr. 4 Ggr. 6 Pf. subtrahiren, so ist der Munuendus 8 Thlr. 4 Ggr. 6 Pf., der Subtrahendus 3 Thlr. 8 Ggr. 6 Pf. Es wären also

die Anzeige 8 Thlr. 4 Ggr. 6 Pf.) — (3 Th. 8 Ggr. 4 Pf.
und der Aufsatz 8 Thlr. 4 Ggr. 6 Pf.

3 " 8 " 4 "

4 Th. 20 Ggr. 2 Pf. Differenz.

Man ziehet hier 4 Pf. von 6 Pf. ab, die erhaltene Differenz 6 — 4 = 2 Pf. setzet man unterm Strich. Ferner sollten 8 Ggr. von 4 Ggr. subtrahiret werden, da dieses aber nicht möglich, so borget man bey 8 Thlr. im Minuendus einen Thaler, resolviret solchen in Gutegroschen, und ziehet von diesen 24 Ggr. die 8 Ggr. ab, addiret zu dieser Differenz, welche 24 — 8 = 16 Ggr. die im Minuendus vorhandene 4 Ggr. und setzet diese Summa 16 + 4 = 20 Ggr. unter dem Strich. Endlich subtrahiret man die Thaler und setzet die Differenz 7 — 3 = 4 Thlr. unter dem Strich. Es ist also 8 Thlr. 4 Ggr. 6 Pf.) — (3 Thlr. 8 Ggr. 4 Pf. = 4 Thlr. 20 Ggr. 2 Pf.

§. 22.

Die Multiplication fängt man bey der kleinsten Benennung an, multipliciret jede Art des benamten Multiplicandus besonders mit dem ohnbenamten Multiplicator, setzet alle erhaltene Producte unter dem Strich, und reduciret die kleinen Benennungen derselben in grösere. Z. E. Man soll 8 Thlr. 3 Ggr. 5 Pf. mit 14 multipliciren, so ist die Anzeige (8 Thlr. 3 Ggr. 5 Pf.). 14.

Der Aufsatz u. Ausarbeitung (8 Th. 3 Ggr. 5 Pf.). 14

14 14 14

112 Th. 42 Ggr. 70 Pf.

112 Th. 47 Ggr. 10 Pf.

und das Product 113 Th. 23 Ggr. 10 Pf.

Man multiplicirte hier

1) 5 Pf. mit 14 und war 5. 14 = 70 Pf.
2) 3 Sgr. mit 14 — — 3. 14 = 42 Sgr.
3) 8 Thl. mit 14 — — 8. 14 = 112 Thlr.

4) 70 Pf. wurden reducirt zu Sgr., also $\frac{70}{12}$ Sgr. = 5 Sgr. 10 Pf. Die 10 Pf. wurden unter den Strich gesetzt.

5) 42 + 5 = 47 Sgr. wurden reducirt zu Thlr. also $\frac{47}{24}$ Thlr. = 1 Thlr. 23 Sgr., diese 23 Sgr. wurden unter dem Strich gesetzet.

6) 112 + 1 = 113 Thlr. wurden auch unter dem Strich gesetzet.

§. 23.

Die Division fänget man bey der größesten Benennung an; dividiret wieder jede Klasse des benamten Dividendus durch den ohnbenamten Divisor besonders, und setzet die erhaltene Quotienten unter dem Strich. Bleibt bey denen erstern linker Hand stehenden Klassen des Dividendus nach geschehener Division ein Rest, so resolviret man solchen in die folgende Benennung, addiret zu diesen Produkt die im Dividendus vorhandene gleichnamigte Einheit und dividiret diese Summa. Bleibt aber bey der letzten Klasse ein Rest, so setzet man selbigen mit untergesetzten Divisor und darzwischen gezogenen Strich neben den letztern erhaltenen Quotienten.

Z. E. Man soll 36 Thlr. 18 Sgr. 7 Pf. durch 8 dividiren, so wäre die Anzeige 36 Thlr. 18 Sgr. 7 Pf.) : 8.

Der Aufsatz u. die Ausarbeit. 36 Th. 18 Ggr. 7 Pf. : 8.

8 96

4 Th. 114 Ggr. 7 Pf.

8 24

4 Th. 14 Ggr. 31 Pf.

8

4 Th. 14 Ggr. $3\frac{7}{8}$ Pf.

Man dividiret hier

1) 36 Thlr. durch 8 welches $\frac{36}{8}$ Thlr. $= 4\frac{4}{8}$ Th.

hievon werden die 4 unter der Strich gesetzet, der Rest welcher auch 4 Thlr. wird in Gutegr. resolviret, geben 4. 24 = 96 Ggr. welche mit den vorhandenen 18 Ggr. die Summa 96 + 18 = 114 Ggr. geben.

2) 114 Ggr. durch 8 geben $\frac{114}{8}$ Ggr. $= 14\frac{2}{8}$ Ggr., die 14 Ggr. werden wieder unter dem Strich gesetzet, der Rest, welcher hier 1 Ggr. wird in Pfennige resolviret, geben 2. 12 = 24 Pf. zu diesen die noch vorhandene 7 Pf. addiret, geben die Summa 24 + 7 = 31 Pf.

3) 31 Pf. durch 8 geben $\frac{31}{8}$ Pf. $= 3\frac{7}{8}$ Pf. dieser Quotient von 3 Pf. wird nebst den gebliebenen Rest von 7 Pf. mit untergesetzten Divisor 8 unter dem Strich gesetzet. Es ist also 36 Th. 18 Ggr. 7 Pf.) : 8 = 4 Thlr. 14 Ggr. $3\frac{7}{8}$ Pf.

§. 24.

Bey den vier Rechnungsarten mit benamten Zahlen ist in Absicht des Geldes noch folgendes zu be-

merken. Es giebt zwar in jedem Lande verschiedene Münzsorten, es sind aber allemahl gewisse Münzarten, wovon einige zuweilen nicht wirklich geprägt vorhanden, erwählet, in welchen der Handel geschlossen wird, der Kaufmann die Rechnungen abfasset und seine Handlungsbücher führet, und hievon ist der Ausdruck entstanden, dieses oder jenes Land, dieser oder jener Ort führet Buch und Rechnung. Man pflegt auch wohl diese zum Handel erwählte Münzarten, Rechnungsmünzen zu nennen.

So sind z. E. in Braunschweigischem Lande, oder nach dem gewöhnlichen Ausdruck, Braunschweig führet Buch und Rechnung in Thaler, Mariengroschen, Pfennig. Hingegen Hamburg führet Buch und Rechnung in Mark, Schilling, Pfennig. London führet Buch und Rechnung in Pfund Sterling, Schilling Sterling, Pfennig Sterling. Von allen diesen sind nur fingirte und nicht wirklich geprägte Münzen Pfund Sterling in London, Thaler in Braunschweig. Nelkenbrechers Taschenbuch eines Banquier und Kaufmann, welches von den vornehmsten Handelsarten, die Beschaffenheit und Vergleichung der Münzen, Maaße, Gewicht ꝛc. zeiget, und wovon vor kurzen die 6te Auflage vermehret in Berlin gedruckt, giebt auch von denen angenommenen Rechnungsmünzen die beste Anleitung.

Dritter Abschnitt.

Von den vier Rechnungsarten mit ohnbenamten und benamten Brüchen, und der sogenannten Probe der Rechnungsarten.

§. 25.

Ein Bruch oder gebrochene Zahl ist ein in gleich große Theile getheiltes Ganze.

Die Anzeige eines Bruchs geschiehet auf die in der Division §. 16. gezeigte Art, daß man den Divisor unter den Dividendus mit darzwischengezogenem Strich setzet.

§. 26.

Alle auf eben erwähnte Art angezeigten Divisionsexempel kann man also als Brüche betrachten. Es bekommt aber alsdann der Divisor den Namen Nenner, der Dividendus den Namen Zähler.

Diese Benennung rühret daher, weil ein jeder Bruch nach §. 25. als ein in gleich große Theile getheiltes Ganze betrachtet wird, so zeiget der Nenner allemahl die Theile an, in welche das Ganze getheilet worden, der Zähler hingegen zeiget an, wie viel von diesen Theilen vorhanden.

Z. E. in den Bruch $\frac{3}{4}$ zeiget der Nenner 4, daß das Ganze in 4 gleich große Theile getheilet ist, der Zähler 3 hingegen, daß von diesen 4 Theilen nur 3 vorhanden sind.

§. 27.

Bey der Aussprache eines Bruchs wird der Zähler zuerst, demnächst der Nenner mit angehängter

Silbe tel, oder dem Wort Theil ausgesprochen. Z. E. $\frac{3}{4}$ wird dreyviertel ausgesprochen.

§. 28.

Alle Brüche bekommen sowohl in Ansehung ihrer Renner als Zähler verschiedene Namen, als

1) in Ansehung der Renner werden solche entweder decimal oder ordinaire Brüche genennet.

Ein decimal Bruch ist, wenn der Renner aus gar keiner Zahl sondern allein aus einer 1 mit einer oder mehrern Nullen verbunden bestehet; so sind z. E. $\frac{1}{10}$, $\frac{98}{100}$, $\frac{103}{1000}$ u. s. w. decimal Brüche.

Ein ordinärer Bruch hingegen ist, wenn der Renner aus lauter 1, oder aus bloßen Zahlen, oder aus mehr als einer 1 mit Nullen verbunden, oder aus Zahlen mit 1 oder Nullen bestehet. Z. E. $\frac{8}{1}$, $\frac{10}{11}$, $\frac{24}{36}$, $\frac{200}{1100}$, $\frac{27}{31}$, $\frac{14}{700}$ sind ordinaire Brüche.

2) In Ansehung der Zähler giebt es ächte und unächte Brüche, und zwar sowohl decimal als ordinaire Brüche. Ein ächter decimal und ordinairer, ist, dessen Zähler kleiner als der Renner. Z. E. $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{10}$. Alle ächten Brüche sind also weniger oder kleiner wie 1. Denn z. E. an $\frac{3}{4}$ fehlet noch $\frac{1}{4}$. an $\frac{4}{5}$ fehlet noch $\frac{1}{5}$, an $\frac{8}{10}$ fehlet noch $\frac{2}{10}$ ehe ein jeder $= 1$ ist.

Alle Divisionsexempel, in welchen der Dividendus kleiner als der Divisor sind ächte Brüche.

Alle Reste die nach geschehener Division übrig bleiben können, sind ächte Brüche.

Ein unächter Bruch ist dessen Zähler entweder eben so groß oder noch größer als der Renner ist. Z. E. $\frac{4}{4}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{11}{10}$ u. s. w.

Alle unächten Brüche deren Zähler eben so groß als ihre Nenner sind = 1. Denn betrachtet man solche Brüche als Divisionsexempel, so sind ihre Quotienten = 1, also $\frac{4}{4} = 4 : 4 = 1$.

Alle unächte Brüche deren Zähler größer als der Nenner sind auch größer als 1; denn betrachtet man solche Brüche wieder als Divisionsexempel, so ist der Quotient auch größer wie 1, weil der Divisor in dem Dividendus mehr als einmahl enthalten ist.

§. 29.

Außer den erwähnten Arten von Brüchen hat man auch noch

1) vermischte Brüche, wenn nemlich bey dem gegebenen Bruch eine ganze Zahl vorhanden. Z. E. $1\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$. Bey der Aussprache spricht man hier zuerst die ganze Zahl und hierauf den Bruch aus. Z. E. $2\frac{3}{4}$ wird zwey und drey viertel ausgesprochen.

2) Doppelte Brüche, oder Brüche aus Brüchen. Z. E. $\frac{\frac{1}{2}}{8}$, $1\frac{\frac{1}{2}}{8}$, ersterer wird ein halbachtel, letzterer ein und ein halbachtel oder anderthalbachtel ausgesprochen.

3) Vermischte doppelte Brüche. Z. E. $1\frac{\frac{1}{2}}{8}$, $3\frac{1\frac{1}{2}}{8}$, ersterer wird ein ganzes und ein halbachtel, letzterer drey ganze und anderthalbachtel ausgesprochen.

Das Unterscheidungszeichen zwischen doppelten und vermischten doppelten Brüchen bestehet in dem untergezogenen letztern Strich. Gehet selbiger mit unter der ganzen Zahl wie in $\frac{1\frac{1}{2}}{8}$, so ist es bloß ein dop-

pelter Bruch, ist aber die ganze Zahl, wie in $1\frac{1}{8}$ oder $3\frac{1\frac{1}{2}}{8}$, so ist es ein vermischter doppelter Bruch.

§. 30.

Alle Brüche können vergrößert und verkleinert werden.

1) Daß der innere Werth der Brüche dadurch vergrößert und verkleinert wird.

2) Daß der innere Werth der Brüche ohnverändert bleibt.

Soll der innere Werth der Brüche vergrößert werden, so multipliciret man den Zähler des Bruches allein mit einer Zahl, oder dividiret den Nenner des Bruchs allein mit einer Zahl. Der innere Werth des Bruchs wird alsdann eben so vielmahl vergrößert als die zu der Multiplication des Zähler, oder Division der Nenner genommene Zahl Einheiten hat. Durch die Division kann man aber nur die Brüche vergrößern, deren Nenner durch die zur Vergrößerung gegebenen Zahl ohne Rest theilbar. Multipliciret man also von dem Bruch $\frac{7}{8}$ den Zähler mit 2, so ist der Bruch $\frac{7 \cdot 2}{8} = \frac{14}{8}$ auch zweymahl so gros als $\frac{7}{8}$; dividiret man hier auch den Nenner 8 mit 2, so ist $\frac{7}{8:2} = \frac{7}{4}$ ebenfalls noch zweymahl so groß als $\frac{7}{8}$.

Soll der innere Werth der Brüche verkleinert werden, so multipliciret man entweder den Nenner allein, oder dividiret, wenn es sich thun lässet den Zähler allein mit einer Zahl. Dies Kleinerwerden des

innern Werths richtet sich auch hier nach der Einheit der zu der Multiplication des Nenner oder Division des Zähler genommenen Zahl. So ist z. E. $\frac{8:4}{9} =$

$\frac{2}{9} = \frac{8}{9.4} = \frac{8}{36} =$ der vierte Theil von $\frac{8}{9}$.

Soll aber die Vergrößerung der Brüche keinen Einfluß auf ihren innern Werth haben, so multiplicirt man Zähler und Nenner zu gleicher Zeit mit einer Zahl, so ist z. E. $\frac{3}{4} = \frac{3.2}{4.2} = \frac{6}{8}$. Denn hier ist der Zähler 3 sowohl wie der Nenner 4 zweymahl vergrößert.

Soll auch die Verkleinerung der Brüche auf ihren innern Werth keinen Einfluß haben, so dividirt man Zähler und Nenner ebenfalls zu gleicher Zeit mit einerley Zahl, so ist z. E. $\frac{4}{8} = \frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$, weil der Zähler 4 und der Nenner 8 zu gleicher Zeit mit 4 getheilet sind.

Die so gezeigte Vergrößeruug findet bey allen Brüchen statt; die Verkleinerung aber nur bey den Brüchen deren Zähler und Nenner durch einerley Zahl ohne Rest theilbar sind. Diese zur Theilung sich schickende Zahl nennet man den beyden Größen gemeinschaftlichen Factor.

Die bey der Division §. 17. gezeigte Gleichheit der Quotienten, eines ohnverändert gebliebenen Dividendus und Divisor, und eines durch die Multiplication mit einerley Zahl vergrößerten, oder durch die Division mit einerley Zahl verkleinerten Dividendus

und Divisor beweiset auch hier den ohnverändert gebliebenen innern Werth des Bruchs, welcher auf eben gezeigte Art vergrößert oder verkleinert ist.

Bey benamten Brüchen aber kann man es am besten einsehen, daß der Werth der Brüche hiedurch keine Veränderung leidet. Z. E. $\frac{3}{4}$ Thaler sind 18 Ggr. es bestehet aber $\frac{3}{4}$ Thaler aus 3 Stück, wovon ein jedes 6 Ggr. an Werth hat. Vergrößerte man nun $\frac{3}{4}$ mit 6, so entstünde der Bruch $\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$ Thaler, welche auch 18 Ggr. aber aus 6 Stücken bestehend, wovon ein jedes 3 Ggr. an Werth hat. Der innere Werth von $\frac{3}{4}$ Thaler und $\frac{6}{8}$ Thaler bleibt sich also gleich, nur die Münzsorten sind verändert.

§. 31.

Bey Brüchen deren Zähler und Nenner aus grossen Zahlen bestehen, fällt diese eben erwähnte Verkleinerung ohne Veränderung des innern Werths oft schwer, indem man nicht sogleich die Zahl finden kan, durch welche die Verkleinerung vorzunehmen. Ob aber eine Zahl durch 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 25, 125 ohne Rest theilbar sey, kann man aus folgenden Kennzeichen der gegebenen Zahlen erkennen.

1) Durch 2

lassen sich alle ohne Rest verkleinern, welche am Ende rechter Hand eine gerade Zahl, nemlich 2, 4, 6, 8, 0 haben.

2) Durch 3

sind die Zahlen theilbar, deren Summe durch 3 theilbar. Diese Summe entstehet, wenn man blos die Einheiten der Zahlzeichen ohne Rücksicht ihrer Klas-

sen zusammen zählet, so ist z. E. 3456 durch 3 theilbar, weil 3+4+5+6 = 18 durch 3 theilbar ist.

3) Durch 4

kann man alle Zahlen verkleinern, deren letzte zwo Zahlen rechter Hand durch 4 theilbar. Z. E. 916 und 728 sind beide durch 4 theilbar, denn in ersterer ist 16, in letzterer 28 durch 4 theilbar.

4) Durch 5

lassen sich die Zahlen verkleinern, deren letzte Zahl rechter Hand 5 oder 0 ist. Z. E. 735 und 820.

5) Durch 6

sind die Zahlen theilbar, der Summa durch 3 theilbar. Z. E. 1425, 1452, 4152 ist durch 3 theilbar, denn von allen ist die Summa 12 welche durch 3 theilbar ist.

6) Durch 8

sind zu verkleinern alle Zahlen deren 3 letzte Zahlen rechter Hand durch 8 theilbar. Z. E. 65536, denn 536 ist ohne Rest durch 8 theilbar.

7) Durch 9

kann man alle Zahlen verkleinern, deren Summa durch 9 ohne Rest theilbar. Z. E. 7992 denn 7+9+9+2 = 27 und diese ist durch 9 theilbar.

8) Durch 10

lassen sich alle Zahlen theilen, welche am Ende rechter Hand eine oder mehrere Nullen haben, als 100, 4000.

9) Durch 11

sind ohne Rest theilbar,

1) Alle Zahlen die aus 2, 4, 6, 8, gleich großen Zahlen bestehen. Z. E. 22, 3333, 444444 u. s. w.

2) Deren mittelste Zahl so gros als die Summa der beyden äußern. Z. E. 451, 286, 396, bey erstererer ist die mittelste Zahl 5 = der Summa der beyden äußern 4 + 1 = 5, bey der zweyten ist die mittelste Zahl 8 = der Summa der beyden äußern 2 + 6 und bey der dritten ist die mittelste Zahl 9 = der Summa der beyden äußern 3 + 6. Dieses letzte Kennzeichen der Gleichheit der Summa der beyden äußern und der mittelsten Zahl findet sich aber nur bey denen Zahlen welche aus drey Classen bestehen.

10) Durch 25

kann man alle Zahlen verkleinern, die sich mit 25 oder auch mit mehr als einer 0 endigen. Z. E. 625, 7300.

11) Durch 125

deren 3 letzte Zahlen durch 125 theilbar oder die am Ende drey Nullen haben. Z. E. 72625, 72000.

Daß ein Bruch ohne Rest theilbar sey, und durch welche Zahl diese Theilung geschehen kann, findet man auch auf folgende Art.

Es wird nämlich der Nenner durch den Zähler dividiret, bleibt alsdenn kein Rest, so ist dieser genommene Divisor oder der Zähler das Maaß, durch welches der Bruch verkleinert werden kann. Z. E. man hätte den Bruch $\frac{36}{144}$, dividiret man hier den Nenner 144 durch den Zähler 36, so ist der Quotient 4, da nun kein Rest bleibet, so ist auch hier der Zähler 36 selbst das gemeinschaftliche Maaß, durch welches dieser Bruch verkleinert werden kann, und ist

$$\frac{36:36}{144:36} = \frac{1}{4}.$$

Bleibt aber nach geschehener Division ein Rest, so dividiret man erstern Divisor durch diesen Rest, und

setzet diese Division des letztern Divisor durch den letztern Rest so lange fort, bis entweder gar kein Rest mehr bleibt, oder dieser Rest = 1 ist. Im erstern Fall ist der letzte Divisor die Zahl durch welche der Bruch ohne Rest theilbar, im letztern Fall aber ist der Bruch nicht theilbar.

Z. E. $\frac{36}{1446}$ ist durch 6 theilbar, denn 1446:36 = 40 $\frac{6}{36}$ und 36:6 = 6 auch bleibt kein Rest übrig; hingegen $\frac{34}{87}$ ist nicht theilbar, denn 87:34 = $2\frac{19}{34}$, ferner 34:19 = $1\frac{15}{19}$ und 19:15 = $1\frac{4}{15}$, ferner 15:4 = $3\frac{3}{4}$, endlich 4:3 = $1\frac{1}{3}$, hier bleibt am Ende der Rest = 1.

§. 32.

Alle Brüche deren Nenner noch so verschieden, können unter einem Nenner gebracht werden, oder man kann allen Brüchen einerley Nenner verschaffen, ohne daß der innere Werth der Brüche leidet. Man nennt dieses Verfahren, Brüche unter einen General oder Hauptnenner bringen. Dieses geschiehet auf folgende Art:

1) Man multipliciret alle Nenner mit einander.

2) Man multipliciret auch jeden Zähler mit eben den Factoren durch welche der Nenner desselben vergrößert worden.

Z. E. man wollte $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ unter einen Hauptnenner bringen, so wäre der Auffatz:

$\frac{3}{4}$. 3. 5 = $\frac{45}{60}$
$\frac{2}{3}$. 4. 5 = $\frac{40}{60}$
$\frac{3}{5}$. 3. 4 = $\frac{36}{60}$.

Hier sind zuerst die Nenner 3, 3, 5 mit einander multipliciret, und giebt das Product 4. 3. 5

oder 3. 4. 5 oder 5, 3. 4 den Hauptnenner 60 zu allen dreyen Brüchen.

Ferner, weil der Nenner 4 des Bruchs 3. 5 = 15 mahl vergrößert ist, so ist auch der Zähler 3 mit 15 vermehret, es entstehet also der neue Zähler 15. 3 = 45, dessen Nenner = 60, folglich der neue Bruch $\frac{45}{60}$ anstatt $\frac{3}{4}$.

Auf gleiche Weise sind auch die übrigen Brüche, als $\frac{40}{60}$ anstatt $\frac{2}{3}$, und $\frac{36}{60}$ anstatt $\frac{3}{5}$ entstanden.

Daß aber $\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$; $\frac{2}{3} = \frac{40}{60}$; $\frac{3}{5} = \frac{36}{60}$ also keiner dieser Brüche dem innern Werth nach verändert worden, beweiset §. 30. weil nach selbigen hier der Zähler sowohl als der Nenner eines jeden Bruchs mit einerley Zahl vergrößert ist.

§. 33.

Alle vermischte Brüche kann man in unächte Brüche verwandeln.

Dieses Verfahren nennt man Brüche einrichten und geschiehet auf folgende Art:

1) Man multipliciret die ganze Zahl mit dem Nenner des dabey befindlichen Bruchs.

2) Zu diesen erhaltenen Producten addiret man den Zähler des Bruchs.

3) Setzet man unter diese Summe den vorigen Nenner, so ist z. E. $2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4}$.

§. 34.

Man kann eine jede ganze Zahl in einen Bruch verwandeln, ohne daß der innere Werth der ganzen

Zahl leidet. Dieses geschiehet, wenn man die ganze Zahl als Zähler nimmt, und unter selbige zum Nenner 1. setzet, so ist z. E. $8 = \frac{8}{1}$.

§. 35.

Doppelte Brüche kann man in einfache Brüche verwandeln. Durch diese Verwandelung entstehet: ein ächter Bruch, wenn der doppelte Bruch nicht vermischt ist. Ein unächter Bruch, wenn der doppelte Bruch vermischt ist.

Die Verwandelung eines doppelten in einen einfachen Bruch geschiehet auf folgende Art:

1) Bestehet dieser doppelte Bruch blos aus untereinander gesetzten einfachen Zahlen. Z. E. $\frac{\frac{1}{3}}{8}$, so setzet man die oberste Zahl wie hier 1 wieder zum Zähler und unter das Product der übrigen Zahlen, also hier z. $8 = 24$ zum Nenner, es ist also $\frac{\frac{1}{3}}{8} = \frac{1}{24}$. Bestehet aber die oberste Reihe aus einem vermischten Bruch, wie z. E. in $\frac{1\frac{1}{2}}{8}$, so richtet man $1\frac{1}{2}$ als vermischten Bruch betrachtet, erst ein, und setzet von den erhaltenen unächten Bruch $\frac{3}{2}$, den Zähler 3 wieder zum Zähler und unter diesen das Product von $2.8 = 16$ zum Nenner, so ist $\frac{1\frac{1}{2}}{8} = \frac{\frac{3}{2}}{8} = \frac{3}{2.8} = \frac{3}{16}$.

2) Bestehet der doppelte Bruch aus vermischten Brüchen, so verfähret man mit den Brüchen wie zuvor, und wenn solche erst in einen Bruch verwandelt, so richtet man solche durch die Multiplication der gan-

zen Zahl mit dem neuen Nenner, wie bereits gezeiget, ein; so ist z. E. $2\frac{1}{4} = 2\frac{1}{2.4} = 2\frac{1}{8} = \frac{17}{8}$ und $3\frac{1\frac{1}{2}}{4} = 3\frac{\frac{3}{2}}{4} = 3\frac{3}{8} = \frac{27}{8}$

§. 36.

Alle Brüche deren Nenner von gleicher Größe, sind ähnliche oder gleichartige Brüche, weil bey selbigen das Ganze in gleich große Theile getheilet; so sind $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{9}{8}$ Brüche von einer Art.

§. 37.

Alle Brüche, deren Nenner nicht nur von gleicher Größe, sondern deren Zähler auch unter einander gleich groß, sind gleiche und ähnliche Brüche, denn das Ganze bestehet nicht nur aus gleich großen Theilen, sondern ein jeder dieser Brüche enthält auch gleich viele Theile von diesen Ganzen in sich. So ist z. E. $\frac{3}{8} = \frac{3}{8}$, $\frac{4}{4} = \frac{4}{4}$ u. s. w.

§. 38.

Unter gleichartigen Brüchen, oder Brüchen von gleichen Nennern ist allemahl der größeste, dessen Zähler der größeste ist, denn in selbigen sind die mehrsten Theile vom Ganzen enthalten, so ist also unter $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{8}$ der Bruch $\frac{5}{8}$ der größeste.

§. 39.

Alle Brüche kann man in Ansehung ihrer Größe mit einander vergleichen.

Diese Vergleichung bestehet in der Untersuchung welcher von den gegebenen Brüchen den innern Werth nach der größeste ist.

Sie erfordert Brüche von gleich großen Nennern, weil nur Dinge von einer Art mit einander verglichen werden können.

Haben die zu der Vergleichung gegebenen Brüche nicht einartige Nenner, so verschaffet man diesen Brüchen zuerst nach §. 32. einen Generalnenner, und alsdann bestimmt nach §. 38. die Größe der neuen Zähler den größesten Bruch. So ist z. E. unter $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, der erstere Bruch der größeste, wie aus beygesetzter Berechnung zu sehen, als

$$\frac{3}{4} \cdot 3 \cdot 5 = \frac{45}{60}$$
$$\frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 5 = \frac{40}{60}$$
$$\frac{3}{5} \cdot 3 \cdot 4 = \frac{36}{60}$$

§. 40.

So wohl die Addition, als Subtraction erfordert gleichartige Brüche oder Brüche von gleichen Nennern und bestehet alsdenn: die Addition in Addirung der Zähler. Die Subtraction in Subtrahirung des Zähler des Subtrahendus von dem Zähler des Minuendus; denn

1) lassen sich nur gleichartige Größen sowohl zusammen zählen als von einander abziehen.

2) Kann man nur die Theile, welche man hat, addiren und von einander abziehen, und diese vorhandene Theile des Ganzen zeigen nach §. 26 die Zähler an.

Die Anzeige der Addition und Subtraction ist der bey ganzen Zahlen gezeigten Art völlig gleich. Man setzet nemlich bey der Addition die gegebene zu summirende Brüche mit darzwischen gesetzten Additionszeichen in eine Reihe, und bey der Subtraction den Minuendus und Subtrahendus mit ebenfalls darzwischen ge-

setzten Subtractionzeichen solchergestalt in eine Reihe, daß allemahl der Minuendus voran gesetzet wird.

Der Aufsatz bey beyden Rechnungsarten ist auch hier eben so wie bey ganzen Zahlen gelehret, daß man die gegebene Brüche untereinander setzet.

Sind die gegebenen Größen vermischte Brüche, so setzet man ganze Zahlen unter Ganze und Brüche unter Brüche.

Bey der Berechnung fängt man sowohl die Addition als Subtraction bey den Brüchen an.

Entstehet bey der Addition der Brüche aus der Summa der Zähler ein unächter Bruch, so dividiret man den Zähler durch den Nenner, so giebt der Quotient die darin vorhandene ganze Zahlen, welche zu den bey den Brüchen befindlichen Ganzen addiret werden. Bleibt bey der Division des Zähler durch den Nenner ein Rest übrig, welcher aber nach §. 16. allemahl kleiner wie der Nenner seyn muß, so setzet man solchen mit dem untergesetzten Divisor als Bruch hinter die Summe der ganzen Zahlen.

Wenn bey der Subtraction der Zähler des Subtrahendus größer als des Minuendus ist, so borget man bey den ganzen Zahlen des Minuendus ein Ganzes, dieses Ganze wird aber als ein unächter Bruch, dessen Zähler dem Nenner gleich und zwar mit dem Hauptnenner von gleicher Größe ist, betrachtet. Wäre also der Hauptnenner 16, so ist das geborgte Ganze auch $= \frac{16}{16}$. Der Zähler dieser geborgten Einheit wird alsdenn zu dem im Minuendus vorhandenen Zähler addiret und von dieser Summe der Zähler des Subtrahendus abgezogen.

Bey der Subtraction muß man allemahl, wenn beyde Größen vermischte Brüche, oder eine ein vermischter Bruch, die andere eine ganze Zahl ist, auf die Größe der ganzen Zahlen sehen, um die größeste Größe zu entscheiden.

Ist nun die ganze Zahl des Minuendus die grösseste Zahl, so subtrahiret man sowohl die Ganzen als den Bruch des Subtrahendus von den gegebenen Grössen des Minuendus.

Ist hingegen die ganze Zahl des Subtrahendus die größeste, so subtrahiret man alle gegebenen Grössen des Minuendus von den Subtrahendus, und setzet alsdenn nach §. 13. vor die erhaltene Differenz das Minuszeichen.

Bestehet der Minnendus und Subtrahendus aus ächten Brüchen und ersterer ist kleiner als letzterer, so ziehet man auch den Zähler des erstern von den Zähler des letztern ab, und setzet vor die Differenz das Minuszeichen.

Aus beygesetzten berechneten Exempeln ist die Anwendung der gegebenen Regeln zu sehen.

1) Bey einem Additionsexempel ist

die Anzeige $2\frac{3}{4} + 6\frac{3}{5} + 4\frac{2}{3} + 9$

der Aufsatz und Berechnung $2\frac{3}{4} \cdot 5 \cdot 3 = 45$

$6\frac{3}{5} \cdot 3 \cdot 4 = 36$

$4\frac{2}{3} \cdot 5 \cdot 4 = 40$

9

$23\frac{1}{60}$ $\qquad \frac{121}{60} = 2\frac{1}{60}$.

2) Bey einem Subtractionsexempel ist

No. 1. die Anzeige $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

der Aufsatz und Berechnung $\frac{3}{4}$. 3 = 9 Minuendus.
$\frac{1}{3}$. 4 = 8 Subtrahendus.

$\frac{1}{8}$ 1 Differenz.

No. 2. die Anzeige $\frac{8}{9}$ — $\frac{10}{11}$
Aufsatz und Berechnung $\frac{8}{9}$. 11 = 88
$\frac{10}{11}$. 9 = 90

— $\frac{2}{99}$ — 2

No. 3. Anzeige $8\frac{3}{4}$) — ($4\frac{2}{3}$
Aufsatz und Berechnung $8\frac{3}{4}$. 3 = 9
$4\frac{2}{3}$. 4 = 8

$4\frac{1}{12}$ 1

No. 4. Anzeige $9\frac{2}{3}$) — ($4\frac{3}{4}$
Aufsatz und Berechnung $9\frac{2}{3}$. 4 = 8
$4\frac{3}{4}$. 3 = 9

$4\frac{11}{12}$ 11

No. 5. Anzeige $7\frac{3}{8}$) — (4
Aufsatz und Berechnung $7\frac{3}{8}$
4

$3\frac{3}{8}$

No. 6. Anzeige 12) — ($6\frac{3}{4}$
Aufsatz und Berechnung 12.
$6\frac{3}{4}$

$5\frac{1}{4}$

No. 7. Anzeige $6\frac{2}{3}$) — ($8\frac{1}{4}$
Aufsatz und Berechnung $6\frac{2}{3}$. 4 = 8
8. $\frac{1}{4}$. 3 = 3

— $1\frac{7}{12}$ — 7

No. 8. Anzeige $7\frac{1}{3}$) — ($8\frac{3}{4}$
Aufsatz und Berechnung $7\frac{1}{3}$. 4 = 4
$8\frac{3}{4}$. 3 = 9

— $1\frac{5}{12}$ 5

No. 9. Anzeige $4\frac{3}{4}$) — (8
Aufsatz und Berechnung $4\frac{3}{4}$
8.
— $3\frac{1}{4}$

No. 10. Anzeige 5) — ($6\frac{2}{3}$
Aufsatz und Berechnung 5
$6\frac{2}{3}$
— $1\frac{2}{3}$.

§. 41.

Die Multiplication der Brüche erfordert keine Brüche von gleichen Nennern, und bestehet in der Multiplication der Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner, und giebt alsdann das Product der Zähler den neuen Zähler, und das Product der Nenner den neuen Nenner.

Die Anzeige geschiehet wie bey ganzen Zahlen, man setzet die gegebene Factoren mit darzwischen gesetzten Multiplicationszeichen in eine Reihe. Außer diesem ist zu bemerken:

1) Wenn der eine Factor eine ganze Zahl, so verwandelt man solche nach §. 34. durch untergesetzte 1. in einen Bruch.

2) Ist ein Factor oder sind beyde Factoren vermischte Brüche, so richtet man solche nach §. 33. ein.

3) Bestehet das erhaltene Product aus einem unächten Bruch, so dividiret man nach §. 40. den Zähler durch den Nenner, um die in dem Bruch vorhandene ganze Zahlen zu bekommen.

4) Kann der nach der Division gebliebene Rest verkleinert werden, so verrichtet man solches nach §. 30. Die Anwendung der Regeln zeiget sich in folgenden berechneten Exempeln, als

$\frac{3}{4}) \cdot (\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 5} = \frac{8}{20}$

$\frac{7}{8}) \cdot (1\frac{1}{2} = \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{21}{16} = 1\frac{5}{16}$

$9) \cdot (\frac{3}{4} = \frac{9}{1} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$

$1\frac{1}{2}) \cdot (1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$.

§. 42.

Die Division der Brüche erfordert eigentlich Brüche von gleichen Nennern, und bestehet alsdann in der Division des Zähler des Dividendus durch den Zähler des Divisor; denn betrachtet man die Division als eine so oft als möglich wiederholte Subtraction, so wird Dividendus = Minuendus, Divisor = Subtrahendus, beyde erfordern aber nach §. 40. gleiche Nenner; dividiret man nun den Zähler des Dividendus durch den Zähler des Divisor, so zeiget der Quotient an, wie vielmahl diese Subtraction vorgenommen werden konte.

Man verwandelt aber der Bequemlichkeit wegen hier die Division in eine Multiplikation, und alsdann gelten eben die bey der Multiplication gegebene Regeln. Diese Verwandlung geschiehet auf folgende Art.

1) Bestehet eine von den gegebenen Größen, es sey Dividendus oder Divisor aus einer ganzen Zahl, so verwandelt man solche durch untergesetzte 1. in einen Bruch.

2) Bestehet eine oder auch beyde Größen aus vermischten Brüchen, so richtet man solche ein, und wenn solches geschehen, so verkehret man

3) den zum Divisor gegebenen Bruch, und setzet den Zähler an des Nenner und den Nenner an des Zähler Stelle.

4) Die Anzeige eines Divisionexempel vor der Verwandlung geschiehet eben so wie bey ganzen Zahlen, daß man den Dividendus und Divisor mit darzwischen gesetzten Divisionszeichen solchergestalt in eine Reihe setzet, daß der Dividendus zuerst linker Hand zu stehen kommt. Nach der Verwandlung aber geschiehet die Anzeige durch das Multiplicationszeichen und wird nun der Dividendus und Divisor als Factoren betrachtet und behandelt, wie aus folgenden berechneten Exempeln zu sehen, als

$\frac{3}{4}) : (\frac{2}{3} = \frac{3}{4}) . (\frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$

$\frac{2}{3}) : (\frac{3}{4} = \frac{2}{3}) . (\frac{4}{3} = \frac{8}{9}$

$\frac{3}{4}) : (\frac{3}{4} = (\frac{8}{1}) : (\frac{3}{4} = \frac{8}{1}) . (\frac{4}{3} = \frac{8.4}{1.3} = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$

$\frac{3}{4}) : (8 = \frac{3}{4}) : (\frac{8}{1} = \frac{3}{4}) . (\frac{1}{8} = \frac{3.1}{4.8} = \frac{3}{32}$

$1\frac{1}{2}) : (\frac{3}{4} = \frac{3}{2}) : (\frac{3}{4} = \frac{3}{2}) . (\frac{4}{3} = \frac{3.4}{2.3} = \frac{12}{6} = 2$

$\frac{3}{4}) : (1\frac{1}{2} = \frac{3}{4}) : (\frac{3}{2} = \frac{3}{4}) . (\frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

§. 43.

Bey den vier Rechnungsarten der benamten Brüche ist folgendes zu bemerken:

1) Resolution oder Extraction, die Bestimmung des wahren Werths eines Bruches in Theile des Ganzen, wovon der Bruch gegeben. Z. E. man soll $\frac{5}{4}$ Th. in Gutegroschen bestimmen. Diese Resolution geschiehet auf folgende Art:

a) Man multipliciret allemahl den Zähler des gegebenen Bruchs mit der Zahl, welche die Einheit aus welcher das Ganze, wovon der Bruch gegeben, bestehet, anzeiget.

b) Dieses erhaltene Product dividiret man durch den Renner, so giebt der Quotient den gesuchten Werth. Da nun $\frac{3}{4}$ Thaler in Gutegroschen verwandelt werden sollen, und ein Thaler aus 24 Ggr. bestehet; so ist $\frac{3}{4}$ Thaler $= \frac{3 \cdot 24}{4}$ Ggr. $= \frac{72}{2}$ Ggr. $= 18$ Ggr.

c) Bleibt aber nach geschehener Division noch ein Rest, so verwandelt man solchen wieder in die folgende Benennung, und dieses setzet man so lange fort, bis keine kleinere Benennung mehr vorhanden, bleibt alsdann wieder ein Rest, so setzet man solchen mit seinem Divisor bruchweise hinter die zuletzt erhaltene kleinste Benennung. Z. E. man soll $\frac{5}{7}$ Thaler in Gutegroschen verwandeln oder resolviren, so sind $\frac{5}{7}$ Thaler $= \frac{5 \cdot 24}{7}$ Ggr. $= \frac{120}{7}$ Ggr. $= 17\frac{1}{7}$ Ggr. Ferner $\frac{1}{7}$ Ggr. $= \frac{1 \cdot 12}{7}$ Pf. $= \frac{12}{7}$ Pf. $= 1\frac{5}{7}$ Pf. Weil nun Pfennig die kleinste Benennung vom Thaler ist, so wird der zuletzt gebliebene Rest 5 mit untergesetzten Divisor 7 bruchweise hinter 1 Pf. gesetzet und sind also $\frac{5}{7}$ Thaler $=$ 17 Ggr. $1\frac{5}{7}$ Pf.

Bey Einnahme der Gelder wird gewöhnlich ein Bruch von Pfennigen, wenn solcher entweder $= \frac{1}{2}$ oder noch grösser wie $\frac{1}{2}$ für voll, also für einen ganzen Pfennig gerechnet, ist aber der Bruch vom Pfennig weniger als $\frac{1}{2}$, so wird er nicht gerechnet, z. E. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ werden für 1; $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, aber für nichts gerechnet.

Ob nun ein gebliebener Bruch vom Pfennig entweder $= \frac{1}{2}$ oder grösser oder kleiner als $\frac{1}{2}$ sey, erfährt man auf folgende Art.

Man multipliciret nemlich den Zähler des Bruchs mit 2., ist alsdenn dieses Product eben so groß als der Nenner, so ist es der Bruch auch nach §. 28. = 1. Ist das Product größer als der Nenner, so ist der Bruch auch mehr als 1; ist das Product aber kleiner als der Nenner, so ist auch der Bruch weniger wie 1. In beyden ersten Fällen wird der Bruch für eins, im letztern Fall aber für nichts gerechnet.

2) Reduction oder Verwandlung einer benamten Zahl in den Werth einer ihr ähnlichen größern Benennung. Z. E. man wollte eine Anzahl Gutegroschen in den Werth eines Thalers verwandeln.

Die Reduction geschiehet auf folgende Art. Man betrachtet die gegebene Größe als Theile der verlangten größern Benennung, setzet daher die gegebene Größe zum Zähler, die Theile, aus welcher die größere Benennung bestehet, zum Nenner. Z. E. man sollte 8 Ggr. in den Werth eines Thalers verwandeln, so setzet man $\frac{8}{24}$ Thaler; kann man alsdenn den erhaltenen Bruch wie hier verkleinern so geschiehet solches, und wäre $\frac{8}{24}$ Thaler $= \frac{8 : 8}{24 : 8}$ Thaler $= \frac{1}{3}$ Thaler.

Bestehen die gegebenen Größen, welche reduciret werden sollen, aus verschiedenen Benennungen, so verwandelt man solche zuförderst in die gegebene kleinste Benennung, und setzet unter diese alsdann zum Nenner die Zahl, aus so viel Einheiten der kleinsten Benennung eine Einheit der größesten Benennung bestehet, so wäre z. E. 16 Ggr. 4 Pf. im Werthe eines Thalers $=$ 16. 12 Pf. $+$ 4 Pf. $=$ 192 $+$ 4 Pf.

$= 196$ Pf. $= \frac{196}{288}$ Thaler.

Verkleinerte man hier den Bruch durch 4, so wäre $= \frac{196}{288} = \frac{196:4}{288:4} = \frac{49}{72}$ Thaler.

§. 44.

Das Verfahren bey den vier Rechnungsarten ist auch hier der bey den ohnbenamten Brüchen §. 40. gezeigten Art völlig gleich, auch gilt hier bey der Multiplication und Division benamter Brüche, die bey benamten ganzen Zahlen §. 19. gegebene Regel, daß allemahl, sowohl der Multiplicator als Divisor eine ohnbenamte ganze Zahl oder Bruch seyn muß.

So wäre z. E. $2\frac{3}{4}$ Th. $+ 6\frac{2}{3}$ Th. $+ 4\frac{4}{5}$ Th. $= 14\frac{13}{60}$ Th. $=$
$=$ 14 Th. 5 Ggr. $2\frac{2}{5}$ Pf.

denn $2\frac{3}{4} \cdot 3 \cdot 5 = 45$
$6\frac{2}{3} \cdot 5 \cdot 4 = 40$
$4\frac{4}{5} \cdot 3 \cdot 4 = 48.$

$14\frac{13}{60}$ Th. $\quad \frac{133}{60} = 2\frac{13}{60}$

und $\frac{13}{60}$ Th. $= \frac{13 \cdot 24}{60}$ Ggr. $= \frac{13 \cdot 2}{5}$ Ggr. $= \frac{26}{5}$ Ggr. $=$
$= 5\frac{1}{5}$ Ggr.

und $\frac{1}{5}$ Ggr. $= \frac{1 \cdot 12}{5}$ Pf. $= \frac{12}{5}$ Pf. $= 2\frac{2}{5}$ Pf.

ferner wäre $8\frac{2}{3}$ Th.) $-$ ($3\frac{3}{4}$ Th. $= 4\frac{11}{12}$ Th. $=$ 4 Th. 22 Ggr.

denn $8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 = 8$
$3\frac{3}{4} \cdot 3 = 9$

$4\frac{11}{12}$ Th. $\quad 11$

und $\frac{11}{12}$ Th. $= \frac{11 \cdot 24}{12}$ Ggr. $= 11 \cdot 2$ Ggr. $= 22$ Ggr.

desgleichen wäre $\frac{2}{3}$ Th.) . (2 = $\frac{2.2}{3}$ Th. = $\frac{4}{3}$ Th. = $= 1\frac{1}{3}$ Th. = 1 Th. $\frac{1.24}{2}$ Ggr. = 1 Th. 8 Ggr.

Ferner wäre $\frac{7}{8}$ Th.) : 5 = $\frac{7}{8}$ Th.) : $\frac{5}{1}$ = $\frac{7}{8}$ Th.) . $\frac{1}{5}$ = $\frac{7.1}{8.5}$ Th. = $\frac{7}{40}$ Th. = $\frac{7.24}{40}$ Ggr. = $\frac{7.3}{5.}$ Ggr. = $= \frac{21}{5}$ Ggr. = $4\frac{1}{5}$ Ggr. = 4 Ggr. $\frac{1.12}{5}$ Pf. = 4 Ggr. $\frac{12}{5}$ Pf. = 4 Ggr. $5\frac{2}{5}$ Pf.

§. 45.

Man kann sich überhaupt bey der Rechnung mit Brüchen folgender Vortheile bedienen:

1) Bey Bestimmung des Generalnenner. Wenn Brüche vorhanden, deren Nenner einer in dem andern ohne Rest theilbar, so multipliciret man nur den kleinsten von diesen Nennern mit der Zahl so vielmahl der kleine Nenner in dem grösern enthalten, der große Nenner bleibt aber ohnverändert und ist also dieser der Generalnenner dieser beyden Brüche.

Auf gleiche Weise versucht man es mit den übrigen Brüchen. Wenn solches geschehen, so multipliciret man die übrigen Nenner, welche nicht theilbar mit dem gefundenen Generalnenner. Z. E. Man soll $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{8} + \frac{5}{6} + \frac{3}{5}$ addiren. Setzet man diese Brüche nur wie bekannt untereinander, als

$\frac{3}{4}$. 2. 6. 5
$\frac{2}{3}$. 2. 8. 5
6. 5
8. 5
6. 8

so findet man, daß der Nenner 4 in dem Nenner 8 ohne Rest zweymahl enthalten ist. Man multipliciret also den Nenner 4 mit dieser 2, giebt zum Produkt 8, welche nunmehro der Generalnenner der beyden Brüche $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{8}$ ist.

Ferner ist der Nenner 3 in dem Nenner 6 auch ohne Rest zweymahl enthalten, es wird also der Nenner 3 auch mit dieser 2 multipliciret, so haben diese beyden Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{6}$ wieder einen Generalnenner, nemlich 6. Der Nenner 5 aber ist in keinem der gefundenen Generalnenner theilbar, man muß also erstere beyde sowohl mit einander, als auch mit diesen, und diesen mit erstern beyden multipliciren, und wäre alsdenn der Generalnenner aller dieser Brüche $= 8.6.5 = 6.8.5 = 5.6.8 = 4.2.6.5 = 3.2.8.5$.

Es kann aber auch diese Untersuchung, ob ein Nenner in dem andern ohne Rest theilbar, und welches der bequemste Generalnenner, vornemlich wenn viele Brüche vorhanden, auf folgende Art angestellt werden.

1) Man setzet die Nenner der gegebenen Brüche in eine Reihe mit darzwischen gesetzten Multiplicationszeichen, und macht vorne linker Hand vor diese Nenner eine Klammer.

2) Untersucht man, welche unter diesen Nennern durch einerley Zahl ohne Rest theilbar. Man verkleinert diese gefundene Nenner, die erhaltene Quotienten setzet man unter dem gezogenen Strich an die Stelle der vorigen Nenner, den Divisor mit welchem getheilet worden, vor die Klammer.

Man multipliciret nemlich den Zähler des Bruchs mit 2., ist alsdenn dieses Product eben so groß als der Nenner, so ist es der Bruch auch nach §. 28. = 1. Ist das Product größer als der Nenner, so ist der Bruch auch mehr als 1; ist das Product aber kleiner als der Nenner, so ist auch der Bruch weniger wie 1. In beyden ersten Fällen wird der Bruch für eins, im letztern Fall aber für nichts gerechnet.

2) Reduction oder Verwandlung einer benamten Zahl in den Werth einer ihr ähnlichen größern Benennung. Z. E. man wollte eine Anzahl Gutegroschen in den Werth eines Thalers verwandeln.

Die Reduction geschiehet auf folgende Art. Man betrachtet die gegebene Größe als Theile der verlangten größern Benennung, setzet daher die gegebene Größe zum Zähler, die Theile, aus welcher die größere Benennung bestehet, zum Nenner. Z. E. man sollte 8 Ggr. in den Werth eines Thalers verwandeln, so setzet man $\frac{8}{24}$ Thaler; kann man alsdenn den erhaltenen Bruch wie hier verkleinern so geschiehet solches, und wäre $\frac{8}{24}$ Thaler $= \frac{8:8}{24:8}$ Thaler $= \frac{1}{3}$ Thaler.

Bestehen die gegebenen Größen, welche reduciret werden sollen, aus verschiedenen Benennungen, so verwandelt man solche zuförderst in die gegebene kleinste Benennung, und setzet unter diese alsdann zum Nenner die Zahl, aus so viel Einheiten der kleinsten Benennung eine Einheit der größesten Benennung bestehet, so wäre z. E. 16 Ggr. 4 Pf. im Werthe eines Thalers $=$ 16. 12 Pf. $+$ 4 Pf. $=$ 192 $+$ 4 Pf. $=$ 196 Pf. $= \frac{196}{288}$ Thaler.

Verkleinerte man hier den Bruch durch 4, so wäre $= \frac{196}{288} = \frac{196:4}{288:4} = \frac{49}{72}$ Thaler.

§. 44.

Das Verfahren bey den vier Rechnungsarten ist auch hier der bey den ohnbenamten Brüchen §. 40. gezeigten Art völlig gleich, auch gilt hier bey der Multiplication und Division benamter Brüche, die bey benamten ganzen Zahlen §. 19. gegebene Regel, daß allemahl, sowohl der Multiplicator als Divisor eine ohnbenamte ganze Zahl oder Bruch seyn muß.

So wäre z. E. $2\frac{3}{4}$ Th. $+ 6\frac{2}{3}$ Th. $+ 4\frac{4}{5}$ Th. $= 14\frac{13}{16}$ Th. $=$
$= 14$ Th. 5 Ggr. $2\frac{2}{5}$ Pf.

denn $2\frac{3}{4} \cdot 3 \cdot 5 = 45$
$6\frac{2}{3} \cdot 5 \cdot 4 = 40$
$4\frac{4}{5} \cdot 3 \cdot 4 = 48.$

$14\frac{13}{60}$ Th. $\quad \frac{13}{60} = 2\frac{13}{60}$

und $\frac{13}{60}$ Th. $= \frac{13 \cdot 24}{60}$ Ggr. $= \frac{13 \cdot 2}{5}$ Ggr. $= \frac{26}{5}$ Ggr. $=$
$= 5\frac{1}{5}$ Ggr.

und $\frac{1}{5}$ Ggr. $= \frac{1 \cdot 12}{5}$ Pf. $= \frac{12}{5}$ Pf. $= 2\frac{2}{5}$ Pf.

ferner wäre $8\frac{2}{3}$ Th.) — ($3\frac{3}{4}$ Th. $= 4\frac{11}{12}$ Th. $= 4$ Th.
22 Ggr.

denn $8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 = 8$
$3\frac{3}{4} \cdot 3 = 9$

$4\frac{11}{12}$ Th. $\quad 11$

und $\frac{11}{12}$ Th. $= \frac{11 \cdot 24}{12}$ Ggr. $= 11 \cdot 2$ Ggr. $= 22$ Ggr.

3) Wenn nun keine Verkleinerung mehr möglich vorzunehmen ist, so multipliciret man alle gebliebene untheilbare Nenner mit den erhaltenen Quotienten, und dieser Product mit allen erhaltenen Divisoren, so giebt dieses letztere Hauptproduct den Generalnenner zu den gegebenen Brüchen.

4) Dividiret man diesen gefundenen Generalnenner mit jedem Nenner der gegebenen Brüche, so giebt jeder dieser Quotienten den Factor, mit welchen sowohl der Zähler als Nenner des Bruchs multipliciret werden muß. Z. E. es wären die gegebenen Brüche

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{8} + \frac{5}{6} + \frac{3}{5}$$

so setzet und verkleinert man die Nenner wie folget.

Nr. 1. 4:) 4 . 3 . 8 . 6 . 5

Nr. 2. 3:) 1 . 3 . 2 . 6 . 5

Nr. 3. 2:) 1 . 1 . 2 . 2 . 5

1 . 1 . 1 . 1 . 5

Bey der Verkleinerung Nr. 1. wurden die Nenner 4 und 8 durch 4 verkleinert, und kamen die Quotienten 1 und 2 an deren Stelle.

Bey der Verkleinerung Nr. 2. wurden die Nenner 3 und 6 durch 3 verkleinert, und kamen die Quotienten 1 und 2 an ihre Stelle.

Bey der Verkleinerung Nr. 3. der Nenner 2 und 2 durch 2. kamen die Quotienten 1 und 1 an ihre Stelle.

Es bleibt also in der Reihe der Nenner nur noch 5 übrig, denn alle übrigen Nenner sind 1. Diese 5 wird also mit dem Product der zur Verkleinerung gebrauchten Zahlen 4, 4, 2, also mit 4. 3. 2 = 24

multipliciret, so giebt 24. 5 = 120 den Haupt- oder Generalnenner zu den gegebenen Brüchen.

Da nun der Nenner 4 in diesen 120 , 30 mahl
— — — 3 — — — , 40 mahl
— — — 8 — — — , 15 mahl
— — — 6 — — — , 20 mahl
— — — 5 — — — , 24 mahl

ohne Rest enthalten, so zeigen diese erhaltene Quotienten 30, 40, 15, 20, 24 die Factoren an, mit welchen jeder Zähler und Nenner multipliciret werden muß, wie aus beygesetztem Exempel zu sehen.

$\frac{3}{4} \cdot 30 = \frac{90}{120}$
$\frac{2}{3} \cdot 40 = \frac{80}{120}$
$\frac{1}{8} \cdot 15 = \frac{15}{120}$
$\frac{5}{6} \cdot 20 = \frac{100}{120}$
$\frac{3}{5} \cdot 24 = \frac{72}{120}$.

2) Bey der Multiplication.

Wenn der Nenner des einen Factor in dem Zähler des andern Factor entweder ohne Rest enthalten, oder beyde sich durch einerley Zahl verkleinern lassen, so kann man vor der Multiplication diese Verkleinerung vornehmen. Z. E. es wäre gegeben $\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5}$, da hier der Zähler 4 in dem Nenner 8 ohne Rest zweymahl enthalten, so setzet man anstatt 4 zum Zähler den Quotienten $4 : 4 = 1$, und anstatt der 8 zum Nenner den Quotienten $8 : 4 = 2$, und ist alsdenn $\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$.

Der Grund dieser gezeigten Verkleinerung des Zähler des einen Factor, und des Nenner des andern Factor beruhet auf der §. 15. gegebenen Regel, daß Factoren in geänderter Ordnung einerley Produkt ge-

ben, denn $\frac{7.4}{8.5} = \frac{7.4}{8.5} = \frac{4.7}{8.5} = \frac{2.2.7}{2.4.5} =$

$\frac{2.2.7}{2.2.2.5} = \frac{2}{2}.\frac{2}{2}.\frac{7}{2.5} = 1.1.\frac{7}{10} = \frac{7}{10}$

3) Wenn unter den zur Addition gegebenen Brüchen, ein Bruch von großem Nenner befindlich: so addiret man zuerst alle Brüche, deren Nenner zu Bestimmung des Generalnenner am bequemsten, ziehet aus deren Summa die Ganzen, und addiret zu den gebliebenen Rest, als Bruch betrachtet, den noch vorhandenen Bruch. Z. E. es wäre $\frac{3}{4}+\frac{7}{8}+\frac{3}{64}+\frac{7}{71}$ gegeben, so addiret man zuerst $\frac{3}{4}+\frac{7}{8}+\frac{3}{64}$, weil zu diesen Brüchen der Hauptnenner $= 64$. Zu dieser erhaltenen Summa von $\frac{3}{4}+\frac{7}{8}+\frac{3}{64} = \frac{3}{4.16} + \frac{7}{8.8} +$

$+\frac{3}{64} = \frac{48+56+3}{64} = \frac{107}{64} = 1\frac{43}{64}$ wird der Bruch

$\frac{7}{71}$ addiret, so giebt $1\frac{43}{64} = \frac{7}{71} = 1\frac{43}{64.71} +$

$+\frac{7}{71.64} = 1\frac{3053+448}{71.64} = 1\frac{3501}{4544}$ die Summa von $\frac{3}{4}+\frac{7}{8}+\frac{3}{64}+\frac{7}{71}$

4) Wenn ein Bruch aus vielen Klassen bestehet und nicht verkleinert werden kann, erfordert die Berechnung nicht die äußerste Schärfe oder genaueste Anzeige des gebliebenen Bruchs, und kann oder darf man den gebliebenen Bruch nicht entweder nach §. 43. weder für 1. annehmen oder ganz weglassen, so streichet man im Zähler und Nenner von der rechten gegen die linke Hand so lan-

ge gleichviele Klassen ab, bis der Ueberrest im Zähler nur noch aus einer Klasse bestehet. Diese übrig gebliebene Klasse des Zähler, giebt den neuen Zähler eines Bruchs, dessen Nenner aus den übrig gebliebenen Klassen des vorigen Nenner bestehet, und diesen neuen Bruch nimmt man anstatt des gegebenen an. Damit aber dieser angenommene Bruch gegen den gegebenen nicht zu groß oder zu klein werde, so multipliciret man den Zähler und Nenner des angenommenen Bruchs mit so viel Einheiten, als Klassen im Zähler und Nenner des gegebenen Bruchs abgeschnitten, und vermehret das erhaltene Product des Zähler noch um 1, so giebt diese Summa den Zähler. Z. E. es wäre der gegebene Bruch $= \frac{371}{427}$, hier schneidet man im Zähler und Nenner 2 Klassen ab, so bekommt man den Bruch $\frac{3}{4}$, welcher aber, weil zwey Klassen abgeschnitten, sowohl im Zähler als Nenner mit 2 multipliciret wird, es entstehet also der Bruch $\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$ zu welchen nun noch $\frac{1}{8}$, oder welches einerley zu dessen Zähler 6 noch 1 addiret wird, so kann man die Summa von $\frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ anstatt $\frac{371}{427}$ annehmen, und es wird sich durch angestellte Vergleichung zeigen, daß $\frac{7}{8}$ nur um $\frac{3}{488}$ grösser als $\frac{371}{427}$. Verkleinerte man hingegen von dem erhaltenen Bruch $\frac{6}{8}$ den Nenner um 1. so bekommt man den Bruch $\frac{6}{7}$, und dieser ist nach angestellter Vergleichung nur um $\frac{35}{2989}$ kleiner als $\frac{371}{427}$.

§. 46.

Ein decimal Bruch war nach §. 28. ein Bruch, dessen Nenner aus einer Eins mit Nullen verbunden, bestand. Alle diese Decimalbrüche, sie mögen ächt

oder unächt seyn, kann man auch ohne Nenner schreiben. Dieses geschiehet auf folgende Art:

Man gebraucht blos seinen Zähler, und schneidet durch ein Komma von selbigen von der rechten gegen die linke Hand so viele Klassen ab, als Nullen im Nenner vorhanden. Alle Klassen, welche alsdann vor dem Komma linker Hand stehen, sind ganze Einheiten, alle Klassen welche hinter dem Komma stehen, sind die Zähler von Brüchen, von welcher der Nenner der ersten Klasse = 10, der zweyten = 10. 10 = 100 der dritter = 100. 10 = 1000 ist, mithin ist jeder Nenner der folgenden Klasse zehmahl grösser als der vorhergehende war. Das Komma ist also die Grenze der Einheit der Ganzen.

Die Klassen des mit dem Nenner gegebenen Decimalbruchs sind nun im Zähler entweder = der Anzahl der Nullen des Nenner, oder grösser oder kleiner als selbige. Im ersten Fall wird solcher ein ächter Decimalbruch, weil kein Ganzes vorhanden, man setzet also an dessen Stelle vor das Komma eine 0, so ist z. E. $\frac{834}{1000} = 0,834$.

Im zweyten Fall wird solcher ein unächter Decimalbruch, weil kein Ganzes vorhanden; man setzet hier nicht nur für die fehlende Ganzen vor das Komma eine 0, sondern auch für alle fehlende Klassen Nullen, z. E. $\frac{7}{1000} = 0,007$.

Das Verfahren einen Decimalbruch ohne Nenner zu schreiben, gründet sich auf die Numeration der ganzen Zahlen. Nach selbiger ist bekannt, das ein jedes Zahlzeichen von der rechten gegen die linke Hand eine Klasse weiter gerückt, zehnmahl vergrössert, und die jedesmahl verlassene Klasse mit 0 bezeichnet wurde,

so wurde z. E. aus 1 eine 10, aus 10 ein Hundertel u. s. w.

Setzet man nun ein Zahlzeichen eine Klasse weiter gegen die rechte Hand, so wird dessen Werth wieder zehnmahl kleiner, also aus 10 würde wieder 10:10 $= \frac{10}{10} = 1$. Versetzte man diese 1 noch eine Stelle weiter gegen die rechte Hand, so verlässet sie nicht nur die Klasse der Einheit, sondern wird nun wieder 10 mahl kleiner, also 1:10 $= \frac{1}{10}$. Bezeichnet man hier nun auch die verlassene Stelle mit 0, und macht hinter selbige zum Zeichen, daß die Ganzen aufhören, ein Komma, so entstehet der Ausdruck 0,1 oder 1,001 u. s. w. im ersten Fall hatte die 1 die Klasse der Einheit nur verlassen und war zum Zehntel geworden, im zweyten Fall aber hatte die 1 nicht nur die Klasse der Einheit, sondern auch die Klasse der Zehntel und Hundertel verlassen, und war zum Tausentel geworden, es ist also 0,1 $= \frac{1}{10}$ und 0,01 $= \frac{1}{100}$, 0,001 $= \frac{1}{1000}$.

§. 47.

Die Eintheilung in Klassen und Aussprache der Decimalbrüche geschiehet in Absicht der ganzen Zahlen nach §. 7. Die Decimalnullen, oder die Klassen welche rechter Hand hinter dem Komma stehen, theilet man von der linken gegen die rechte Hand in Klassen und spricht jede dieser Klassen von der linken gegen die rechte Hand besonders aus, und setzet zu jeder Klasse den Namen des ihr eigenen Nenner, als Zehntel, Hundertel; z. E. man hätte 307432,007438, so stünde solches eingetheilet, 307432, 007438, und würde ausgesprochen: dreimahlhundert siebentausend vierhundert dreißig und zwey Ganze, kein

Zehntel, kein Hundertel, siebentausentel, vierzehntausentel, dreimahlhunderttausentel, achtmilliontel.

§. 48.

Will man hingegen einen ohne Nenner gegebenen Decimalbruch mit dem Nenner schreiben, so läßet man 1) das Komma zwischen den gegebenen ganzen Zahlen, 2) die anstatt der Einheit und der auf diese folgende Nullen weg, und setzet unter die übrigen Klassen zum Nenner 1 mit so viel Nullen verbunden, als Decimalnullen oder Klassen der gegebene Bruch hat. So wäre z. E. 0,003 = $\frac{3}{1000}$, und 8,003 = $\frac{8003}{1000}$.

§. 49.

Man kann einen jeden ordinairen Bruch, er sey ächt oder unächt in einen Decimalbruch ohne Nenner verwandeln. Dieses geschiehet durch die Division des Zähler durch den Nenner. Man dividiret wie gewöhnlich, setzet die Division so lange fort bis keine Klasse in Dividendus mehr vorhanden, die bis hieher erhaltene Quotienten sind ganze Zahlen; dem nun gebliebenen Rest wird eine 0 angehänget, hiedurch wird solcher in Zehntel verwandelt, weil es eben so gut, als ob der Rest mit 10 multipliciret wäre, diese Zehntel werden wieder durch den ersten Divisor getheilet. Der erhaltene Quotient bestehet also auch aus Zehntel, und wird bey erstern Quotienten mit darzwischen gemachten Komma, als der Grenze der Einheit gesetzet. Bleibt wieder ein Rest, so verwandelt man solchen durch angehängte Null in Hundertel, dividiret diese wieder mit dem vorigen Divisor, und der Quotient wird bey letztern gesetzet. Man fähret auf diese Art mit der Division des jedesmahl gebliebenen Rests mit angehängter Null so lange fort, bis entweder gar kein

Rest mehr bleibt, oder der Quotient aus 6 Decimalklassen beſtehet.

Im erſten Fall iſt der erhaltene Decimalbruch = dem gegebenen, im letztern aber beynahe ſo groß als der gegebene, denn ſehr ſelten iſt der erhaltene ein Million theil kleiner als der verwandelte.

Iſt der gegebene Bruch ein ächter Bruch, folglich der Zähler kleiner wie der Nenner, ſo iſt die Einheit des Quotienten = o, weil die wirkliche Diviſion des Zähler durch den Nenner nicht angehet, man ſetzet alſo hier zum Quotienten des Ganzen eine o, hinter dieſe ein Komma, und betrachtet nun den Zähler als einen Reſt, hänget ſolchen eine o an und verfähret wie gelehret. Z. B. der gegebene Bruch wäre $\frac{155}{8}$, ſo entſtehet der Decimalbruch 19375 wie aus folgender Berechnung zu ſehen.

```
 155 | 19,375
 (8) |
-----
  75
 (8)
-----
  60
 (8)
-----
  40
 (8)
-----
  80
 (8)
-----
  00
```

Dieser erhaltene Decimalbruch 19, 375 ist nun völlig gleich dem gegebenen Bruch $\frac{155}{8}$, denn es blieb bey der Division gar kein Rest.

Verwandelt man den erhaltenen Decimal ohne Nenner in einen Decimalbruch mit dem Nenner, und vergleicht alsdenn diesen mit dem gegebenen, so wird des einen Zähler so groß seyn wie der andere. Da also $19,375 = \frac{19375}{1000}$ und $19,375 = \frac{155}{8}$, so muß $\frac{19375}{1000} = \frac{155}{8}$ seyn, denn $\frac{19375}{1000.8} = \frac{155000}{8000}$, und $\frac{155}{8.1000} = \frac{155000}{8000}$.

Ferner $\frac{3}{4}$ wäre $= 0,75$. Hier wird die erste Klasse des Quotienten 0, weil der Zähler 3 durch den Nenner 4 nicht theilbar ist.

$$\left.\begin{array}{r} 3 \\ \underline{(4)} \\ 30 \\ (4) \\ \underline{28} \\ 20 \\ (4) \\ \underline{20} \end{array}\right\} 0,75$$

Ferner $\frac{428}{19} = 22,526315 \ldots\ldots$ Dieser letzterhaltene Bruch ist nicht völlig so groß wie der gegebene, weil am Ende der Division ein Rest übrig

bleibt. Vergleicht man aber beyde Brüche, so fehlet an dem erhaltenen Decimalbruch nur noch $\frac{1}{3800000}$, daß er so groß wie der gegebene, man kann ihn daher für eben so groß annehmen.

§. 50.

Man kann auch einen jeden ordinairen Bruch in einen Bruch verwandeln, dessen Zähler = 1. Dieses geschiehet durch die Division des Zähler und Nenner durch den Zähler. Bleibt nach geschehener Division des Nenner durch den Zähler kein Rest, so wird der gegebene ordinaire Bruch wieder ein ordinairer Bruch dessen Zähler aber = 1. Z. E. $\frac{3}{9} = \frac{3:3}{9:3} = \frac{1}{3}$.

Bleibt aber nach geschehener Division des Nenner durch den Zähler ein Rest, so verfähret man mit selbigen nach §. 49., und es entstehet alsdann ein Bruch, dessen Zähler auch = 1, der Nenner aber aus einem unächten Decimalbruch ohne Nenner bestehet. Ist aber der gegebene ordinaire Bruch ein unächter, also dessen Zähler gröſser als der Nenner, so bestehet der neue Nenner aus einen ächten Decimalbruch. Bleibt nach geendigter Division des Nenner durch den Zähler kein Rest, so ist der erhaltene Bruch dem gegebenen völlig gleich; bleibt ein Rest und der erhaltene neue Nenner bestehet wieder aus 6 Decimalnullen, so kann man wieder den erhaltenen Bruch nach §. 49. dem gegebenen gleich annehmen; so wären z. E. $\frac{4}{5} = \frac{4:4}{5:4} =$

$= \frac{1}{1,25}$ und $\frac{3}{4} = \frac{3:}{4:3} = \frac{1}{1,333333}$ . . . . :

und $\frac{8}{7} = \frac{8:8}{7:7} = \frac{1}{0,875}$

Die erstern beyden erhaltenen Brüche hatten zum Nenner einen unächten, letzterer aber einen ächten Decimalbruch; der erste und letztere war dem gegebenen völlig gleich, der zweyte aber nur beinahe gleich, wie folgende Vergleichung beweiset.

1) $\frac{4}{5} = \frac{1}{1,25} = 1 : \frac{125}{100} = 1 . \frac{100}{125} = \frac{100}{125} = \frac{100:25}{125:25} = \frac{4}{5}$

2) $\frac{8}{7} = \frac{1}{0,875} = 1 : \frac{875}{1000} = 1 . \frac{1000}{875} = \frac{1000:125}{875:125} = \frac{8}{7}$

3) $\frac{1}{1,333333}$ hingegen ist nun $\frac{1}{5333332}$ größer als $\frac{3}{4}$

denn $\frac{1}{1,333333} = 1 : \frac{1333333}{1000000} = 1 . \frac{1000000}{1333333} = \frac{1000000}{133 \quad 33}$ und $\frac{1000000 . 4}{1333333 . 4} = \frac{4000000}{5333332}$

hingegen $\frac{3}{1333333} = \frac{3999999}{5333332}$ folglich

$\frac{1}{1,33333} - \frac{3}{4} = \frac{4000000 - 3000000}{5333323} = \frac{1}{5333332} .$

§. 51.

Bey den vier Rechnungsarten ist die Anzeige der bey ganzen Zahlen gelehrten, völlig gleich, außer dieser ist aber folgendes zu bemerken:

1) Bey der Addition setzet man die zu summirenden Größen solchergestalt untereinander, daß sowohl bey den ganzen Zahlen als decimal Stellen gleichartige Klassen untereinander zu stehen kommen; man setzet daher die ganzen von der rechten gegen die linke Hand, die Decimalstellen von der linken gegen die rechte Hand untereinander. Die Grenze der Einheit wird bey jedem Gliede durch das Komma bemerket, und alsdann wie gewöhnlich von der rechten gegen die linke Hand addiret und überhaupt wie bey ganzen Zahlen verfahren. In der Summa bemerket man wieder die Grenze der Einheit dnrch ein Komma. Z. E. man sollte 34,87 + 9,742 + 0,93746 addiren, so stünde das Exempel aufgesetzet und berechnet wie folget:

34,87
9,742
0,93746

45,54946

es ist also 34,87 + 9,742 + 0,93746 = 45,54946.

2) Bey der Subtraction bemerket man in Absicht des Aufsatzes die bey der Addition gegebene Regel und verfähret übrigens eben so wie bey ganzen Zahlen, man fängt auch die Subtraction von der rechten gegen die linke Hand an. Sind im Subtrahendus mehrere Decimalstellen wie im Minuendus, so ersetzet man die fehlenden Stellen durch Nullen, und borget alsdenn zu selbigen bey der ersten Klasse welche aus Einheiten beste-

het, eine Einheit, welche so wie bey ganzen ohnbenamten Zahlen aus zehn Einheiten der Klasse zu welcher geborget, bestehet. Z. E. es wäre

Minuendus = 8, 9.3.7.4.0.0
Subtrahendus = 7, 9 8 7 4 3 2

so ist die Differenz = 0, 9 4 9 9 6 8.

Weil hier der Subtrahendus der Einheiten = dem Minuendus wurde, so ist die Differenz 7 — 7 = 0, welche also bey die übrigen Klassen der Differenz, die aus Decimalstellen bestehet, gesetzet, aber durch ein Komma von letztern unterschieden wurde.

3) Bey der Multiplication werden in beyden Factoren die Nullen, welche den Mangel der Einheit anzeigen, desgleichen alle die auf diese auf einander folgende Nullen weggelassen, und nur die übrigen Klassen wie gewöhnlich mit einander multipliciret. Nach geendigter Multiplication werden von dem erhaltenen Hauptprodukt von der rechten gegen die linke Hand so viel Klassen durch ein Komma abgeschnitten, als in beyden Factoren Decimalstellen vorhanden waren. Bestehet das Hauptprodukt aus eben so viel Klassen, als Decimalstellen beyde Factoren haben, so setzet man vor das Komma anstatt der Einheit eine 0. Fehlen aber zum Abschneiden, Klassen, so ersetzet man deren Stellen durch eben so viel Nullen, und macht vor diese das Komma, und anstatt der Einheit wieder eine 0. Z. E. man sollte 0,0082 mit 0,072 multipliciren, so wäre der Auffatz =

82
72

164
574

0,0005904

Beyde Factoren bestanden hier aus 7 Decimalstellen, das erhaltene Product 5904 aber nur aus 4 Zahlstellen, daran ersetzen also die 3 fehlenden Stellen 3 Nullen und die fehlende Einheit eine 0. Oder wären die Factoren = 4,083. 0,23. so setzet man

4083
23
12249
8166
0,93909

oder es wären die Factoren = 8,03 . 42 so setzet man

803
42
1606
3212
137,26

Das Product bestand hier aus 5 Zahlstellen, die beyden Factoren aber aus 2 Decimalstellen, man schneidet also von dem Product zwey Stellen durch ein Komma ab.

4) Bey der Division werden ebenfalls im Dividendus und Divisor die vorhandene Nullen, welche den Mangel der Einheit anzeigen, wie auch die auf diese aufeinander folgende Nullen weggelassen, und nur die übrigen Klassen des Dividendus durch die übrigen Klassen des Divisor wie gewöhnlich dividiret. Ist der Dividendus kleiner als der Divisor, so vergrößert man erstern durch angehängte Null, alsdenn wird aber die erste Klasse des Quotienten nach §. 4. = 0, hinter welche ein Komma gesetzet wird. Eben dieses Komma wird auch hinter die letzte Klasse der Einheit im

Quotienten gesetzet, wenn der Dividendus durch den Divisor theilbar. Allen gebliebenen Resten werden Nullen angehängt um alsdann nach §. 41. dividiret.

Nach geendigter Division, wenn nemlich entweder kein Rest mehr geblieben, oder der Quotient bereits aus 6 Decimalstellen bestehet, untersucht man ob der Dividendus und Divisor nach Anzahl der Deeimalstellen einander gleich oder ungleich, denn hiernach richtet sich auch die Größe des Quotienten.

Hat der Dividendus und Divisor gleich viele Decimalstellen, so bleibt der Werth des Quotienten wie er ist, und das Komma bleibt an seiner Stelle stehen.

Hat aber der Dividendus mehr Decimalstellen als der Divisor, so setzet man das Komma im Quotienten so viel Stellen oder Klassen weiter linker Hand, als im Dividendus mehr Decimalstellen sind. Hier werden also die durch das Komma abgeschnittene Einheiten des Quotienten auch Decimalstellen, mithin wird der Quotient seinem Werth nach, verkleinert.

Sind im Quotienten nun nicht so viele Einheiten vorhanden, als zum Abschneiden erforderlich, so ersetzet man wieder deren Stellen durch Nullen, vor diese kommt alsdenn das Komma und vor dieses eine Null anstatt der Einheit zu stehen.

Hat aber der Divisor mehr Decimalstellen als der Dividendus, so setzet man das Komma im Quotienten so viel Klassen weiter gegen die rechte Hand, als als der Divisor mehr Decimalstellen hat. Die durch das Komma abgeschnittene Decimalstellen werden hier Einheiten, der Quotient wird also seinen Werth nach vergrößert. Sind zum Abschneiden nicht genug Deci-

malstellen vorhanden, so ersetzet man die fehlenden Stellen durch Nullen, und das Comma fällt ganz weg; ist nun im letztern Fall der Quotient ein ächter Decimalbruch, so fällt vorne linker Hand nicht nur wie schon erwähnet das Comma, sondern auch die statt der Einheit gesetzte Null weg.

Die Veränderung des Werths des Quotienten hänget also lediglich von der Vielheit der im Dividendus und Divisor vorhandenen Decimalstellen ab. Der Quotient bleibt also ohnverändert, wenn die Anzahl der Decimalstellen des Dividendus und Divisor einander gleich sind.

Der Quotient wird in Ansehung der Klassen der Einheit kleiner gemacht, wenn der Dividendus mehr Decimalstellen hat als der Divisor.

Der Quotient wird in Ansehung der Klassen der Einheit vergrößert, wenn der Dividendus weniger Decimalstellen hat, als der Divisor.

Z. E. der Dividendus wäre = 1,983742
und der Divisor wäre = 0,634285
so dividiret man ohne Rücksicht auf die Decimalstellen zu nehmen 1983742 durch 634285 und betrachtet also beyde Größen als ganze Zahlen wie folget.

xϑ8ʒ.η.A.2 } 3,127524 . . . .
(634285) }
xϑϕ2888

8.ϕ88.η.ϕ
(634285
xη.A.88.8ϕ
(634285)
x26885ηϕ

Aηη.2.8.ϕ.ϕ
(634285)
AAʒϑϑϑ8

ʒʒ.28.ϕ8.ϕ
(634285)
ʒxηxA28

x8.6.6.2.8ϕ
(634285)
x26858ηϕ

2ϑ.η.68.ϕϕ
(634285)
2837xAϕ

439660

In diesem Exempel bleibt der Quotient ohnverändert, weil die Decimalstellen im Dividendus und Divisor einander gleich, da ein jeder aus 6 Decimalstellen bestehet.

Wäre aber der Dividendus = 1,983742
und der Divisor wäre = 634285
so ist der Quotient zwar auch wieder = 3,127524
weil aber der Dividendus aus 6 Decimalstellen bestehet, und im Divisor gar keine vorhanden, so wird

der Quotient in Ansehung der Klassen der Einheit kleiner gemacht, und müssen hier 6 Klassen der Einheiten noch in Decimalstellen verwandelt werden; es ist aber nur eine Klasse der Einheit nämlich 3 vorhanden, man setzet also vor selbige noch fünf Nullen anstatt der fehlenden Nullen, vor diese ein Komma zur Grenze der Einheit und alsdenn eine Null anstatt der Einheit. Es wäre also

1,983742 : 634285 = 0,000003127524

Wäre ferner der Dividendus = 1983,742

und der Divisor wäre = 0,634285

so würde hier der Quotient, welcher wieder wie zuvor = 3,127524, in Ansehung der Klassen der Einheit noch um 3 Stellen vergrößert, weil im Divisor 3 Decimalstellen mehr wie im Dividendus sind, und wäre

1983,742 : 0,634285 = 3127,524.

Wäre hingegen der Dividendus = 1983742

und der Divisor wäre = 0,00634285

so wird hier der Quotient, welcher wieder wie vorhin = 3,127524 in Ansehung der Klassen der Einheit noch um 8 Stellen vergrößert, weil der Divisor aus 8 Decimalstellen und der Dividendus bloß aus ganzen Zahlen bestehet, es fällt also nicht nur im Divisor das Comma ganz weg, sondern es werden noch zwo Nullen für die fehlende Stellen der Einheit den Quotienten angehänget; es ist also

1983742 : 0,00634285 = 312752400.

§. 52.

Bey der Multiplication hatte die Vielheit der Decimalstellen der Factoren auf die Größe des Products; bey der Division aber die Vielheit der Decimalstellen

des Dividendus und Divisor auf die Größe des Quotienten einen Einfluß. Sowohl Product als Quotient wurde verändert. Will man sich nun von der Richtigkeit dieser vorgenommenen Veränderung überzeugen, so verwandelt man

1) bey der Multiplication die gegebene Factoren.

2) Bey der Division, den Dividendus und Divisor, wenn erstere sowohl als letztere Decimalbrüche nach §. 48. in Decimalbrüche mit dem Nenner; wenn ein Factor oder Dividendus, oder Divisor aus einer ganzen Zahl bestehet nach §. 34. durch untergesetzte 1 in einen Bruch, und verfähret alsdenn mit selbigen wie §. 41. die Multiplication und §. 42. die Division ordinairer Brüche gelehret. Das auf diese Art erhaltene Product und der hiedurch entstandene Quotient wird wieder in einen Decimalbruch ohne Nenner verwandelt, so müssen beyde Producte und Quotienten einander gleich seyn.

Daß also z. E. $0{,}82 \cdot 0{,}003 = 0{,}00246$
beweiset, weil $0{,}82 = \frac{82}{100}$ und $0{,}003 = \frac{3}{1000}$
also $0{,}82 \cdot 0{,}003 = \frac{82}{100} \cdot \frac{3}{1000} = \frac{246}{100000} =$
$0{,}00246$ wie vorhin.

Daß ferner $8{,}34 : 2 = 4{,}17$
folget, weil $8{,}34 = \frac{834}{100}$ und $2 = \frac{2}{1}$
also $8{,}32 : 2 = \frac{834}{100} : \frac{2}{1} = \frac{834}{100} \cdot \frac{1}{2} = \frac{417}{100} = 4{,}17$
wie zuvor.

§. 53.

Die Untersuchung, ob die durch alle vier Rechnungsarten sowohl in ganzen als gebrocheuen ohnbenamten und benamten Zahlen gefundene und bekannte Größe, die den gegebenen bekannten Größen wahre

eigene Größe sey, nennet man die Probe der vier Rechnungsarten.

Unter diesen vier Rechnungsarten sind aber allemahl zwo derselben einander entgegengesetzt; so ist z. E. die Addition der Subtraction; die Subtraction der Addition; die Multiplication der Division; die Division der Multiplication entgegen; denn was die Addition verbindet, das trennet die Subtraction wieder, was die Multiplication verbindet, das wird durch die Division wieder getrennet. Man erwählet dahero zur Probe jeder Rechnungsart auch allezeit die ihr entgegenstehende Rechnungsart. Es giebt also

1) die Subtraction die Probe von der Addition. Man subtrahiret nemlich von der erhaltenen Summa eine der gegebenen zu summirenden Größen; von dieser erhaltenen Differenz wieder die folgende der gegebenen Größen; von dieser Differenz wieder die folgende der gegebenen Größen, ist alsdann nur noch eine von den gegebenen Größen vorhanden und diese ist = der letztern Differenz, so war die durch die Addition gefundene Größe = die wahre Summa der gegebenen Größen.

Z. E. da 348 + 672 + 934 = 1954.

so subtrahiret man von	1954
z. E. das Glied	348
Von dieser Differenz	1606
das Glied	672
	934

Da nun die letztere Differenz 934 = dem noch vorhandenen gegebenen Gliede 934 der zu summirenden Größen, so ist auch 1954 die wahre gefundene

Summa von 348 + 672 + 934. Diese Probe ist aber oft sehr mühsam. Man wiederholet also lieber die Zusammenzählung aller Klassen der gegebenen Grössen sowohl von oben herunter als von unten herauf-wärts zum öftern. Die Gleichheit der auf diese Art erhaltenen Summa ist alsdenn die sicherste Probe, daß man recht addiret hat.

2) Die Addition die Probe der Subtraction. Man addiret hier die erhaltene Differenz zum Subtrahendus, so muß diese Summa wieder dem Minuendus gleich seyn. Wenn also

Minuendus — Subtrahendus = Differenz
8 — 6 = 2
so muß Subtrahendus + Differenz = Minuendus
6 + 2 = 8
oder; da $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$; so ist $\frac{2}{3} + \frac{1}{12} = \frac{3}{4}$.

3) Die Multiplication, die Probe der Division. Man multipliciret nemlich den durch die Division erhaltenen Quotienten mit dem Divisor, und addiret zu diesen Product den bey der Division gebliebenen Rest, so muß diese Summa = Dividendus seyn. Da also

Dividendus : Divisor : = Quotient
36 : 5 : = $7\frac{1}{5}$
so muß Divisor . Quotient = Dividendus
5 . $7\frac{1}{5}$ = 36
oder da $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$ so ist $\frac{9}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$.

4) Die Division, die Probe der Multiplication. Man dividiret hier das erhaltene Product durch einen der gegebenen Factoren, so muß der Quotient = Multiplicandus seyn; dividiret man hingegen das

Product durch den Multiplicandus, so muß der Quotient Multiplicator seyn. Da also

Multiplicandus . Multiplicator = Product
9 . 4 = 36

so muß entweder

Product : Multiplicator = Multiplicandus
36 : 4 = 9

oder es ist

Product : Multiplicandus = Multiplicator
36 : 9 = 4

da ferner $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$; so ist $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$; und $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$

Es giebt aber auch

5) die Subtraction die Probe der Subtraction.

Man subtrahiret alsdenn die erhaltene Differenz von dem Minuendus, so muß diese neue Differenz = Subtrahendus seyn. Da also

Minuendus — Subtrahendus = Differenz
8 — 6 = 2

so ist Minuendus — Differenz = Subtrahendus
8 — 2 = 6

6) Die Division, die Probe auf die Division. Man dividiret nemlich den Dividendus durch den erhaltenen Quotienten, so muß dieser neue Quotient = Divisor seyn. Da nun

Dividendus : Divisor = Quotient
36 : 9 = 4

so ist Dividendus : Quotient = Divisor
36 : 4 = 9

§. 54.

Clausberg giebt in seiner demonstrativen Rechenkunst zu der Probe der vier Rechnungsarten ohnbenamter Zahlen und Brüche folgende Anleitung.

1) Nennt er die 1ste, 3te, 5te u. s. w. Klasse von der Einheit angerechnet, aus welcher eine ganze Zahl, oder der Zähler und Nenner eines Bruchs bestehet ungerade Klassen, hingegen die 2te, 4te, 6te u. s. w. gerade Klassen, so sind z. E. in 39745.

ungerade Klassen 5, 7, 3.
gerade Klassen 4, 9.

ferner in 9827

10324

die ungeraden Klassen des Zähler 7 und 8
— — — des Nenner 4, 3 1
die geraden Klassen des Zähler 2 und 9
— — — des Nenner 2 und 0

2) Addiret er die in jeder geraden und ungeraden Klasse vorhandene Einheiten, ziehet allemahl die Summa der geraden von der Summa der ungeraden Klasse ab, und nennet diese Differenz die Probe Zahl. Ist nun die Summa der geraden Klassen größer als der ungeraden, so addiret er allemahl für die Summa der ungeraden Klasse noch 11. und zichet alsdenn von dieser neuen Summa der ungeraden Klasse die gerade Klasse ab, so giebt ebenfalls diese Differenz die Probezahl, so wäre also z. E.

die Probezahl von 2345 = 2 denn
die Summa der ungeraden Klassen ist 5 + 3 = 8
— — der geraden Klasse ist 4 + 2 = 6

also die Differenz = 2

Ferner die Probezahl von 8227 wäre = 0
denn die Summa der ungeraden Klassen ist 7 + 2 = 9
der geraden Klassen 1 + 8 = 9

also die Differenz = 0

desgleichen die Probezahlen von 1297 wären = 10
denn die Summa der ungeraden Klassen ist 7 + 2 = 9
der geraden Klassen ist 9 + 1 = 10

Man kann also die gerade Klasse hier nicht von der ungeraden Klassensumma subtrahiren, es wird also zu 9 erst 11 addiret und von dieser Summa 9 + 11 = 20 die Summa der geraden = 10 subtrahiret; so giebt die Differenz 20 — 10 = 10: die Probezahl.

3) Von einem ächten Bruch wird diese Probezahl auf folgende Art gefunden. Man sucht sowohl von dem Zähler als Nenner auf erst gedachte Art die Probezahl und setzet beyde wieder bruchweise. So ist z. E. die Probezahl von $\frac{22}{54} = \frac{0}{10}$

denn die Probezahl des Zähler ist = 2 — 2 = 0
des Nenner ist = 15 — 5 = 10

Hier war die gerade Klasse des Nenner wieder kleiner als die ungerade, man muste also zu dieser noch 11 addiren.

4) Von einem unächten Bruch wird die Probezahl auf eben diese Art gefunden. So ist z. E. die Probezahl von $\frac{2587}{36} = \frac{2}{3}$

denn die Probezahl des Zähler ist 12 — 10 = 2
des Nenner ist 6 — 3 = 3

5) Von einem vermischten Bruch wird aber solche auf folgende Art gefunden.

a) Man bestimmt zuerst von dem Bruch und alsdann von der ganzen Zahl die Probezahl.

b) Betrachtet man beyde erhaltene Probezahlen als einen vermischten Bruch und richtet solchen ein, so

giebt dieser eingerichtete Bruch die Probezahl des vermischten Bruchs. So ist also z. E.

die Probezahl von $537\frac{137}{532} = \frac{8}{4}$

denn die Probezahl des Bruchs ist $\frac{8-3}{7-3} = \frac{5}{4}$

die Probezahl der Ganzen — 12 — 3 = 9 =

also die Probezahl von $537\frac{137}{532} = 9\frac{5}{4} = \frac{41}{4} = \frac{8}{4}$.

§. 55.

Die sogenannte Probezahl ist eigentlich der Rest, welcher nach geschehener Division einer jeden Zahl durch 11 übrig bleiben kann. Diese Probezahl kann dahero nie über 10 steigen, sie bestehet also stets aus 0, 1, oder einer einfachen Zahl oder aus 10. Von jeder einfachen Zahl ist die Zahl selbst die Probezahl, von jeder zusammengesetzten, oder aus mehr als einer Klasse bestehenden Zahl, wird die Probezahl wie gezeigt gesucht. So ist also die Probezahl

von 11 = 1 — 1 = 0
— 12 = 2 — 1 = 1
— 13 = 3 — 1 = 2
— 14 = 4 — 1 = 3
— 15 = 5 — 1 = 4
— 16 = 6 — 1 = 5
— 17 = 7 — 1 = 6
— 18 = 8 — 1 = 7
— 19 = 9 — 1 = 8
— 20 = 11 — 2 = 9

von 21 = 12 — 2 = 10
— 22 = 2 — 2 = 2
— 100 = 1 — 0 = 1

§. 56.

Soll nun diese Probezahl von der Gewisheit der durch die vier Rechnungsarten in ohnbenamten Zahlen gefundenen wahren Größe die Ueberzeugung geben; so muß

1) bey der Addition die Probezahl der zu summirenden gegebenen Größen = der Probezahl der Summa seyn.

Daß also 348 + 672 + 934 = 1954. beweiset, weil die Probezahl von den gegebenen zu summirenden Größen = 4 + 6 + 2 + 6 + 8 + 3) — (3 + 7 + 4 = 32 — 14 = 18 = 8 — 1 = 7. und von der Summa eben diese Probezahl sich findet, denn 4 + 9) — (5 + 1 = 13 — 6 = 7.

2) Bey der Subtraction die Summa der Probezahlen des Subtrahendus und der Differenz = der Probezahl des Minuendus seyn.

Daß also 468 — 307 = 161 beweiset, weil die Summa der Probezahlen des Subtrahendi und Differenz oder 10 — 0 + 13 — 6 = 23 — 6 = 17 = 7 — 1 = 6 = der Probezahl des Minuendus 8 + 4 — 6 = 12 — 6 = 6.

3) Bey der Multiplication das Product der Probezahlen der gegebenen Factoren = der Probezahl des zuerst gefundenen Hauptproducts, z. E. es ist 493. 297 = 246421.

Die Probezahl von 493 ist = 7 + 11 — 9 = 18 — 9 = 9
— — von 297 ist = 9 — 9 = 0
also das Product der Probezahlen der Factoren = 9. 0 = 0.
Die Probezahl der Summa ist 1 + 4 + 4) — (2 + 6 + 1 = 9 — 9 = 0.

Da nun beyder Probezahlen einander gleich, so ist 146321 = dem wahren Product von 493. 297.

4) Bey der Division das Product der Probezahlen des Quotienten und Divisor = der Probezahl des Dividendus.

Befindet sich nun bey dem Quotienten ein Bruch, so behandelt man den Quotienten nach §. 54. als vermischten Bruch, und sucht von diesem die Probezahl.

Es sey z. E. $2549361 : 439 = 5807\frac{88}{439}$

da nun die Probezahl von $\frac{88}{439} = \frac{8-8}{13-3} = \frac{0}{10}$

ferner die Probezahl von $5807 = 15 - 5 = 10$

so ist die Probezahl von $5807\frac{88}{439} = 10\frac{0}{13} = \frac{100}{10} = \frac{1-0}{10} = \frac{1}{10}$

Die Probezahl von 439 ist 13 — 3 = 10 also das Product von $\frac{1}{10}$. 10 = 1 = der Probezahl des Products, welches durch die Multiplication des Quotienten mit dem Divisor entstanden.

Die Probezahl des Dividendus ist 1 + 3 + 4 + 2) — (6 + 9 + 5 = 10 — 20 = 10 — 9 = 1; also eben so groß wie die erstere gefundene Probezahl, folglich ist $2549361 : 439 = 5807\frac{88}{439}$

§. 57.

Auch bey benamten Zahlen kann man sowohl auf die vier Rechnungsarten als auch über die vorgenommene Resolution oder die Bestimmung des wahren Werths eines Bruchs in Theile des Ganzen, wovon der Bruch den Namen hat, die Probezahl gebrauchen. Es hat aber eine jede Art Benennung ihre eigene Probezahl welche allemahl den Namen der folgenden nächst kleinern Benennung hat. So ist z. E. der Name der Probezahl eines Thalers entweder Gutegroschen oder Mariengroschen, weil dieses die nächstfolgende kleinere Benennung eines Thaler ist.

Die Probezahl eines Gutengroschen wäre also Pfennig. Die Probezahl eines holländischen Gulden wäre hingegen Stüver u. s. w.

§. 58.

Die jeder Art Benennung eigne Probezahl wird auf folgende Art gefunden.

Man verwandelt die Einheit der gegebenen Größe in die nächst folgende kleinere Benennung, bestehet nun diese Zahl bloß aus einer Einheit, so ist diese Zahl die Probezahl selbst, bestehet aber die kleinere Benennung aus mehr als einer Klasse, so ist deren Probezahl auch die gesuchte Probezahl der benamten Größe, welcher man alsdenn den Namen der kleinern Benennung giebt.

Es ist also die Probezahl eines Thaler = 2 Ggr. oder 3 Ggr. denn 1 Thaler = 24 Ggr. oder = 36 Ggr. und die Probezahl von 24 ist 4 — 2 = 2 und von 36 = 6 — 3 = 3.

Die Probezahl von 1 Ggr: wäre = 1 Pf. denn 1 Ggr. = 12 Pf. und von diesen ist die Probezahl = 2 — 1 = 1 Pf.

Die Probezahl von 1 holländischem Gulden wäre = 9 Stüver; weil 1 Gulden = 20 Stüver nnd die Probezahl von 20 = 11 — 2 = 9.

Die Probezahl von 1 Pfund = 10 Loth; weil 1 Pfund = 32 Loth und von diesen die Probezahl = 2 + 11 — 3 = 13 — 3 = 10.

Bestehet aber die benamte Größe aus verschiedenen Benennungen z. E. es wäre die gegebene benamte Größe = 1346 Thaler 15 Ggr. $7\frac{13}{16}$ Pf. und man verlangte von selbiger die Probezahl, so sucht man

1) die Probezahl von 1346 Thaler solche ist 9 — 5 = 4, und multipliciret diese 4 mit 2 Ggr. als der Probezahl eines Thaler in Gutengroschen, so bekommt man zum Product 4. 2 = 8 welche als Gutegroschen betrachtet, und zu den gegebenen 15 Ggr. addiret werden.

2) Die Probezahl von ersterer Summa 8 + 15 = 23, welche = 3 — 2 = 1 Ggr. Diese wird mit der einem Gutengroschen eigenen Probezahl, welche = 1 multipliciret giebt 1. 1 = 1 Pf. welcher zu den gegebenen 7 Pf. addiret die Summa 7 + 1 = 8 Pf. giebt.

3) Die Probezahl von $8\frac{13}{16}$ Pf. welche = $8\frac{2}{5}$ = $\frac{42}{5}$ = $\frac{2+11-4}{5}$ = $\frac{13-4}{5}$ $\frac{2}{5}$: so ist

4) $\frac{2}{5}$ Pf. die Probezahl von 1346 Thlr. 15 Ggr. $7\frac{13}{16}$ Pf. und völlig gleich der Probezahl, welche man

erhalten, wenn die ganze Größe in 16tel Pfennig verwandelt wäre.

§. 59.

Will man nun

1) die Probe auf ein Additionsexempel machen, so sucht man die Probezahl auf letztgezeigte Art von den zu summirenden Größen und der Summa; beyde Probezahlen müssen einander gleich seyn.

Z. E. es wäre 3 Thlr. 6 Ggr. 8 Pf. + 5 Thlr. 4 Ggr. 6 Pf. + 7 Thlr. 13 Ggr. 8 Pf. = 16 Thlr. 1 Ggr. 1 Pf.

Man sucht also zuerst die Probezahl von den zu summirenden Größen, und man erhält

a) von den Thalern 3 + 5 + 7 = 15 = 4 Thlr. zur Probezahl, welche mit 2 multipliciret 4. 2 = 8 Ggr. geben.

b) von den Gutegroschen 6 + 4 + 13 = 23 wozu erstere 8 noch addiret = 23 + 8 = 31 = 12 — 3 = 9 Ggr. zur Probezahl geben, welche mit 1 multipliciret 1. 9 = 9 Pf. geben.

c) Von den Pfennigen 8 + 9 + 8 = 25 wozu letztere 9 Pf. addiret 25 + 9 = 34 = 4 — 3 = 1 Pf. zur Probezahl.

Man sucht ferner die Probezahl von der Summa. Selbige ist

a) von den Thalern 16 = 6 — 1 = 5 welche mit 2 multipliciret 5. 2 = 10 Ggr. giebt.

b) Von den Gutegroschen 1 + 10 welche man zuletzt erhalten giebt 11 = 1 — 1 = 0. Diese mit 1 multipliciret giebt 1. 0 = 0 Pf.

c) Von den Pfennigen 1 + 0 = 1, welche ohnverändert bleibt.

Es ist also sowohl von den zu summirenden Grössen als der Summa die Probezahl = 1,

Will man

2) Die Probe auf ein Subtractionsexempel machen, so muß die Summa der Probezahlen der Differenz und des Subtrahendus = der Probezahl des Minuendus seyn.

Z. E. es sey 64 Thlr. 14 Ggr. 9 Pf. — 32 Th. 18 Ggr. 4 Pf. = 31 Thlr. 20 Ggr. 5 Pf.

So ist die Probezahl des Minuendus

a) von 64 Thlr. = 9. 2 = 18 = 7 Ggr.
b) von 14 + 7 = 21 Ggr. = 10. 1 = 10 Pf.
c) von 9 + 10 = 19 Pf. = 8 Pf.

Ferner wäre die Probezahl des Subtrahendus,

a) von 32 Thlr. + 10. 2 = 20 = 9 Ggr.
b) von 18 + 9 = 27 Ggr. = 5. 1 = 5 Pf.
c) von 4 + 5 = 9 Pf. = 9 Pf.

Und die Probezahl der Differenz wäre

a) von 31 Thlr. = 9. 2 = 18 = 7 Ggr.
b) von 20 + 7 = 27 Ggr. = 5. 1 = 5 Pf.
c) von 5 + 5 = 10 Pf. = 10 Pf.

Es ist also die Summa der Probezahlen des Subtrahendus und Differenz = 9 + 10 = 19 = 8 Pf. und völlig gleich der Probezahl des Minuendus.

Ferner will man

3) Die Probe auf die Multiplication machen, so muß das Product der Probezahlen des Multiplicandus und des ohnbenamten Factor = der Probezahl

des erhaltenen Product seyn. Z. E. es wäre 8 Thlr. 3 Ggr. 5 Pf.) . (14 = 113 Thlr. 23 Ggr. 10 Pf.

So wäre die Probezahl des Multiplicandus,

a) von 8 Thlr. = 8. 2 = 16 = 5 Ggr.

b) von 3 + 5 = 8 Ggr. = 8. 1 = 8 Pf.

c) von 5 + 8 = 13 Pf. = 2 Pf.

Die Probezahl des ohnbenamten Factor 14 wäre = 4 — 1 = 3. also das Product der Probezahlen dieser beyden Factoren = 3. 2 = 6.

Die Probezahl des Products ist

a) von 113 Thlr. = 3. 2 = 6 Ggr.

b) von 23 + 6 = 29 Ggr. = 7. 1 = 7 Pf.

c) von 10 + 7 = 17 Pf. = 6 Pf.

Diese letztere Probezahl ist nun völlig gleich den Produkt der Probezahlen beyder Factoren.

4) Die Probe auf die Division machen, so muß das Product der Probezahl des Quotienten und Divisor = der Probezahl des Dividendus seyn.

Z. E. es wäre 36 Thlr. 18 Ggr. 7 Pf.) : 8 = 4 Thlr. 14 Ggr. $3\frac{7}{8}$ Pf. so ist die Probezahl des Quotienten

a) von 4 Thlr. = 4. 2 = 8 Ggr.

b) von 14 + 8 = 22 Ggr. = 0. 1 = 0 Pf.

c) von $3\frac{7}{8} = \frac{31}{8} = \frac{9}{8}$ Pf.

Die Probezahl des Divisor wäre von 8 = 8.

Also das Product der Probezahlen des Quotienten und Divisor wäre $\frac{2}{8}$. 8 = 9 Pf.

Die Probezahl des Dividendus ist

a) von 36 Thlr. = 3. 2 = 6 Ggr.
b) von 18 + 6 = 24 Ggr. = 2. 1 = 2 pf.
c) von 7 + 2 = 9 pf. = 9 pf.

Diese Probezahl ist also = 9 und eben so groß wie das Product der Probezahlen des Quotienten und Divisor.

5) Ueber die vorgenommene Resolution eines Bruchs die Probe machen.

Z. E. es sey $\frac{2340}{19}$ Thlr. = 123 Thlr. 3 Ggr. $9\frac{9}{19}$ Pf. so muß die Probezahl des gegebenen unächten Bruchs = der Probezahl der durch die Resolution erhaltenen Größen seyn.

Die Probezahl dieser durch die Resolution erhaltenen Größen ist

a) von 123 Thlr. = 2. 2 = 4 Ggr.
b) von 3 + 4 = 7 Ggr. = 7. 1 = 7 pf.
c) von 9 + 7 = 16 pf. = 5 pf.
d) von $5\frac{9}{19} = 5\frac{9}{8} = \frac{49}{8}$ pf. = $\frac{5}{8}$ pf.

Die Probezahl des gegebenen unächten Bruchs war $\frac{2340}{19}$ Thlr. = $\frac{8}{8}$ Thlr. = $\frac{8.2}{8} = \frac{16}{8} =$ $\frac{5}{8}$ Ggr. = $\frac{5.1}{8} = \frac{5}{8}$ pf. also wieder eben so groß wie vorhin.

Oder es wäre

$\frac{14587}{100}$ Mark = 145 Mark 13 ßl. $11\frac{1}{25}$ pf.

so ist hier die Probezahl von einer Mark die aus 16 Schilling bestehet = 5 ßl.

ferner die Probezahl von einem Schilling welcher aus 12 pf. bestehet = 1 pf.

Es ist alsdenn die Probezahl des resolvirten Bruchs

von 145 Mark = 2. 5 = 10 ßl.
von 13 + 10 = 23 ßl. = 1. 1 = 1 pf.
von 11 + 1 = 12 pf. = 1 pf.
von $1\frac{1}{23}$ pf. = $1\frac{1}{3}$ pf. = $\frac{4}{3}$ pf.

Die Probezahl des gegebenen unächten Bruchs wäre

von $\frac{14587}{100}$ mark = $\frac{13 - 12}{100}$ = $\frac{1}{1}$ = $\frac{1.5}{1}$ ßl.

= $\frac{5}{1}$. 1 = $\frac{5}{1}$ pf.

Weil nun der Bruch der Probezahl des resolvirten Bruchs zum Nenner 3 hat also aus Drittel bestesteht, so wird der Bruch $\frac{5}{1}$ auch zu Drittel gemacht, giebt $\frac{5}{1}$. 3 = $\frac{15}{3}$ = $\frac{4}{3}$. Es ist also dieser Bruch der Probezahl erstern Bruchs der Probezahl völlig gleich.

§. 60.

Auch bey der Prüfung der durch die §. 18. gezeigte Reduction und Resolution benamter Zahlen erhaltene Größen lässet sich erwähnte Probezahl sehr gut gebrauchen.

Z. E. es wären 468 pf. zu 1 Thlr. 15 Ggr. reduciret, so ist die Probezahl des durch die Reduction erhaltenen

1 Thlr. = 1. 2 = 2 Ggr. ferner von 15 + 2 = 17 = 6 Ggr. = 6. 1 = 6 pf.

Und die Probezahl der gegebenen 468 pf. ist = 12 — 6 = 6 pf. also eben so groß wie unsere gefundene Probezahl.

Oder man hätte durch die Resolution gegebener 4 Th. 3 Ggr. 6 pf. erhalten 1194 pf. so ist die Probezahl der zur Resolution gegebenen

4 Th. = 4. 2 = 8 Ggr. ferner von
3 + 8 = 11 Ggr. = 0. 1 = 0 pf. und von
6 + 0 = 6 pf. = 6 pf.

Ferner wäre die Probezahl von den erhaltenen 1194 pf. = 5 — 10 = 5 + 11 — 10 = 16 — 10 = 6 pf. Also beyde Probezahlen sind wieder einander gleich.

Erster Abschnitt.
Von Verhältnissen und Proportionen.

§. 61.

Sowohl Zahlen als auch überhaupt Größen von einer Art kann man in Ansehung ihrer Größe mit einander vergleichen. Diese Vergleichung bestehet in der Untersuchung, welche von zwo gleichartigen Größen oder Zahlen die größeste ist. Sie geschiehet durch die beyden Verkleinerungsrechnungsarten, also entweder durch die Subtraktion oder durch die Division. Durch erstere bestimmt die Differenz um wie viel, durch letztere bestimmt der Quotient, wie vielmal die eine Größe oder Zahl größer oder kleiner als die andre ist. Diese Bestimmung nennet man auf beyde Fälle das Verhältniß der Zahlen oder Größen, mit welchen die Vergleichung angestellet ist.

§. 62.

Alle Verhältnisse, welche durch die Subtraktion gefunden werden, haben den Namen arithmetische, die hingegen durch die Division gefunden werden, den Namen geometrische Verhältnisse.

Man kann also alle Subtraktionsexempel als arithmetische, und alle Divisionsexempel oder auch alle Brüche als geometrische Verhältnisse betrachten, und alsdann pflegt man die Differenzen, die Namen des arithmetischen, die Quotienten, die Namen des geometrischen Verhältnisses (nomen rationis) zu nennen. In beyden Arten der Verhältnisse werden die Größen, aus welchen sie bestehen, Glieder genannt, und es werden zu jedem Verhältniß zwey Glieder erfordert, weil sowohl ein Subtraktionsexempel nach §. 13. nur aus zwo Größen,

nämlich Minuendus und Subtrahendus, als auch ein Divisionsexempel nach §. 16. ebenfalls nur aus zwo Größen, nämlich Dividendus und Divisor, so wie ein Bruch nach §. 26. nur aus einem Zähler und einem Nenner bestehet.

Man pflegt, um diese Glieder zu unterscheiden, das erste Glied eines Verhältnisses das vorhergehende oder antecedens, das zweyte Glied eines Verhältnisses das nachfolgende oder consequens zu nennen. Es sind also, z. E.

1) 4 − 3; 8 − 10 arithmetische Verhältnisse, in welchen 4 und 8 die vorhergehenden, und 3 und 10 die nachfolgenden Glieder sind.

Da nun $4 - 3 = 1$

und $8 - 10 = -2$

so ist vom erstern Verhältniß 4 − 3 der Name des Verhältnisses = 1

hingegen von dem zweyten Verhältniß 8 − 10 der Name des Verhältnisses = − 2.

2) 6 : 12; 8 : 4 geometrische Verhältnisse, in welchen 6 und 8 die vorhergehenden und 12 und 4 die nachfolgenden Glieder sind.

Da nun $6 : 12 = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

und $8 : 4 = \frac{8}{4} = 2$

so ist vom erstern Verhältniß 6 : 12 der Name des Verhältnisses $= \frac{1}{2}$

hingegen vom letztern Verhältniß 8 : 4 der Name des Verhältnisses = 2

§. 63.

In einem jeden Verhältniß ist entweder das erste oder vorhergehende Glied größer oder kleiner als das zweyte oder nachfolgende Glied.

Ist das erste Glied eines arithmetischen Verhältnisses größer als das zweyte; so ist letzteres um das diesem Verhältniß eigenen Namen oder der Differenz kleiner als das erste; oder das zweyte Glied ist = dem ersten Gliede — der Differenz.

Ist aber das erste Glied eines arithmetischen Verhältnisses kleiner als das zweyte; so bestehet das zweyte Glied aus dem ersten Gliede + ersterwähnten Namen des Verhältnisses oder der Differenz.

Der Name des Verhältnisses oder die Differenz wird allemal hier durch die Subtraktion des zweyten von dem ersten Gliede bestimmt. Ist also das erste Glied größer als das zweyte, so wird der Name des Verhältnisses nach §. 11. eine Plusgröße; ist aber das erste Glied kleiner als das zweyte; so wird der Name des Verhältnisses eine Minusgröße. Im ersten Fall wird also diese Differenz von dem ersten Gliede subtrahirt, und im zweyten Fall zu dem ersten Gliede addirt, denn auf beyde Fälle kann man das zweyte Glied, welches dem ersten Gliede an der Einheit gleich angenommen wird, als eine Minusgröße betrachten, zu welcher also auch eine Minusgröße addiret werden kann; soll aber zu selbiger hingegen eine Plusgröße addiret werden, so bestehet deren Addition in einer Subtraktion, und aus diesem Grunde wird die Differenz im zweyten Fall zu dem ersten Gliede addirt, und im ersten Fall von dem ersten Gliede subtrahirt. Z. E. es wäre das arithmetische Verhältniß

entweder $8 - 5$ oder $5 - 8$

da nun $8 - 5 = 3$

und $5 - 8 = -3$

so ist in dem erstern Verhältniß

$8 - 5 = 8) - (8 - 3$

und in dem andern Verhältniß

$$5 - 8 = 5) - (- 5 - 3$$

Wenn hingegen in einem geometrischen Verhältniß das erste oder vorhergehende Glied größer als das zweyte oder nachfolgende Glied, so bestehet letzteres aus dem Quotienten, welcher durch die Division des ersten Gliedes mit dem Namen des Verhältnisses entstehet.

Ist hier aber das erste Glied kleiner als das zweyte, so bestehet letzteres ebenfalls aus dem Quotienten, welcher durch die Division des ersten Gliedes mit dem Namen des Verhältnisses entstehet.

Der Name des Verhältnisses wird hier allemal durch die Division des ersten durch das zweyte Glied gefunden. Ist nun das erste Glied größer als das zweyte; so wird der Quotient oder Name des Verhältnisses nach §. 28 = einem unächten Bruch.

Ist hingegen das erste Glied kleiner als das zweyte; so wird dieser Quotient oder Name des Verhältnisses = einem ächten Bruch. Wäre auch im ersten Fall der Name des Verhältnisses = einer ganzen Zahl, so ist auch diese nach §. 34. = einem unächten Bruch, dessen Nenner = 1. z. E. es wäre das geometrische Verhältniß

entweder 8 : 4 oder 4 : 8

so ist $8 : 4 = \frac{8}{4} = 2 = \frac{2}{1}$

und $4 : 8 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

also im ersteru Verhältniß wäre

$8 : 4 = 8) : (8 : \frac{2}{1} = 8) : (8 . \frac{1}{2} = 8 : \frac{8}{2}$

und im andern Verhältniß wäre

$4 : 8 = 4) : (4 : \frac{1}{2} = 4) : (4 . \frac{2}{1} = 4) : (4 . 2$

§. 64.

Eine Gleichung ist ein doppelter oder zwiefacher Ausdruck einer Größe; sie bestehet aus zween Theilen, welche

man bey der Anzeige in eine Reihe setzet, und durch das Zeichen der Gleichheit, welches nach §. 4, = ist, verbindet. So sind z. E.

8 + 3 = 11
9 + 2 = 11
8 + 4 = 12
8 + 5 = 13
9 − 7 = 2
8 − 6 = 2
8 − 10 = − 2
7 − 9 = − 2
12 − 9 = 3
12 − 4 = 8
18 − 10 = 8
16 − 10 = 6
8 . 3 = 24
6 . 4 = 24
8 . 4 = 32
12 : 3 = 4
36 : 9 = 4
12 : 6 = 2
36 : 9 = 4
27 : 9 = 3

Gleichungen; denn 8 + 3 ist eben so viel als 11 und 9 − 7 völlig 2 gleich, denn 11 ist die Summa von 8 + 3 und 2 die Differenz von 9 − 7. u. s. w.

Die Theile einer Gleichung können auch aus verschiedenen Gliedern bestehen, wenn nur der Werth der Glieder jedes Theils der Gleichung, es mag der Werth aus der Summa, Differenz, Produkt oder Quotienten bestehen, einander gleich ist.

Wenn in zwo Gleichungen ein Theil dem andern gleich ist, so entstehet durch die Verbindung der übrigen beyden ungleichen Theile wieder eine Gleichung. Man pflegt dieses solchergestalt auszudrücken, daß wenn zwo Grösfen einer dritten gleich sind, so müssen auch die zwo Größen unter einander gleich seyn. Wenn also z. E.

$$9 - 7 = 2$$
$$8 - 6 = 2$$

so muß $9 - 7 = 8 - 6$ seyn

oder wenn

$$12 : 3 = 4$$
$$36 : 9 = 4,$$

so muß $12 : 3 = 36 : 9$ seyn.

Wenn nun, wie hier beyde Theile einer Gleichung aus einem Subtraktionsexempel oder Divisionsexempel bestehen, so nennet man erstere Gleichung eine arithmetische Proportion, letztere hingegen eine geometrische Proportion; es ist also

$9 - 7 = 8 - 6$ eine arithmetische Proportion, hingegen $12 : 3 = 36 : 9$ eine geometrische Proportion.

§. 65.

Alle Proportionen, sie mögen arithmetische oder geometrische seyn, bestehen aus Vier Gliedern, weil zu jeder Proportion zwey Verhältnisse, und zu jedem Verhältniß zwey Glieder erforderlich sind.

Man unterscheidet diese Glieder durch die Benennung der äußern, innern oder mitlern und der ähnlichen Glieder. Wenn die Glieder einer Proportion in eine Reihe gesetzet sind, und man benennet solche von der linken

gegen die rechte Hand mit Eins, Zwey, Drey, Viere; so sind

Die äußern Glieder das erste und vierte.

Die innern oder mitlern das zweyte und dritte.

Die ähnlichen Glieder aber in einer arithmetischen Proportion

1) Die beyden Minuendi.

2) Die beyden Subtrahendi.

Die ähnlichen Glieder in einer geometrischen Proportion hingegen

1) Die beyden Dividendi.

2) Die beyden Divisoren.

§. 66.

Man kann in einer jeden arithmetischen Proportion so wohl das erste und dritte, als auch das erste und zweyte Glied als Minuendi betrachten; im ersten Fall sind alsdann das zweyte und vierte, im letztern Fall aber das dritte und vierte Glied Subtrahendi. Wenn also z. E. in

$$9 - 7 = 8 - 6$$

9 und 8 die Minuendi sind, so sind 7 und 6 die Subtrahendi, sind aber 9 und 7 die Minuendi, so sind alsdann 8 und 6 die Subtrahendi.

Man kann ferner in einer jeden geometrischen Proportion entweder das erste und dritte, oder auch das erste und zweyte Glied als Dividendi betrachten, alsdann sind im ersten Fall das zweyte und vierte, im letztern Fall das dritte und vierte Glied die Divisoren. Wären also z. E. in

$$12 : 3 = 36 : 9$$

12 und 36 Dividendi, so sind 3 und 9 die Divisoren; sind aber 12 und 3 Dividendi, so sind 36 und 9 die Divisoren.

In allen Proportionen kann also das erste dem dritten oder das erste dem zweyten Gliede ähnlich seyn; im ersten Fall ist alsdann das zweyte dem vierten, im letzten Fall das dritte dem vierten Gliede wieder ähnlich.

Wenn eine Größe der andern ähnlich ist, so pflegt man die Aehnlichkeit derselben durch folgendes zwischen selbige gesetztes Zeichen ~ anzuzeigen. Wäre also in

$$12 : 3 = 36 : 9$$

$12 \sim 3$; so ist $36 \sim 9$; ist hingegen

$12 \sim 36$; so ist $3 \sim 9$.

§. 67.

Sind in beyden Arten von Proportionen die beyden mitlern oder auch die beyden äußern Glieder von gleicher Größe also in der Einheit gleich; so wird dieses eine continuirliche Proportion, sind hingegen alle vier Glieder von ungleicher Größe, so wird dieses eine discrete Proportion genennet. Wenn also z. E.

$$8 - 6 = 2$$
$$6 - 4 = 2$$

so entstehet $8 - 6 = 6 - 4$

Zwey Gleichungen also, welche aus zwey gleich großen Subtraktionsexempeln, von welchen der eine Subtrahendus dem andern Minuendus gleich, geben eine arithmetische continuirliche Proportion. Sind hingegen in beyden Subtraktionsexempeln die Minuendi und Subtrahendi von verschiedener Größe, wie z. E. in

$$9 - 7 = 8 - 6$$

so entstehet eine arithmetische discrete Proportion. Wenn ferner z. E.

$$12 : 6 = 2$$
$$6 : 3 = 2$$

so entstehet $12 : 6 = 6 : 3$

Hier geben also zwey Gleichungen, welche aus zwey gleich großen Divisionsexempeln bestehen, von welchen aber der eine Divisor dem andern Dividendus gleich, eine geometrische continuirliche Proportion. Sind hingegen beyde Dividendi und Divisoren von verschiedener Größe, wie z. E. in

12 : 3 = 36 : 9

so entstehet eine geometrische discrete Proportion.

§. 68.

Die Ueberzeugung, daß die gegebenen vier Glieder einer arithmetischen und geometrischen sowohl discreten als continuirlichen Proportion, eine wahre Proportion ausmachen, erhält man

1) Bey einer arithmetischen Proportion durch die Addition oder auch durch die Subtraktion. Bey ersterer muß die Summa der beyden äußern Glieder eben so groß seyn, wie die Summa der beyden mitlern Glieder. Bey letzterer müssen die Differenzen der ähnlichen Glieder einander sowohl in Absicht der Einheit als der Zeichen völlig gleich seyn. Ist also das erste oder vorhergehende Glied eines Verhältnisses größer als das zweyte oder nachfolgende Glied; so muß auch das erste oder vorhergehende Glied des andern Verhältnisses größer seyn als das zweyte oder nachfolgende Glied. Oder wenn in dem einen Verhältnisse das erste Glied kleiner wäre als das zweyte; so muß auch in dem andern Verhältnisse das erste Glied kleiner seyn als das zweyte.

2) Bey einer geometrischen Proportion durch die Multiplikation oder auch durch die Division.

Bey ersterer müssen die Produkte der äußern und mitlern Glieder, bey letzterer die Quotienten der ähnlichen Glieder einander völlig gleich seyn. Ist also auch hier

das erste Glied des einen Verhältnisses größer als das zweyte Glied; so muß auch das erste Glied des andern Verhältnisses größer seyn als das zweyte Glied. Oder ist das erste Glied des einen Verhältnisses kleiner als das zweyte Glied, so muß auch das erste Glied des andern Verhältnisses kleiner seyn als das zweyte Glied. Daß also z. E.

$$9 - 7 = 8 - 6$$

beweiset

1) weil $7 + 8 = 9 + 6 = 15$
2) weil $9 - 7 = 2$; u. $8 - 6 = 2$
3) weil $9 - 8 = 1$; u. $7 - 6 = 1$

Ferner daß

$$12 : 3 = 36 : 9$$

beweiset

1) weil $3 \cdot 36 = 12 \cdot 9 = 108$
2) weil $12 : 3 = 4$; und $36 : 9 = 4$
3) weil $12 : 36 = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$; u. $3 : 9 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

§. 69.

Zwischen den ähnlichen Gliedern der bisher gezeigten arithmetischen und geometrischen Proportion war einerley Verhältniß, man kann also von diesen vier in einer Reihe gesetzten Gliedern sowohl der arithmetischen als geometrischen Proportion behaupten:

Das erste Glied verhält sich zum zweyten wie das dritte zum vierten; oder das erste Glied verhält sich zum dritten wie das zweyte zum vierten Gliede.

Dieser Schluß findet aber nicht bey allen Proportionen statt, indem es auch Proportionen gibt, von deren Glieder folgender Schluß gilt:

Das erste Glied verhält sich zum zweyten wie das vierte zum dritten Gliede; oder das zweyte

Glied verhält sich zu dem ersten wie das dritte zu dem vierten Gliede; oder das erste Glied verhält sich zum vierten, wie das zweyte zu dem dritten Gliede.

Man nennet dieses verkehrte oder wiederkehrliche Proportionen; sie entstehen durch die Verbindung zweyer Subtraktions- oder auch zweyer Divisionsexempel, von welchen in denen erstern die Differenzen zwar in der Einheit gleich, aber in denen Zeichen verschieden sind; in denen letztern bestehen die Quotienten zwar aus gleichen Größen, von welchen aber die eine ein ächter die andere aber ein unächter Bruch ist. Z. E. da

$$8 - 6 = 2$$

und $5 - 7 = -2$

so entstehet $8 - 6 = 5 - 7$

oder

da $8 : 4 = 2$

und $3 : 6 = \frac{1}{2}$

so entstehet $8 : 4 = 3 : 6$

Im ersten Fall war die eine Differenz = 2, die andere aber = − 2.

Im zweyten Fall war der eine Quotient = 2, der andere aber = $\frac{1}{2}$.

Es verhält sich also in der arithmetischen Proportion

$$8 - 6 = 5 - 7$$

8 zu 6 nicht wie 5 zu 7, oder 8 zu 5 nicht wie 6 zu 7; sondern es verhält sich hier

8 zu 6 wie 7 zu 5, oder 6 zu 8 wie 5 zu 7; oder 8 zu 7 wie 6 zu 5.

Ferner verhält sich in der geometrischen Proportion

$$8 : 4 = 3 : 6$$

8 zu 4 nicht wie 3 zu 6, oder 8 zu 3 nicht wie 4 zu 6; sondern es verhalt sich hier

8 zu 4, wie 6 zu 3, oder 4 zu 8 wie 3 zu 6; oder 8 zu 6 wie 4 zu 3.

Man verwandelt aber solche wiederkehrliche Proportionen in rechte. Dieses geschiehet, wenn man entweder das vierte mit dem dritten, oder das zweyte mit dem ersten Gliede verwechselt; oder wenn man das vierte zum zweyten, das zweyte zum dritten und das dritte zum vierten Gliede annimmt.

Setzte man also anstatt

8 − 6 = 5 − 7
entweder 8 − 6 = 7 − 5
oder 6 − 8 = 5 − 7
oder 8 − 7 = 6 − 5

so entstehen durch alle drey Veränderungen rechte arithmetischen Proportionen, denn in allen dreyen ist 8 + 5 − 6 + 7 = 13.

Setzte man ferner anstatt

8 : 4 = 3 : 6
entweder 8 : 4 = 6 : 3
oder 4 : 8 = 3 : 6
oder 8 : 6 = 4 : 3

so entstehen auch hier durch alle drey vorgenommene Veränderungen wahre geometrische Proportionen, denn in allen ist 8 . 3 = 6 . 4 = 24.

Die Verwandelung einer wiederkehrlichen oder verkehrten Proportion in eine rechte Proportion ist nothwendig, weil man nur aus wahren nie aus verkehrten Proportionen eine unbekannte Größe finden kann.

Die Wahl der gezeigten Verwechselung der Glieder ist so lange willkührlich wie die Glieder der Proportion

ohnbenamt sind, mit welchen Gliedern aber bey benamten Größen diese Verwechselung vorzunehmen, wird §. 75. und auch bey der Anwendung der Regula detri gezeiget.

§. 70.

Bey der Entstehung der Proportionen wurde §. 64. gezeiget, daß

1) Eine arithmetische Proportion durch die Verbindung zwoer Gleichungen entstand, von welchen in beyden der eine Theil aus einem Minuendus und Subtrahendus, der andre Theil hingegen aus solchen Differenzen bestand, die in der Einheit und Zeichen einander völlig gleich waren, die Glieder der Proportion bestanden also aus zween Minuendis und zween Subtrahendis; denn da

$$\begin{array}{r} M - S = D \\ 9 - 7 = 2 \\ 8 - 6 = 2 \end{array}$$

so entstand $M - M = S - S$

$9 - 8 = 7 - 6$

da nun $9 - 8 = 1$; und $7 - 6 = 1$

so kann man von zwey Subtraktionsexempeln deren Differenzen in der Einheit und Zeichen einander gleich sind, behaupten: die Minuendi verhalten sich unter einander wie ihre Subtrahendi; um so viel also hier der Minuendus 9 größer ist, als der Minuendus 8, um eben so viel ist auch 7 oder des erstern Subtrahendus auch größer als 6 oder des andern Subtrahendus.

Es entstehen aber auch arithmetische Proportionen, a) durch die Verbindung solcher zwo Gleichungen, von welchen zwar auch in beyden der eine Theil aus zween Minuendis und zween Subtrahendis, der andere Theil aus deren Differenzen bestehet, welche aber nur in denen

Zeichen, nicht in der Einheit gleich, sondern von verschiedener Größe sind. Es müssen aber alsdenn entweder beyde Minuendi oder beyde Subtrahendi von gleicher Größe seyn.

Sind die Minuendi von gleicher Größe, so bestehet alsdenn die Proportion aus zween Subtrahendis und zwo Differenzen; denn da

$$M - S = D$$
$$12 - 9 = 3$$
$$12 - 4 = 8$$

so entstehet $S - S = D - D$

$$9 - 4 = 3 - 8$$

da aber $9 - 4 = 5$ und $3 - 8 = -5$; so entstehet nach §. 69 eine verkehrte Proportion, man kann also hier nicht behaupten: der Subtrahendus 9 verhält sich zu dem Subtrahendus 4, wie die Differenz 3, welche der erstere Subtrahendus bewirket, zu der Differenz 8, welche dem zweyten Subtrahendus eigen; sondern der erste Subtrahendus 9 verhält sich zum zweyten Subtrahendus 4, wie die Differenz 8 des zweyten Subtrahendus zu der Differenz 3 des ersten Subtrahendus. In zwey Subtraktionsexempeln von gleich großen Minuendis aber verschiedenen Differenzen verhält sich also: der größeste Subtrahendus zu dem kleinen Subtrahendus, wie die Differenz, welche letzterer bewirket, zu der Differenz welche ersterer bewirket; um so viel also hier der Subtrahendus 9 größer ist als der Subtrahendus 4, um eben so viel ist die Differenz 3 auch kleiner, als die Differenz 8. Will man hier die verkehrte Proportion

S – S = D – D
9 – 4 = 3 – 8

in eine rechte Proportion verwandeln, so verwechselt man entweder die beyden Subtrahendi oder Differenzen, gewöhnlich werden die beyden letzten Glieder also hier die Differenzen, mithin das dritte und vierte Glied nemlich 3 und 8 mit einander verwechselt, es entstehet alsdann die rechte arithmetische Proportion

S – S = D – D
9 – 4 = 8 – 3

denn 9 + 3 = 4 + 8 = 12.

Sind hingegen die Subtrahendi von gleicher Größe, so bestehet die Proportion aus zween Minuendis und zwo Differenzen. Wenn also z. E.

M	–	S	= D
18	–	10	= 8
16	–	10	= 6

so entstehet

M	–	M	= D – D
18	–	16	= 8 – 6

Da nun hier 18 – 16 = 2; und 8 – 6 = 2; so verhalten sich in zween Subtraktionsexempeln von gleich großen Subtrahendis die Minuendi unter einander, wie die Differenzen; um so viel also hier der Minuendus 18 größer als der Minuendus 16, um eben so viel ist auch die Differenz 8, welche dem erstern eigen, größer als die dem kleinsten Minuendus eigene Differenz 6.

b) Durch die Verbindung zwoer Gleichungen deren einer Theil in jeder aus zwo zu summirenden Größen, der andere Theil aus deren Summa bestehet. Hier müssen aber entweder beyde Summen von gleicher Größe seyn; oder,

wenn diese verschieden, so müssen in jeder Gleichung eine von den zu summirenden Größen einander gleich seyn.

Im ersten Fall machen die sämmtlichen zu summirende Größen, im letztern Fall die zwo ungleich großen zu summirenden Größen, und beyde Summen die Proportion aus. Wenn also z. E.

$$8 + 3 = 11$$
$$9 + 2 = 11$$

so entstehet $8 - 9 = 2 - 3$
oder wenn $8 + 4 = 12$
$8 + 5 = 13$

so entstehet $4 - 5 = 12 - 13$

beyde Proportions sind recht, denn in ersterer ist $9 + 2 = 8 + 3 = 11$ und in letzterer $5 + 12 = 4 + 13 = 17$. In beyden Fällen ist die Ordnung der Glieder sehr leicht zu finden, denn im erstern bestand der eine Theil jeder Gleichung aus der Summe entweder der beyden äußern oder der beyden mitlern Glieder; erwählte man also wie hier 8 und 3 zu den äußern Gliedern, so mußten nothwendig 9 und 2 die mitlern Glieder geben; weil ferner in dem zweyten Fall das erste Glied 4 kleiner war, als 12 und 5 oder das zweyte Glied, so mußte man nach §. 68. von den übrigen zwo Gliedern 5 und 13 oder 12 und 13 nothwendig das kleinste Glied wieder zum dritten Gliede erwählen.

2) Eine geometrische Proportion durch die Verbindung zwoer Gleichungen entstand, deren einer Theil in jeder aus einem Divisionsexempel, der andere Theil aus deren Quotienten, welche einander völlig gleich waren, bestand. Die Glieder dieser Proportion waren also zween Dividendi und zween Divisoren. Da also

D : d = Q
36 : 9 = 4
12 : 3 = 4

so entstehet D : D = d : d
36 : 12 = 9 : 3

da nun 36 : 12 = 3; und 9 : 3 = 3,
so findet sich in zwey Divisionsexempeln von gleich großen Quotienten, zwischen denen Dividendis und Divisoren ein rechtes geometrisches Verhältniß; denn so vielmal der Dividendus 36 größer ist als der Dividendus 12, um eben so vielmal ist auch des erstern Divisor 9 größer als des andern Divisor 3.

Es entstehen aber auch geometrische Proportionen a) durch die Verbindung zweer Gleichungen deren einer Theil in jeder auch aus einem Divisionsexempel, der andere aber aus dessen Quotienten bestehet, welche von verschiedener Größe sind. In diesem Fall müssen aber entweder beyde Dividendi oder beyde Divisoren von gleicher Größe seyn.

Sind beyde Dividendi von gleicher Größe, so bestehet die Proportion aus zween Divisoren und Quotienten; denn da

D : d = Q
12 : 3 = 4
12 : 6 = 2

so entstehet 3 : 6 = 4 : 2
es ist aber 3 : 6 = $\frac{3}{6}$ = $\frac{1}{2}$ und 4 : 2 = 2
folglich ist 3 : 6 = 4 : 2
eine verkehrte Proportion.

In zween Divisionsexempeln von gleich grossen Dividendis, aber verschiedenen Quotienten

verhalten sich die Divisoren verkehrt wie ihre bewirkte Quotienten; so vielmal also hier der Divisor 3 kleiner ist als der Divisor 6, eben so vielmal ist der durch erstern entstandene Quotient 4 größer als der Quotient 2, welcher durch den andern Divisor entstanden.

Verwechselt man aber auch hier die beyden letzten Glieder also 4 und 2, so entstehet die rechte geometrische Proportion

$$d : d = Q : Q$$
$$3 : 6 = 2 : 4$$

denn $6 . 2 = 3 . 4 = 12$.

Sind hingegen die Divisoren von gleicher Größe, so bestehet die Proportion aus zween Dividendis und Quotienten. Denn da

$$D : d = Q$$
$$36 : 9 = 4$$
$$27 : 9 = 3$$

so entstehet $D : D = Q : Q$

$$36 : 27 = 4 : 3.$$

Hier ist aber $36 : 27 = \frac{36}{27} = \frac{4}{3}$ und $4 : 3 = \frac{4}{3}$, es ist also in zween Divisionsexempeln von gleich großen Divisoren, zwischen denen beyden Dividendis und Quotienten einerley geometrisches Verhältniß; so viel mal also hier der Dividendus 36 größer ist, als der Dividendus 27, eben so vielmal ist auch des erstern zugehöriger Quotient 4 größer als der Quotient 3 des letztern.

b) Durch die Verbindung zwoer Gleichungen von welchen in beyden der eine Theil aus denen Faktoren, der andere Theil aus deren Produkt bestehet. Hier müssen aber entweder beyde Produkte, oder in jeder Gleichung einer der Faktoren einander gleich seyn.

Sind beyder Produkte gleich groß, so bestehen die Glieder der Proportion aus denen vier Faktoren beyder Gleichungen. Z. E. da

$$M \cdot m = P$$
$$6 \cdot 4 = 24$$
$$8 \cdot 3 = 24$$

so entstehet $M : M = m : m$

$$6 : 8 = 3 : 4.$$

Sind hingegen beyder Produkte verschieden, so bestehen die Glieder der Proportion aus denen beyden Produkten und denen zwey ungleich großen Faktoren. Z. E. da

$$M \cdot m = P$$
$$8 \cdot 3 = 24$$
$$8 \cdot 4 = 32$$

so entstehet $m : m = P : P$

$$3 : 4 = 24 : 32.$$

In ersterer Proportion war

$6 : 8 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$; und $3 : 4 = \frac{3}{4}$

In letzterer Proportion war

$3 : 4 = \frac{3}{4}$; und $24 : 32 = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$.

Auch hier ist in beyden Fällen die Ordnung der Glieder leicht zu finden, denn im erstern Fall, da die Produkte gleich groß waren, bestand der andere Theil jeder Gleichung aus dem Produkt entweder der beyden äußern oder der beyden mitlern Glieder. Nimmt man nun wie hier 6 und 4 als äußere Glieder an, so müssen nothwendig 8 und 3 die mitlern Glieder seyn. Erwählet man nun von erstern beyden 6 zum ersten Gliede, und von letztern beyden 8 zum zweyten Gliede, so ist 6 als das vorhergehende kleiner als dessen nachfolgende Glied 8, folglich muß das dritte Glied auch kleiner seyn, als des-

sen nachfolgende vierte Glied, es wird also 3 zum dritten Gliede gesetzet.

Da ferner in dem zweyten Fall die beyden Multiplicatoren 3 und 4 das erste Verhältniß ausmachen, und in diesem 3 als das kleinste Glied das vorhergehende Glied war, so muß in dem andern Verhältniß welches aus 24 und 32 bestehet, nothwendig 24 als das kleinste Glied wieder das vorhergehende Glied seyn. Der Grund, daß man sowohl in dem ersten Fall die beyden Multiplicandi, im letztern die beyden Multiplicatoren zu Verhältnissen erwählte, ist, weil ein Verhältniß allemal aus zwey gleichnamigten oder gleichartigen Größen bestehen muß.

§. 71.

Aus einer gegebenen arithmetischen und geometrischen Proportion entstehen wieder neue Proportionen:

1) Durch Versetzung der Glieder, wenn man

a) die beyden äußern oder mitlern allein,

b) die äußern und mitlern zugleich,

c) die ähnlichen Glieder mit einander verwechselt. Bey letzterm Fall aber muß die Verwechselung mit allen ähnlichen, also mit allen vier Gliedern zugleich vorgenommen werden.

Z. E. Die gegebene arithmetische Proportion wäre

$$2 - 8 = 6 - 12$$

so ist nach (a) $12 - 8 = 6 - 2$

oder $2 - 6 = 8 - 12$

und nach (b) $12 - 6 = 8 - 2$

ferner nach (c) $6 - 12 = 2 - 8$

oder $8 - 2 = 12 - 6$

denn in allen erhaltenen Proportionen ist $8 + 6 = 2 + 12 = 14$.

Oder es wäre die geometrische Proportion gegeben

8 : 4 = 6 : 3

so entstehet nach (a)	3 : 4 = 6 : 8
oder	8 : 6 = 4 : 3
und nach (b)	3 : 6 = 4 : 8
ferner nach (c)	4 : 8 = 3 : 6
oder	6 : 3 = 8 : 4

denn in allen erhaltenen Proportionen ist 3 . 8 = 4 . 6 = 24.

2) Durch Hülfe der vier Rechnungsarten entstehen aus einer arithmetischen Proportion wieder neue arithmetische Proportionen, wenn man

a) Zu zwey ähnlichen oder auch allen vier Gliedern gleich viel addiret.

b) Von zwey ähnlichen oder allen vier Gliedern gleich viel subtrahiret.

c) alle vier Glieder mit einerley Zahl multipliciret.

d) alle vier Glieder durch einerley Zahl dividiret.

Z. E. es wäre wieder die arithmetische Proportion gegeben

2 – 8 = 6 – 12

so entstünde durch die Addition, Subtraktion, Multiplication und Division mit der Zahl 2 aus

2 – 8 = 6 – 12

nach (a)	4 – 10 = 6 – 12
oder	2 – 10 = 6 – 14
oder	4 – 8 = 8 – 12
oder	2 – 8 = 8 – 14
oder	4 – 10 = 8 – 14

denn in denen zwo erstern neuen Proportionen ist 10 + 6 = 12 + 4 = 14 + 2 = 16;

in der dritten und vierten Proportion ist

$$8 + 8 = 4 + 12 = 2 + 14 = 16$$

und in der letztern Proportion ist

$$10 + 8 = 4 + 14 = 18.$$

Es entstünde ferner aus $2 - 8 = 6 - 12$

nach (b)	$0 - 8 = 4 - 12$
oder	$0 - 6 = 6 - 12$
oder	$2 - 6 = 6 - 10$
oder	$2 - 8 = 4 - 10$
oder	$0 - 6 = 4 - 10$

denn in denen sämmtlichen hier entstandenen neuen Proportionen sind die Summen der innern Glieder = denen Summen der äußern Glieder.

Es entstünde ferner aus $2 - 8 = 6 - 12$

nach (c)	$4 - 16 = 12 - 24$
nach (d)	$1 - 4 = 3 - 6$

denn in der erstern neuen Proportion ist

$$4 + 24 = 16 + 12 = 28$$

und in der letztern neuen Proportion ist

$$1 + 6 = 4 + 3 = 7.$$

3) Durch die Multiplication, Division, Erhebung zu Potenzen, Ausziehung der Wurzeln entstehen aus einer geometrischen Proportion wieder neue geometrische Proportionen, wenn man

a) zwey ähnliche oder alle vier Glieder mit einerley Zahl multipliciret.

b) zwey ähnliche oder alle vier Glieder durch einerley Zahl dividiret.

c) alle vier Glieder zu einerley Potenzen erhebet.

d) aus allen vier Gliedern einerley Wurzel ziehet.

Es entstünde also z. E. durch die Multiplication und der Division mit der Zahl 2 aus der geometrischen Proportion

8 : 4 = 12 : 6

nach (a) 16 : 8 = 12 : 6
oder 8 : 4 = 24 : 12
oder 16 : 4 = 24 : 6
oder 8 : 8 = 12 : 12
oder 16 : 8 = 24 : 12

denn in denen neu erhaltenen Proportionen ist

8 . 12 = 16 . 6 = 96
4 . 24 = 8 . 12 = 96
4 . 24 = 16 . 6 = 96
8 . 12 = 8 . 12 = 96
8 . 24 = 16 . 12 = 192

Ferner entstünde aus 8 : 4 = 12 : 6

nach (b) 4 : 2 = 12 : 6
oder 8 : 4 = 6 : 3
oder 4 : 4 = 6 : 6
oder 8 : 2 = 12 : 3
oder 4 : 2 = 6 : 3

denn in diesen neu erhaltenen Proportionen ist

2 . 12 = 4 . 6 = 24
4 . 6 = 8 . 3 = 24
4 . 6 = 4 . 6 = 24
2 . 12 = 8 . 3 = 24
2 . 6 = 4 . 3 = 12

Endlich entstehet aus 8 : 4 = 12 : 6

nach (c) $8^2 : 4^2 = 12^2 : 6^2$
also 64 : 16 = 144 : 36
denn 16 . 144 = 64 . 36 = 2304

Wäre ferner die geometrische Proportion gegeben

4 : 9 = 16 : 36

so entstehet nach (d) $\sqrt{4} : \sqrt{9} = \sqrt{16} : \sqrt{36}$

also 2 : 3 = 4 : 6

denn 3 . 4 = 2 . 6 = 12.

§. 72.

Es entstehen ferner neue geometrische Proportionen wenn man zwo oder mehrere derselben unter einander und die übereinander stehende Glieder mit einander multiplicirt, oder wenn nur zwo Proportionen gegeben, diese untereinanderstehende Glieder durch einander dividiret; es geben alsdenn im erstern Fall die Produkte, im letztern Fall aber die Quotienten wieder eine geometrische Proportion. So entstehet z. E. aus folgenden zwo Proportionen

8 : 4 = 6 : 3

2 : 12 = 5 : 30

---

entweder 8 . 2 : 4 . 12 = 6 . 5 : 3 . 30

also 16 : 48 = 30 : 90

denn 48 . 30 = 16 . 90 = 1440.

oder es entstehet aus obigen beyden Proportionen

$\frac{8}{2} : \frac{4}{12} = \frac{6}{5} : \frac{3}{30}$

also $4 : \frac{1}{3} = \frac{6}{5} : \frac{1}{10}$

denn $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ und $4 \cdot \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Ferner entstünde aus folgenden Proportionen

4 : 6 = 8 : 12

3 : 9 = 2 : 6

5 : 8 = 10 : 16

2 : 6 = 4 : 12

---

die Prop. 4.3.5.2 : 6.9.8.6 = 8.2.10.4 : 12.6.16.12

also 120 : 2592 = 640 : 13824

denn 2592 . 640 = 120 . 13824 = 1658880.

Sind aber hier auch nur zwo geometrische Proportionen gegeben, und es sind in selbigen

a) die Dividendi und Divisoren zweyer unter einander stehender Verhältnisse von gleicher Größe.

b) Alle unter einander stehende Dividendi oder die Divisoren von gleicher Größe.

c) Die Dividendi der ersten beyden unter einander stehenden, und die Divisoren der letztern beyden unter einander stehenden Verhältnisse von gleicher Größe.

d) In denen beyden erstern sowohl als letztern über einander stehenden Verhältnissen ein Dividendus und Divisor von gleicher Größe;

so machen auf alle diese erwähnte Fälle alle übrigen Glieder allein eine geometrische Proportion aus.

Es entstehen also aus folgenden Proportionen, in welchen allemal das erste und dritte Glied als Dividendi, das zweyte und vierte Glied aber als Divisoren angenommen, folgende neue Proportionen, z. E.

aus 3 : 6 = 4 : 8
und 3 : 6 = 5 : 10

---

entstehet nach (a) 4 : 8 = 5 : 10
oder 4 : 5 = 8 : 10
denn 8 . 5 = 4 . 10 = 40
ferner aus 3 : 6 = 4 : 8
und 3 : 12 = 4 : 16

---

entstehet nach (b) 6 : 8 = 12 : 16
oder 6 : 12 = 8 : 16
denn 12 . 8 = 6 . 16 = 96
desgleichen aus 3 : 6 = 4 : 8
und 9 : 6 = 12 : 8

---

entstehet auch nach (b) 3 : 9 = 4 : 12

oder 3 : 4 = 9 : 12
denn 9 . 4 = 3 . 12 = 36

ferner aus 3 : 6 = 8 : 16
und 3 : 12 = 4 : 16

entstehet nach (c) 6 : 12 = 4 : 8
oder 6 : 4 = 12 : 8
denn 12 . 4 = 6 . 8 = 48

desgleichen aus 3 : 6 = 8 : 16
und 4 : 6 = 8 : 12

entstehet auch nach (c) 3 : 4 = 12 : 16
oder 3 : 12 = 4 : 16
denn 3 . 16 = 12 . 4 = 48

ferner aus 3 : 6 = 8 : 16
und 6 : 4 = 12 : 8

entstehet nach (d) 3 : 4 = 12 : 16
oder 3 : 12 = 4 : 16
denn 4 . 12 = 3 . 16 = 48

desgleichen aus 3 : 6 = 8 : 16
und 4 : 3 = 16 : 12

entstehet auch nach (d) 4 : 6 = 8 : 12
denn 6 . 8 = 4 . 12 = 48

Sind aber in denen zwo unter einander gesetzten geometrischen Proportionen entweder die beyden ersten oder die beyden letzten Verhältnisse einander gleich, so giebt eines dieser gleichen Verhältnisse und die Summa oder auch die Differenz der übrigen über einander stehenden Glieder der beyden ungleichen Verhältnisse wieder eine Proportion, z. E.

aus 5 : 10 = 4 : 8
und 3 : 6 = 4 : 8

entstünde 5 + 3 : 10 + 6 = 4 : 8

also 8 : 16 = 4 : 8

oder es entstünde 5 − 3 : 10 − 6 = 4 : 8
also 2 : 4 = 4 : 8

denn in ersterer neuen Proportion ist
16 . 4 = 8 . 8 = 64

und in der letzten neuen Proportion ist
4 . 4 = 2 . 8 = 16

Sind ferner in mehr als zwo unter einander gesetzten geometrischen Proportionen

a) entweder die erstern oder letztern Verhältnisse von gleicher Größe, so macht eines dieser gleichen Verhältnisse und die Summa der über einander stehenden Glieder der ungleichen Verhältnisse wieder eine Proportion aus; so entstehet also aus

3 : 6 = 4 : 8
5 : 10 = 4 : 8
7 : 14 = 4 : 8

die Proportion 3 + 5 + 7 : 6 + 10 + 14 = 4 : 8
also 15 : 30 = 4 : 8
denn 30 . 4 = 15 . 8 = 120

Ist aber

b) das letzte Verhältniß der einen Proportion allemal dem ersten Verhältniß der folgenden Proportion gleich; so machen die noch vorhandenen ungleichen Verhältnisse wieder eine Proportion aus.

Wenn also z. E.

4 : 6 = 8 : 12
8 : 12 = 6 : 9
6 : 9 = 2 : 3
2 : 3 = 18 : 27

so entstehet 4 : 6 = 18 : 27
denn 6 . 18 = 4 . 27 = 108

§. 73.

Es entstehen auch neue arithmetische Proportionen, wenn man die über einander gesetzten Glieder verschiedener arithmetischer Proportionen addiret, oder auch, wenn nur zwo derselben vorhanden die über einander stehende Glieder von einander subtrahiret. So entstehet z. E.

aus 7 − 6 = 9 − 8
und 4 − 2 = 5 − 3

entweder 7 + 4) − (6 + 2) = 9 + 5) − (8 + 3
also 11 − 8 = 14 − 11
denn 8 + 14 = 11 + 11 = 22

Oder es entstehet

(7 − 4) − (6 − 2) = (9 − 5) − (8 − 3)
also 3 − 4 = 4 − 5
denn 4 + 4 = 3 + 5 = 8

Ferner aus 4 − 6 = 5 − 7
3 − 4 = 8 − 9
2 − 9 = 3 − 10

entst. (4+3+2) − (6+4+9 = 5+8+3) − (7+9+10)
also 9 − 19 = 16 − 26
denn 19 + 16 = 9 + 26 = 35.

Ist aber in denen unter einander gesetzten arithmetischen Proportionen allemal das letzte Verhältniß der einen Proportion dem ersten Verhältniß der folgenden Propor-

tion gleich, so machen die übrigen beyden ungleichen Verhältnisse wieder eine Proportion aus;
wenn also z. E. $6 - 4 = 3 - 1$
$3 - 1 = 9 - 7$
$9 - 7 = 5 - 3$
so entstehet $6 - 4 = 5 - 3$
denn $4 + 5 = 6 + 3 = 9$.

§. 74.

Die Glieder einer jeden arithmetischen und geometrischen Proportion sind entweder ohnbenamt, oder benamt. Im ersten Fall sind blos die Einheiten der Glieder, im letztern Fall aber auch zugleich ihre Benennung, ob solche Minuendi, Dividendi, Subtrahendi, Divisoren, Differenz, Quotienten sind, gegeben. Sind die Glieder benamt, so müssen allemal in jeder Proportion von jeder Benennung zwey Glieder vorhanden seyn. Die Glieder in beyden Arten von Proportionen sind nicht allezeit ganze Zahlen, sondern sie können auch aus ächten, unächten und vermischten Brüchen bestehen.

Wenn von einer jeden dieser discreten Proportionen drey Glieder gegeben, die Glieder mögen beschaffen seyn wie sie wollen; so kann man durch Hülfe dieser drey Glieder das vierte fehlende Glied finden. Man nennet dieses: zu drey gegebenen Zahlen oder Größen die vierte arithmetische und geometrische Proportionalzahl suchen.

Suchet man zu drey gegebenen Gliedern einer geometrischen Proportion das vierte Glied; so nennet man die Anleitung, nach welcher solches geschiehet, Regula Detri.

Wenn auch von einer arithmetischen oder geometrischen continuirlichen Proportion nur zwey Glieder, nemlich entweder die beyden mitlern oder die beyden äußern Glieder, also die beyden Glieder, welche von verschiedener Größe sind, gegeben; so kann man auch zu diese beyden die noch fehlenden zwo gleich großen Glieder finden, man nennet dieses dahero: zu zwo Zahlen oder Größen die mitlere arithmetische und geometrische Proportionalzahl suchen.

§. 75.

Das Verfahren bey der Bestimmung des Werthes des vierten fehlenden Gliedes einer arithmetischen und geometrischen Proportion, deren Glieder nicht nur benamt, sondern auch ganze Zahlen sind, bestehet in folgenden.

1) Das fehlende Glied oder die zu suchende unbekannte Größe bezeichnet man gewöhnlich mit x; weil in der Mathematik überhaupt eine unbekannte Größe durch die letztern Buchstaben des kleinen lateinischen Alphabets angezeiget werden.

2) Da diese fehlende Größe nach §. 70 bey einer arithmetischen Proportion entweder ein Minuendus, Subtrahendus oder Differenz; bey einer geometrischen Proportion hingegen ein Dividendus, Divisor und Quotient seyn kann; so setzet man bey x den Anfangsbuchstaben der Größe, welche man sucht; also z. E.

x . M wenn man den Minuendus
x . S wenn man den Subtrahendus
x . D wenn man den Dividendus
x . d wenn man den Divisor u. s. w. sucht.

Da man auch nach §. 26. ein jedes Divisionsexempel als einen Bruch betrachten kann, so kann auch bey einer

geometrischen Proportion die unbekannte Größe entweder ein Zähler oder Nenner seyn, und in diesem Fall setzet man x Z wenn der Zähler

x N wenn der Nenner gesucht wird. Sind die Anfangsbuchstaben aller Glieder einander gleich, wie z. E. sich findet, wenn zu zween Dividendis und einem Divisor der fehlende Divisor gesucht würde; so unterscheidet man diese Namen durch einen großen und kleinen Buchstaben, und nennet z. E. den Dividendus D, und den Divisor d. Es vertritt also hier x die Stelle der Zahl, welche der Größe eigen, deren Anfangsbuchstabe bey x gesetzet ist.

3) setzet man neben dieses mit dem Anfangsbuchstaben der gesuchten Größe bezeichnetes x entweder

a) das Glied, welches zu dieses gehöret; oder

b) das Glied, welches mit x einerley Namen hat.

4) Verbindet man beyde neben einander gesetzte Glieder, von welchen aber allemal die Anfangsbuchstaben ihrer Namen einwärts gesetzet werden, durch das jedem Verhältniß eigene Zeichen.

5) Setzet man unter x;

wenn nach (a) verfahren, das Glied, welches mit dem gegen x gesetzten Gliede einerley Namen hat;

wenn aber nach (b) verfahren, das Glied, welches zu x gehöret.

6) Gegen dieses wird alsdann das noch vorhandene Glied gesetzet, und auch diese beyden Glieder durch das dem Verhältniß eigene Zeichen verbunden.

Z. E. Von einer arithmetischen discreten Proportion wäre Nr. 1.

Der eine Minuendus = 9, dessen Subtrahendus = 7

Der andre Minuendus = 8, dessen Subtrahendus unbekannt; so nennet man solchen x S.

Oder es wäre Nr. 2.

Der eine Subtrahendus = 9, die von solchen erzeugte Differenz = 3.

Der andre Subtrahendus = 4, dessen zugehörige Differenz unbekannt, so nennet man solche x D.

Ferner von einer geometrischen discreten Proportion wäre Nr. 1.

Der eine Dividendus = 36, dessen Divisor = 9;

Der andre Dividendus = 12, dessen Divisor unbekannt; so nennet man solchen x d.

Oder es wäre Nr. 2.

Der eine Divisor = 3, dessen erzeugter Quotient = 4

Der andre Divisor = 6, dessen zugehöriger Quotient unbekannt, so nennet man diesen x Q.

Von diesen angeführten Beyspielen wäre der Aufsatz

Von der arithmetischen Proportion Nr. 1.

Die erste Art nach (a)	Die zweyte Art nach (b)
x S – M 8	x S – S 7
9 M – S 7	8 M – M 9

Von der arithmetischen Proportion Nr. 2.

Die erste Art nach (a)	Die zweyte Art nach (b)
x D – S 4	x D – D 3
9 S – D 3	4 S – S 9

Von der geometrischen Proportion Nr. 1.

Die erste Art nach (a)	Die zweyte Art nach (b)
x d : D 12	x d : d 9
36 D : d 9	12 D : D 36

Von der geometrischen Proportion Nr. 2.

Die erste Art nach (a)

x Q : d 6
3 d : Q 4

Die zweyte Art nach (b)

x Q :: Q 4
6 d : d 3

Außer diesen jetzt gezeigten Arten des Aufsatzes bey der Bestimmung des fehlenden Gliedes einer arithmetischen oder geometrischen discreten Proportion setzet man auch

7) die drey gegebene bekannte und das mit x bezeichnete unbekannte Glied mit dem Anfangsbuchstaben ihrer Namen solchergestalt in eine Reihe, daß entweder

c) die beyden bekannten Glieder, welche zu einander gehören zuerst linker Hand, alsdann das dritte bekannte Glied oder

d) die beyden gleichnamigten bekannten Glieder zuerst linker Hand, alsdann das noch vorhandene dritte bekannte Glied, und endlich auf beyde Fälle das mit x bezeichnete Glied zum vierten Gliede gesetzet wird.

Setzet man die Glieder nach

c) so wird das Glied, zu welchen das fehlende gesucht wird, zum dritten Gliede; das diesem am Namen gleich, zum ersten Gliede linker Hand erwählet.

Setzet man aber die Glieder nach

d) so wird das Glied, zu welches das fehlende gesucht wird, zum zweyten Gliede; das diesem am Namen gleiche Glied zum ersten Gliede linker Hand erwählet.

Im ersten Fall wird also das noch vorhandene bekannte Glied das zweyte, im letztern Fall aber das dritte Glied; x aber auf beyde Fälle das vierte oder letzte Glied.

Bey diesen letztern beyden Arten des Aufsatzes wird sowohl zwischen die ersten als letzten beyden Glieder das Verhältnißzeichen und zwischen beyde Verhältnisse also

zwischen das zweyte und dritte Glied das Gleichheitzeichen gesetzet.

Es wäre also hier von dem Aufsatz

Der arithmetischen discreten Proportion Nr. 1.

Die dritte Art nach c.

$$9\,M - 7\,S = 8\,M - x\,S$$

Die vierte Art nach d.

$$9\,M - 8\,M = 7\,S - x\,S$$

Der arithmetischen discreten Proportion Nr. 2.

Die dritte Art nach c.

$$9\,S - 3\,D = 4\,S - x\,D$$

Die vierte Art nach d.

$$9\,S - 4\,S = 3\,D - x\,D$$

Der geometrischen discreten Proportion Nr. 1.

Die dritte Art nach c.

$$36\,D : 9\,d = 12\,D : x\,d$$

Die vierte Art nach d.

$$36\,D : 12\,D = 9\,d : x\,d$$

Der geometrischen discreten Proportion Nr. 2.

Die dritte Art nach c.

$$3\,d : 4\,Q = 6\,d : x\,Q$$

Die vierte Art nach d.

$$3\,d : 6\,d = 4\,Q : x\,Q$$

Wenn der Aufsatz nach einer der gezeigten vier Arten geschehen, so prüfet man

8) ob der Werth des mit x bezeichneten Gliedes größer oder kleiner werden muß, als das diesem gleichnamigte Glied und woher dieses größer oder kleiner werden entstehet.

Rühret solches daher, weil das Glied, zu welchen x gehöret, größer oder kleiner ist, als das diesem gleichnamigte Glied, so finden sich in diesen vier Gliedern zwey rechte Verhältnisse; muß aber z. E. x deswegen kleiner werden, weil das Glied, welches zu x gehöret, größer ist als das diesem gleichnamigte Glied, so machen diese beyden Glieder ein verkehrtes Verhältniß aus.

Finden sich alsdann in der Aufgabe zwey rechte Verhältnisse, so bleiben die Glieder in der ersten, dritten und vierten Art des Aufsatzes in beyden Proportionen ohnverändert stehen; in der zweyten Art des Aufsatzes werden aber die beyden gleichnamigten bekannten Glieder in der untersten Reihe verwechselt.

Findet sich hingegen in der Aufgabe ein verkehrtes Verhältniß, so bleiben in der zweyten Art des Aufsatzes in beyden Proportionen die Glieder ohnverändert stehen; in denen übrigen dreyen Arten des Aufsatzes aber werden die zwey gleichnamigten bekannten Glieder verwechselt; es wird also

in der ersten Art, die beyden überecksstehenden gleichnamigten bekannten Glieder;

in der dritten Art, das erste Glied mit dem dritten Gliede;

in der vierten Art, das erste mit dem zweyten Gliede verwechselt.

Der Grund der vorzunehmenden oder zu unterlassenden Verwechselung der beyden gleichnamigten bekannten Glieder, wird §. 77 gezeiget.

Hierauf werden

9) bey denen ersten beyden Arten des Aufsatzes die in jeder Columne unter einander stehende Glieder der arithmetischen Proportion addiret, der geometrischen Propor-

tion aber mit einander multipliciret. Man subtrahiret alsdann bey der arithmetischen Proportion von der Summa der bekannten Glieder, die mit x durch das Additionszeichen verbundene Zahl; bey der geometrischen Proportion aber dividiret man das Produkt der bekannten Grösen durch die mit x durch das Multiplicationszeichen verbundene Zahl.

Bey der dritten und vierten Art des Aufsatzes, werden aber bey der arithmetischen Proportion die beyde mitlern und äußern Glieder jede besonders addiret, und alsdann die mit x verbundene Zahl von der Summa der andern subtrahiret; bey der geometrischen Proportion werden die beyden mitlern und äußern Glieder jede besonders mit einander multipliciret, und das Produkt der beyden bekannten Glieder durch das mit x verbundene bekannte Glied dividiret, so giebt in allen Arten von Aufsätzen

bey der arithmetischen Proportion die Differenz

bey der geometrischen Proportion der Quotient

den gesuchten wahren Werth von x.

Wenn nun

10) der Werth von x gefunden, so setzet man selbigen wieder in allen Arten von Aufsätzen an x Stelle, addiret bey der arithmetischen Proportion in denen ersten beyden Arten des Aufsatzes die über einander stehenden Glieder jeder Columme besonders, in denen beyden letztern Arten des Aufsatzes aber die beyden mitlern und äußern Glieder besonders; hingegen bey der geometrischen Proportion multipliciret man in denen ersten beyden Arten des Aufsatzes die über einander stehende Glieder jeder Columne besonders, in denen letzten beyden Arten des Aufsatzes die mitlern und äußern Glieder besonders. Kommen als-

dann bey der arithmetischen Proportion einerley Summen, bey der geometrischen Proportion einerley Produkte, so ist x = dem gesuchten und gefundenen Werth. Dieses nennet man die Probe der Proportionen.

Die Anwendung der gegebenen Regeln werden folgende bestimmte Werthe von x zeigen.

Erste Aufgabe.

Man hat zwey Subtraktionsexempel deren Differenz einander gleich, von welchen der eine Minuendus = 8, dessen Subtrahendus = 5, der andre Minuendus = 9, dessen Subtrahendus wird gesucht, selbiger ist also = x.

In dieser Aufgabe sind drey Glieder einer discreten arithmetischen Proportion vorhanden, zu welchen das vierte, welches = xS, gesucht wird.

Auffatz nach der ersten Art.

Vor angestellter Prüfung.

x S – M 9
8 M – S 5

Weil nun nach angestellter Prüfung diese vier Glieder nach §. 70. zwey rechte Verhältnisse ausmachen, so bleiben die Glieder hier ohnverwechselt stehen.

Auffatz und Berechnung.

x S – M 9
8M – S 5

8 + x = 9 + 5

8 + x = 14

x = 14 – 8

x = 6

Aufsatz nach der zweyten Art.

Vor angestellter Prüfung.

x S – S 5
9 M – M 8

Nach angestellter Prüfung werden hier die beyden untern Glieder verwechselt, es ist also:

Aufsatz und Berechnung.

x S – S 5
8 M – M 9

8 + x = 5 + 9

8 + x = 14

x = 14 – 8

x = 6

Aufsatz nach der dritten Art.

Vor angestellter Prüfung.

8 M – 5 S = 9 M – x S

Nach angestellter Prüfung bleiben die Glieder ohnverwechselt stehen, es ist also:

Aufsatz und Berechnung.

8 M – 5 S = 9 M – x S

5 + 9 = 8 + x

14 = 8 + x

14 – 8 = x

6 = x

Auffatz nach der vierten Art.

Vor angestellter Prüfung.

$$8\,M - 9\,M = 5\,S - x\,S$$

Auch hier bleiben nach angestellter Prüfung die Glieder ohnverwechselt stehen, es ist also:

Auffatz und Berechnung.

$$8\,M - 9\,M = 5\,S - x\,S$$

$$9 + 5 = 8 + x$$

$$14 = 8 + x$$

$$14 - 8 = x$$

$$6 = x$$

Beweiß, daß $x = 6$

Nach dem ersten Auffatz.

$$6\,S - M\,9$$

$$8\,M - S\,5$$

$$6 + 8 = 9 + 5$$

$$14 = 14$$

Nach dem zweyten Auffatz.

$$6\,S - S\,5$$

$$8\,M - M\,9$$

$$6 + 8 = 5 + 9$$

$$14 = 14$$

Nach dem dritten Auffatz.

$$8\,M - 5\,S = 9\,M - 6\,S$$

$$5 + 9 = 8 + 6$$

$$14 = 14$$

Zweyte Aufgabe.

In zwey Subtractionsexempeln sind die Minuendi von gleicher Größe.

Der eine Subtrahendus ist = 9; der andre = 4.

Durch die Subtraction des erstern vom Minuendo entstehet die Differenz = 3.

Durch die Subtraction des andern vom Minuendus entstehet die Differenz = x.

Wie groß ist diese Differenz?

In dieser Aufgabe sind wieder drey Glieder einer arithmetischen discreten Proportion vorhanden, zu welcher das vierte Glied gesucht wird.

Aufsatz nach der ersten Art.

Vor angestellter Prüfung.

xD – S4
9S – D3

Nach angestellter Prüfung machen diese vier Glieder eine verkehrte Proportion aus, es werden also hier die beyden überecksstehende Glieder mit einander verwechselt; alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

xD – S9
4S – D3

4 + x = 9 + 3

4 + x = 12

x = 12 – 4

x = 8

Aufsatz nach der zweyten Art.
Vor angestellter Prüfung.

$$xD - D_3$$
$$4S - S_9$$

Hier werden nach angestellter Prüfung die Glieder nicht verwechselt; es ist also

Aufsatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r} xD - D_3 \\ 4S - S_9 \\ \hline 4+x = 3+9 \\ \hline 4+x = 12 \\ \hline x = 12-4 \\ \hline x = 8 \end{array}$$

Aufsatz nach der dritten Art.
Vor angestellter Prüfung.

$$9S - 3D = 4S - xD$$

Hier werden nach angestellter Prüfung das erste mit dem dritten Gliede verwechselt; es ist also

Aufsatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r} 4S - 3D = 9S - xD \\ \hline 3 + 9 = 4 + x \\ \hline 12 = 4 + x \\ \hline 12 - 4 = x \\ \hline 8 = x \end{array}$$

Aufsatz nach der vierten Art.
Vor angestellter Prüfung.

$$9S - 4S = 3D - xD$$

Hier wird nach angestellter Prüfung das erste mit dem zweyten Gliede verwechselt, es ist alsdenn

Auffatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r} 4S - 9S = 3D - xD \\ \hline 9 + 3 = 4 + x \\ \hline 12 = 4 + x \\ \hline 12 - 4 = x \\ \hline 8 = x \end{array}$$

Beweiß daß x = 8.

Nach dem ersten Auffatz.

$$\begin{array}{r} 8D - S9 \\ 4S - D3 \\ \hline 8 + 4 = 9 + 3 \\ \hline 12 = 12 \end{array}$$

Nach dem zweyten Auffatz.

$$\begin{array}{r} 8D - D3 \\ 4S - S9 \\ \hline 8 + 4 = 3 + 9 \\ 12 = 12 \end{array}$$

Nach dem dritten Auffatz.

$$\begin{array}{r} 4S - 3D = 9S - 8D \\ \hline 3 + 9 = 4 + 8 \\ \hline 12 = 12 \end{array}$$

Nach dem vierten Auffatz.

$$\begin{array}{r} 4S - 9S = 3D - 8D \\ \hline 9 + 3 = 4 + 8 \\ \hline 12 = 12 \end{array}$$

Dritte Aufgabe.

Von zwey Divisionsexempeln deren Quotienten von gleicher Größe, sey der eine Dividendus = 8, dessen Divisor = 4; der andere Dividendus = 6, dessen Divisor wird gesucht also = x.

In dieser Aufgabe sind drey Glieder einer geometrischen discreten Proportion gegeben, und das vierte fehlende wird gesucht.

Aufsatz nach der ersten Art.

Vor angestellter Prüfung.

xd : D6
8D : d4.

Die Glieder werden nach angestellter Prüfung nicht verwechselt, weil diese vier Glieder eine rechte geometrische Proportion ausmachen, es ist also

Aufsatz und Berechnung.

xd : D6
8D : d4

8 . x = 6 . 4

8x = 24

$x = \frac{24}{8}$

x = 3

Aufsatz nach der zweiten Art.

Vor angestellter Prüfung.

xd : d4
6D : D8

Hier werden nach angestellter Prüfung die Glieder der untersten Reihe verwechselt; es ist alsdenn

Auffatz und Berechnung.

xd : d4
8D : D6

8 . x = 4 . 6.

8x = 24

x = $\frac{24}{8}$

x = 3

Auffatz nach der dritten Art.

Vor angestellter Prüfung.

8D : 4d = 6D : xd.

Nach angestellter Prüfung blieben hier die Glieder ohnverwechselt stehen, und ist der

Auffatz und Berechnung.

8D : 4d = 6D : xd

4 . 6 = 8 . x

24 = 8x

$\frac{24}{8}$ = x

3 = x

Auffatz nach der vierten Art.

Vor angestellter Prüfung.

8D : 6D = 4d : xd

Auch hier werden nach angestellter Prüfung die Glieder nicht verwechselt; es ist alsdenn

Auffatz und Berechnung.

8D : 6D = 4d : xd

6 . 4 = 8 . x

24 = 8x

$\frac{24}{8}$ = x

3 = x

Beweiß daß x = 3.

Nach dem ersten Auffatz.

3d : D6

8D : d4

3 . 8 = 6 . 4

24 = 24

Nach dem zweyten Auffatz.

3d : d4

8D : D6

3 . 8 = 4 . 6

24 = 24

Nach dem dritten Auffatz.

8D : 4d = 6D : 3d

4 . 6 = 8 . 3

24 = 24

Nach dem vierten Auffatz.

8D : 6D = 4d : 3d

6 . 4 = 8 . 3

24 = 24

Vierte Aufgabe.

Von zwey Divisionsexempeln deren Dividendi von gleicher Größe sind, sey der eine Divisor = 6, der durch diesen entstandene Quotient = 3; der andre Divisor = 9, der durch diesen entstehender Quotient würde gesucht, es ist also selbiger = x.

Aufsatz nach der ersten Art.

Vor angestellter Prüfung.

xQ : d9
6d : Q3

Hier werden nach angestellter Prüfung, weil diese vier Glieder eine verkehrte geometrische Proportion ausmachen, die überecksstehende Glieder verwechselt, und ist alsdenn

Aufsatz und Berechnung.

xQ : d6
9d : Q3

9 . x : 6 . 3

9x = 18

$x = \frac{18}{9}$

x = 2

Aufsatz nach der zweyten Art.

Vor angestellter Prüfung.

xQ : Q3
9d : d6

Hier werden nach angestellter Prüfung die Glieder nicht verwechselt, es ist also =

Aufsatz und Berechnung.

xQ : Q3
9d : d6

9 . x = 3 . 6

9x = 18

$x = \frac{18}{9}$

x = 2

Aufsatz nach der dritten Art.

Vor angestellter Prüfung.

6d : 3Q = 9d : xQ

Nach angestellter Prüfung wird hier das erste mit dem dritten Gliede verwechselt, es ist also

Aufsatz und Berechnung.

9d : 3Q = 6d : xQ

3 . 6 = 9 . x

18 = 9x

$\frac{18}{9} = x$

2 = x

Aufsatz nach der vierten Art.

Vor angestellter Prüfung.

6d : 9d = 3Q : xQ

Hier wird nach angestellter Prüfung das erste mit dem zweyten Gliede verwechselt; es ist also

Aufsatz und Berechnung.

9 d : 6 d = 3 Q : x Q

6 . 3 = 9 . x

18 = 9x

$\frac{18}{9}$ = x

2 = x

Beweiß daß x = 2.

Nach dem ersten Aufsatz.

2 Q : d 6

9 d : Q 3

2 . 9 = 6 . 3

18 = 18

Nach dem zweyten Aufsatz.

2 Q : Q 3

9 d : d 6

2 . 9 = 3 . 6

18 = 18

Nach dem dritten Aufsatz.

9 d : 3 Q = 6 d : 2 Q

3 . 6 = 9 . 2

18 = 18

Nach dem vierten Aufsatz.

9 d : 6 d = 3 Q : 2 Q

6 . 3 = 9 . 2

18 = 18

Daß nun sowohl diese letztern als auch die vorhergehende Beweise des gefundenen wahren Werth von x untrieglich beweiset §. 68. Nach selbigen bestehet das Kennzeichen einer arithmetischen Proportion in der Gleichheit der Summen, einer geometrischen Proportion in der Gleichheit der Produkte der beyden mitlern und äußern Glieder.

Bey der dritten und vierten Art des Aufsatzes fället also die Gewißheit der Probe von selbst in die Augen, weil nach §. 71. durch Versetzung der Glieder eine jede Proportion dem innern Werth nach, sich gleich bleibt, wenn die Versetzung nur nach einer von denen daselbst gegebenen Regeln vorgenommen ist.

Bey der ersten und zweyten Art des Aufsatzes muß aber die Gewißheit der Probe auch gelten; denn die bey der ersten und zweyten Art des Aufsatzes unter einanderstehende Glieder der ersten Columne sind = denen äußern Gliedern; der zweyten Columne sind = denen mitlern Gliedern der dritten und vierten Art des Aufsatzes, und macht auch hier in beyden Arten des Aufsatzes die Ordnung der Glieder keine Veränderung, weil weder bey der Addition nach §. 12., noch bey der Multiplikation nach §. 14. die Versetzung der Glieder so wenig auf die Summa noch Produkt einen Einfluß hat.

§. 76.

Bestehen die gegebenen drey Glieder einer arithmetischen oder geometrischen discreten Proportion nicht blos aus ganzen Zahlen, sondern auch aus ächten, unächten oder auch aus vermischten Brüchen, so werden vor angestellter Prüfung

a) Bey einer arithmetischen discreten Proportion

1) die vermischten Brüche nach §. 33. eingerichtet,

2) die ganzen Zahlen nach §. 34. durch untergesetzte in einen Bruch verwandelt;
3) sämmtliche Brüche nach §. 45. unter einem Hauptnenner gebracht;
4) diese neuerhaltene Brüche nunmehr anstatt der gegebenen Glieder gesetzet, die Prüfung angestellet, nach selbiger die Glieder geordnet, und übrigens so verfahren wie §. 40. die Addition und Subtraktion der Brüche gelehret.

b) Bey einer geometrischen discreten Proportion
1) die vermischten Brüche nach §. 33. eingerichtet,
2) die ganzen Zahlen nach §. 34. durch untergesetzte 1 in einen Bruch verwandelt,
3) diese sämmtliche Brüche anstatt der gegebenen Glieder gesetzet,
4) die Prüfung angestellet, und nach selbiger die Glieder geordnet,
5) bey der ersten und zweyten Art des Auffatzes die Nenner beyder gegeneinander überstehenden Columne mit einander verwechselt, also die Nenner der ersten Columne in die zweyte, der zwoten in die erste gesetzet. Gewöhnlich setzet man selbige neben einander, und verbindet solche durch das Multiplikationszeichen. Der Grund dieser Versetzung oder Verwechselung der Nenner, wird §. 77. angeführet.
6) multiplicirt man die in jeder Columne vorhandene Größen, welche alle Factoren sind; mit einander, und dividiret das erhaltene Produkt der Columne in welcher lauter bekannte Factoren sind, durch das mit x verbundene Produkt.
7) bey der dritten und vierten Art des Aufsatzes, werden aber die Nenner nicht verwechselt, sondern die

beyden mitlern und äußern Glieder wie vorhin gezeiget, mit einander besonders multipliciret, und das Produkt der mitlern Glieder durch die mit x verbundene Größe dividiret, nur muß man hier die §. 41 und 42. bey denen Brüchen gegebenen Regeln beobachten.

Die Anwendung dieser gegebenen Regeln werden folgende Aufgaben einer arithmetischen und geometrischen Proportion zeigen.

Fünfte Aufgabe.

Von einer arithmetischen discreten Proportion, deren Differenzen von gleicher Größe, sey der eine Minuendus $= 3$, dessen Subtrahendus $= 2\frac{3}{4}$; der andere Minuendus $= \frac{5}{8}$, dessen Subtrahendus wird gesucht, ist also $= x$.

Hier wird also

1) der vermischte Bruch $2\frac{3}{4}$ eingerichtet, so wird $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$,
2) die ganze Zahl 3 durch untergesetzte 1 in einen Bruch verwandelt, so wird $3 = \frac{3}{1}$,
3) werden die Brüche $\frac{5}{8}$, $\frac{11}{4}$, $\frac{3}{1}$ unter einen Hauptnenner gebracht. Da nun selbiger hier $= 8$, so wird $\frac{11}{4} = \frac{11}{4.2} = \frac{11}{8}$ und $\frac{3}{1} = \frac{3}{1.8} = \frac{24}{8}$.
4) werden diese erhaltenen Brüche $\frac{11}{8}$ und $\frac{24}{8}$ anstatt der vorigen Glieder gesetzt, so ist z. E.

Aufsatz nach der ersten Art.

Vor angestellter Prüfung.

$$xS - M\frac{5}{8}$$
$$\frac{24}{8}M - S\frac{22}{8}$$

Nach angestellter Prüfung bleiben die Glieder unverwechselt stehen, es ist also

Auffatz und Berechnung.

$$\begin{array}{rcl} x\,S & - & M\,\frac{5}{8} \\ 2\frac{4}{8}\,M & - & S\,2\frac{2}{8} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 2\frac{4}{8} + x & = & \frac{5}{8} + 2\frac{2}{8} \\ 2\frac{4}{8} + x & = & 2\frac{7}{8} \\ x & = & 2\frac{7}{8} - 2\frac{4}{8} \\ x & = & \frac{3}{8} \end{array}$$

Beweiß daß $x = \frac{3}{8}$.

$$\begin{array}{rcl} \frac{3}{8}\,S & - & M\,\frac{5}{8} \\ 2\frac{4}{8}\,M & - & S\,2\frac{2}{8} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \frac{3}{8} + 2\frac{4}{8} & = & \frac{5}{8} + 2\frac{2}{8} \\ 2\frac{7}{8} & = & 2\frac{7}{8} \end{array}$$

Sechste Aufgabe.

Von einer geometrischen discreten Proportion, deren Quotienten einander gleich, sey der eine Dividendus $= \frac{8}{9}$, dessen Divisor $= \frac{3}{4}$; der andere Dividendus $= 2\frac{1}{2}$, dessen Divisor wird gesucht, ist also $= x$.

Wenn der vermischte Bruch $2\frac{1}{2}$ eingerichtet wird, so ist $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ alsdann ist z. E.

Auffatz nach der ersten Art.

Vor angestellter Prüfung.

$$\begin{array}{rcl} x\,d & : & D\,\frac{5}{2} \\ \frac{8}{9}\,D & : & d\,\frac{3}{4} \end{array}$$

Nach angestellter Prüfung bleiben die Glieder unverwechselt stehen, es ist also

Aufsatz und Berechnung.

$$2 \cdot 4xd : D\tfrac{5}{2}$$
$$\tfrac{8}{9}D : d\tfrac{3}{4} \cdot 9$$

$$8.4.2.x = 5.3.9$$

$$64x = 135$$

$$x = 1\tfrac{3}{6}\tfrac{5}{4}$$

$$x = 2\tfrac{7}{6}4$$

Aufsatz nach der dritten Art.
Vor angestellter Prüfung.

$$\tfrac{8}{9}D : \tfrac{3}{4}d = \tfrac{5}{2}D : xd$$

Nach angestellter Prüfung bleiben auch hier die Glie der unverwechselt stehen, es ist also

Aufsatz und Berechnung.

$$\tfrac{8}{9}D : \tfrac{3}{4}d = \tfrac{5}{2}D : xd$$

$$\tfrac{3}{4} \cdot \tfrac{5}{2} = \tfrac{8}{9} \cdot x$$

$$1\tfrac{5}{8} = \tfrac{8}{9}x$$

$$1\tfrac{5}{8} : \tfrac{8}{9} = x$$

$$1\tfrac{5}{8} \cdot \tfrac{9}{8} = x$$

$$1\tfrac{3}{6}\tfrac{5}{4} = x$$

$$2\tfrac{7}{6}\tfrac{7}{4} = x$$

Beweiß daß $x = 2\tfrac{7}{6}\tfrac{7}{4}$.
Nach dem Aufsatz der ersten Art.

$$1\tfrac{3}{6}\tfrac{5}{4}d : D\tfrac{5}{2}$$
$$\tfrac{8}{9}D : d\tfrac{3}{4}$$

$$1\tfrac{3}{6}\tfrac{5}{4} \cdot \tfrac{8}{9} = \tfrac{5}{2} \cdot \tfrac{3}{4}$$

$$1\tfrac{5}{8} \cdot \tfrac{1}{1} = 1\tfrac{5}{8}$$

$$1\tfrac{5}{8} = 1\tfrac{5}{8}$$

Nach dem Aufsatz der dritten Art.

$$\frac{8}{9}D : \frac{3}{4}d = \frac{5}{2}D : \frac{135}{64}d$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{8}{9} \cdot \frac{135}{64}$$

$$\frac{15}{8} = \frac{15}{8}$$

Nach dem Aufsatz der ersten Art, wenn die Nenner verwechselt werden.

$$2 \cdot 4 \cdot \frac{135}{64}d : D\frac{5}{2}$$

$$\frac{8}{9}D : d\frac{3}{4} \cdot 9 \cdot 64$$

$$2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 135 = 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 64$$

$$8640 = 8640$$

§. 77.

Nach §. 75. wurden die beyden bekannten gleichnamigten Glieder der arithmetischen und geometrischen Proportionen in allen gezeigten vier Arten von Aufsätzen zuweilen mit einander verwechselt.

Ferner nach §. 76. wurden die Nenner der Glieder in denen ersten zwo Arten von Aufsätzen der geometrischen Proportion allezeit mit einander verwechselt.

Von beyden Verwechselungsarten beruhet der Grund auf folgende Betrachtungen.

1) Der Werth von x wurde bey der arithmetischen Proportion durch die Subtraktion; bey der geometrischen Proportion durch die Division gefunden.

2) Der bey einer arithmetischen Proportion erforderliche Subtrahendus war nach der ersten und zweyten Art des Aufsatzes das unter x befindliche Glied, und der

Minuendus bestand aus der Summa der unter einander-
stehenden Glieder der andern Columne. Nach der
dritten und vierten Art des Aufsatzes war der Subtra-
hendus das erste Glied, und der Minuendus bestand
aus der Summa der mitlern Glieder.

5) Der bey einer geometrischen Proportion erforderliche
Divisor war in der ersten und zweyten Art des Auf-
satzes, das unter x befindliche Glied, und der Divi-
dendus bestand aus dem Produkt der Factoren der an-
dern Columne. In der dritten und vierten Art des
Aufsatzes war der Divisor das erste Glied, und der
Dividendus bestand aus dem Produkt der mitlern Glie-
der. Es war also

4) Auf alle Fälle, bey der arithmetischen Proportion
x = der Differenz; bey der geometrischen Proportion
x = dem Quotienten. Es gibt aber

5) Bey einer arithmetischen Proportion allemal eines von
denen zwo gegebenen bekannten gleichnamigten Gliedern
den Subtrahendus, so wie auch eines derselben bey der
geometrischen Proportion den Divisor gibt. Muß nun

6) nach angestellter Prüfung bey einer arithmetischen Pro-
portion der Werth von x als Differenz, bey einer
geometrischen Proportion dieser Werth von x als Quo-
tient betrachtet, größer werden, als das selbigen am
Namen gleiche Glied, so muß natürlich von denen
beyden bekannten gleichnamigten Gliedern, das kleinste
zum Subtrahendus und Divisor erwählet werden. Hat
nun dieses zum Subtrahendus und Divisor erforder-
liche Glied, bereits in dem Aufsatz vor angestellter
Prüfung seine ihm eigene Stelle, so bleibet solches
stehen; wo nicht, so wird solche ihm durch die Ver-
wechselung gegeben.

Muß hingegen x als Differenz und Quotient betrachtet kleiner werden, als das selbigen gleichnamigte Glied, so erwählet man das größeste von den beyden gleichnamigten Gliedern zum Subtrahendus und Divisor. Hat nun ein jedes derselben die ihm eigene Stelle, so bleibet solches stehen; wo nicht, so wird auch hier die Verwechselung vorgenommen.

Da nun in der ersten Aufgabe der arithmetischen Proportion nach §. 70; x S größer werden mußte als 5 S, so wurde hier von 9 M und 8 M, letzteres also 8 M zum Subtrahendus erwählet. In der ersten, dritten und vierten Art des Aufsatzes vor angestellter Prüfung hatte 8 M bereits die gehörige Stelle, es blieb also hier nach angestellter Prüfung stehen. In der zwoten Art des Aufsatzes mußte solches aber erst mit 9 M verwechselt werden.

Da ferner in der zweyten Aufgabe x D nach der Prüfung ebenfalls größer werden mußte als 3 D, so wurde hier von 4 S und 9 S das kleinste Glied also 4 S zum Subtrahendus erwählet. In der ersten, dritten und vierten Art des Aufsatzes vor der Prüfung war aber dieses Glied nicht an seiner gehörigen Stelle, es wurde daher mit dem andern ihm gleichnamigten Gliede verwechselt. In der zweyten Art des Aufsatzes behielt aber solches seinen Platz.

Da ferner in der dritten Aufgabe der geometrischen Proportion ebenfals nach §. 70, x d kleiner werden mußte als 4 d; so erwählte man dahero von 6 D und 8 D das größeste also 8 D zum Divisor, welches wieder in der ersten, dritten und vierten Art des Aufsatzes vor der Prüfung seinen Platz hatte; in der zweyten Art aber durch die Verwechselung mit 6 D solchen erhielt.

In der vierten Aufgabe wurde von 9 d und 6 d, ersteres also 9 d zum Divisor erwählet, weil nach der Prüfung x Q kleiner werden mußte als 3 Q. In der zweyten Art des Anssatzes vor der Prüfung, stand 9 d bereits an seinen gehörigen Ort. In denen übrigen Arten des Anssatzes erhielt solches selbigen durch die Verwechselung mit dem ihm gleichnamigten Gliede.

7) Da in dem Aufsatz von zwo Columnen einer geometrischen Proportion, also in der ersten und zweyten Art des Aufsatzes, alle Glieder welche gegen x überstehen, Factoren des Dividendus, die unter oder auch bey x stehen, Factoren des Divisor sind; alle Nenner der Brüche aber auch als Divisoren betrachtet werden können; so sind auch die Nenner der Brüche, welche in der Columne des Dividendus stehen, Factoren des Divisor, und müssen also auf die andere Seite wo x befindlich, getragen werden.

Da ferner die Division der Brüche nach §. 42. durch Verkehrung des zum Divisor gegebenen Bruchs in eine Multiplikation verwandelt wird, und alsdann der Zähler des Divisor Nenner, und der Nenner Zähler wird; so sind auch hier die Nenner aller Brüche, die unter x stehen, Zähler, also auch Factoren des Dividendus, und müssen dahero auch auf deren Seite getragen werden, die Zähler aber werden nunmehro Nenner, und bleiben daher an ihrer Stelle.

In dem ersten Aufsatz der sechsten Aufgabe waren die Factoren des Dividendus = $\frac{5}{2}$ und $\frac{3}{4}$, es wurden also die Nenner 2 und 4 als Factoren des Divisor auf die andere Seite mit dem Multiplikationszeichen bey x gesetzet; hingegen der Nenner 9 des Divisors $\frac{8}{9}$ als Factor des Dividendus auf die andere Seite getragen.

§. 78.

Wenn auch von einer arithmetischen oder geometrischen Proportion die beyden mitlern oder die beyden äußern Glieder fehlen; so kann man auch diese nach §. 74. finden.

Diese fehlende Glieder sind nun allemal bey einer benamten arithmetischen Proportion ein Minuendus und Subtrahendus; bey einer benamten geometrischen Proportion ein Dividendus und Divisor. In beyden Proportionen sind sich aber diese fehlende Glieder einander gleich, weil diese mit denen gegebenen zwey bekannten Gliedern nach §. 67. eine continuirliche Proportion ausmachen. Man nennet auch hier die fehlende Größe x, folglich jede der fehlenden, weil sie einander gleich, x; man erwählet auch bey der Bestimmung des Werthes von x eine der gezeigten Arten des Aufsatzes, man verfähret auch eben so wie vorhin, und man bekommt alsdenn bey der arithmetischen continuirlichen Proportion entweder für die Summe der beyden mitlern Glieder oder der beyden Glieder der ersten Columne 2 x; bey der geometrischen Proportion hingegen, für das Produkt entweder der beyden mitlern Glieder, oder der beyden Glieder der ersten Columne x^2. Da man nun auf beyde Fälle den Werth von x sucht, so dividirt man bey einer arithmetischen continuirlichen Proportion die Summa der bekannten Glieder durch 2, bey einer geometrischen continuirlichen Proportion hingegen ziehet man aus dem Produkt der bekannten Glieder die Quadratwurzel; so gibt im erstern Fall der Quotient, im letztern die Quadratwurzel den wahren Werth von x. Z. E.

Siebente Aufgabe.

Es waren von zwo Subtraktionsexempeln die Differenzen einander gleich; der eine Minuendus sey = 4 dessen

Subtrahendus unbekannt, also = x; der andere Minuendus welcher auch unbekannt, aber erstern Subtrahendus gleich, ist also auch = x, dessen Subtrahendus sey = 9, so ist von dem

Auffatz und Berechnung.

Die erste Art.

xS − M4
xM − S9

x + x = 4 + 9

2x = 13

$x = \frac{13}{2}$

$x = 6\frac{1}{2}$.

Die zweyte Art.

4M − xM = xS − S9

x + x = 4 + 9

2x = 13

$x = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$

Beweiß daß $x = \frac{13}{2}$.

Nach der ersten Art.

$\frac{13}{2}$S − M4
$\frac{13}{2}$M − S9

$\frac{13}{2} + \frac{13}{2} = 4 + 9$

$\frac{26}{2} = 13$

13 = 13

Nach der zweyten Art.

$$4M - \tfrac{1}{-}\tfrac{3}{2}M = \tfrac{1}{-}\tfrac{3}{2}S - 9S$$

$$\tfrac{1}{-}\tfrac{3}{2} + \tfrac{1}{-}\tfrac{3}{2} = 4 + 9$$

$$\tfrac{2}{-}\tfrac{6}{2} = 13$$

$$13 = 13$$

Achte Aufgabe.

Von zwo Divisionsexempeln deren Quotienten von gleicher Größe, sey der eine Dividendus = 8, dessen Divisor unbekannt, also = x, der andere Dividendus ist erstern Divisor gleich, also auch = x, dessen Divisor = 72, so ist hier von dem

Aufsatz und Berechnung.

Die erste Art.

$$xd : D8$$
$$xD : d72$$

$$x \cdot x = 8 \cdot 72$$

$$x^2 = 576$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{576}$$

$$x = 24$$

Die zwote Art.

$$8D : xD = xd : 72d$$

$$x \cdot x = 8 \cdot 72$$

$$x^2 = 576$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{576}$$

$$x = 24$$

Beweiß daß x=24.

Nach der ersten Art.

24d : D8
24D : d72

24 . 24 = 8 . 72

576 = 576

Nach der zweyten Art.

8D : 24D = 24d : 72d

24 . 24 = 8 . 72

576 = 576

§. 79.

Wenn von einer arithmetischen oder geometrischen discreten Proportion die drey gegebenen Glieder ohnbenamt sind; so setzet man gewöhnlich bey der Berechnung des vierten fehlenden Gliedes die gegebene Glieder, und das mit x bezeichnete unbekannte Glied in eine Reihe. Die Ordnung der Glieder hänget alsdann von der Vorschrift ab, welche gegeben ist, ob das fehlende Glied das erste, zweyte, dritte oder vierte Glied seyn, und welchen Platz die übrigen Glieder haben sollen. Uebrigens verfähret man in allen Stücken wie die Berechnung des Werthes von x bey benamten ganzen und gebrochenen Zahlen in der dritten uud vierten Art des Aufsatzes bey beyden Proportionen gelehret. Z. E. man soll eine Zahl finden, welche sich zu 8 arithmetisch verhält, wie 3 zu 4, so ist der Aufsatz und Berechnung

$$\begin{array}{r} x - 8 = 3 - 4 \\ \hline 8 + 3 = 4 + x \\ \hline 11 = 4 + x \\ \hline 11 - 4 = 7 = x \end{array}$$

Beweiß daß $x = 7$.

$$\begin{array}{r} 7 - 8 = 3 - 4 \\ \hline 8 + 3 = 7 + 4 \\ \hline 11 = 11 \end{array}$$

oder es soll sich eine Zahl zu 6 geometrisch verhalten, wie 12 zu 9, so wäre

Aufsatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r} x : 6 = 12 : 9 \\ \hline 6 \cdot 12 = 9 \cdot x \\ \hline 72 = 9x \\ \hline 7\frac{2}{9} = x \\ \hline 8 = x \end{array}$$

Beweiß daß $x = 8$.

$$\begin{array}{r} 8 : 6 = 12 : 9 \\ \hline 6 \cdot 12 = 8 \cdot 9 \\ \hline 72 = 72 \end{array}$$

Gewöhnlich erwählet man bey dergleichen Aufgaben die unbekannte Größe zum ersten Gliede; das zweyte Glied ist alsdann die Zahl, zu welcher sie sich verhalten soll;

das dritte Glied ist die erste Zahl des gegebenen Verhältnisses, wie z. E. in der arithmetischen Proportion die Zahl 3, weil das gegebene arithmetische Verhältniß = 3 – 4, hätte sich aber sollen die unbekannte Größe oder x zu 8 verhalten, wie 4 zu 3, so wäre das gegebene Verhältniß = 4 – 3, folglich müßte man 4 zum dritten Gliede und 3 zum vierten Gliede setzen.

Wenn auch zu einer arithmetischen oder geometrischen continuirlichen Proportion die zwey fehlenden Glieder gesucht werden; so gebraucht man auch gewöhnlich zu deren Berechnung den erwähnten Aufsatz in eine Reihe, setzet die beyden unbekannten mit x bezeichneten Glieder anstatt der mitlern Glieder, von denen beyden gegebenen bekannten Gliedern ist die Wahl, welches das erste oder vierte Glied wird, willkührlich, übrigens verfähret man eben so wie bey denen benamten Gliedern gelehret, z. E.

Man sollte die mitlere arithmetische Proportionalzahl zwischen 6 und 8 bestimmen; so ist

Aufsatz und Berechnung.

$$\begin{array}{rcl} 6 - x & = & x - 8 \\ \hline 6 + 8 & = & x + x \\ \hline 14 & = & 2x \\ \hline 1\tfrac{4}{2} & = & x \\ \hline 7 & = & x \end{array}$$

Beweiß, daß x = 7

$$\begin{array}{rcl} 6 - 7 & = & 7 - 8 \\ \hline 6 + 8 & = & 7 + 7 \\ \hline 14 & = & 14 \end{array}$$

Oder man wollte die mitlere geometrische Proportionalzahl zwischen 16 und 4 bestimmen; so ist

Aufsatz und Berechnung.

$$16 : x = x : 4$$

$$16 \cdot 4 = x \cdot x$$

$$64 = x^2$$

$$\sqrt{64} = \sqrt{x^2}$$

$$8 = x$$

Beweiß, daß $x = 8$

$$16 : 8 = 8 : 4$$

$$8 \cdot 8 = 16 \cdot 4$$

$$64 = 64$$

Zweyter Abschnitt.

Von der Anwendung der geometrischen discreten Proportion.

§. 80.

Die Anwendung der geometrischen discreten Proportion bestehet in der Bestimmung des vierten fehlenden Gliedes einer geometrischen Proportion. Man nennet dieses Verfahren nach §. 74. Regula Detri.

§. 81.

Regula Detri wird in die einfache (simplex) und zusammengesetzte (composita oder multiplex) eingetheilet.

Regula Detri simplex beantwortet alle Aufgaben, in welchen die Bestimmung der Größe des vierten fehlenden

Gliedes einer geometrischen Proportion die Frage ausmacht. Sie erfordert also

1) drey bekannte Glieder, von welchen aber allemal zwey gleichnamigt seyn müssen.

2) Müssen diese drey bekannten Glieder mit dem vierten unbekannten Gliede zwey geometrische Verhältnisse, deren Quotienten oder Name des Verhältnisses von gleicher Größe sind, ausmachen.

3) Sind nach §. 75 diese beyden Verhältnisse entweder recht oder verkehrt. Sind sie recht, so bekommt die Regula Detri simplex noch den Zunamen directa; findet sich aber unter selbigen ein verkehrtes Verhältniß, so wird der Regula Detri simplex der Name inversa beygelegt.

Der Name simplex oder einfache Regula Detri rühret daher, weil zu der Beantwortung der Frage nur ein bekanntes geometrisches Verhältniß erfordert wird.

Regula Detri composita oder multiplex beantwortet hingegen alle Aufgaben, in welchen die Bestimmung des vierten fehlenden Gliedes einer geometrischen discreten Proportion zuerst noch andre unbekannte Glieder zu suchen erfordert. Zu der Bestimmung eines jeden dieser unbekannten Glieder wird ein bekanntes geometrisches Verhältniß erfordert, die Zahl derer hier erforderlichen bekannten Glieder ist also auch größer wie drey; die Antwort entstehet durch die Anwendung mehr als einer Proportion; sie besteht aus verschiedenen zusammengesetzten Proportionen, und daher ist der Name composita oder multiplex ihr beygelegt.

Die Regula Detri composita oder multiplex bekommt auch nach denen in der Aufgabe vorhandenen bekannten Gliedern einer geometrischen Proportion folgende Namen, als

Regula Quinque. Diese beantwortet alle Aufgaben, in welcher fünf bekannte Glieder sind, von welchen aber Viere zwey geometrische Verhältnisse ausmachen; sie erfordert eine zweymalige Anwendung der Regula Detri simplex, weil zwo unbekannte Größen gesucht werden müssen.

Regula Septem. Diese beantwortet alle Aufgaben, in welcher sieben bekannte Glieder sind, und von welchen sechse drey geometrische Verhältnisse ausmachen. Hier werden drey unbekannte Größen gesucht, es ist also eine dreymalige Anwendung der Regula Detri simplex erforderlich.

Bestehen die Aufgaben aber aus 9, 11, 13 ꝛc. bekannten Gliedern, in welchen also 4, 5, 6 ꝛc. geometrische Verhältnisse vorhanden, so wird allgemein deren Beantwortung Regula multiplex oder Conjointe genennet.

Aus der Zahl der bekannten Glieder, welche in einer Aufgabe vorhanden, und allemal aus einer ungeraden nie aus einer geraden Zahl bestehen kann, lässet sich nicht nur die Vielheit der gegebenen Verhältnisse, sondern auch die Vielheit der erforderlichen Anwendung der Regula Detri simplex sehr leicht bestimmen. Man dividiret nemlich die Zahl der bekannten Glieder durch zwey, so giebt der Quotient nicht nur die vorhandene Verhältnisse, sondern bestimmet zugleich die Vielheit der erforderlichen Anwendung der Regula Detri simplex. Es bleibt zwar allemal nach geschehener Division zum Rest 1, diese ist aber das dritte

Glied, welches zu der ersten Anwendung der Regula Detri simplex erforderlich.

Es giebt aber auch oft Aufgaben, in welchen zwar mehr als drey bekannte Glieder vorhanden, deren Beantwortung dennoch nur durch die Regula Detri simplex geschiehet. Alsdenn gehören aber gewiß die übrigen Glieder zu einem oder mehrern von denen gegebenen und erforderlichen dreyen übrigen Gliedern, und müssen erst mit selbigen durch eine der vier Rechnungsarten verbunden werden. Eine genaue Prüfung giebt nicht nur das Kennzeichen von solchen Gliedern, die vor sich kein Verhältniß ausmachen, sondern lehret auch die Wahl der zu der Verbindung erforderlichen Rechnungsart, und zeiget zugleich das Glied zu welches sie gehören, und mit welches die Verbindung geschehen muß.

§. 82.

Die Beantwortung einer jeden gegebenen Aufgabe, welche in der Bestimmung des Werthes der vierten Größe einer geometrischen Proportion bestehet, erfordert

1) eine genaue Prüfung,

a) ob selbige überhaupt durch die Regula Detri beantwortet werden kann.

b) Ob nicht einige Glieder zu einander gehören, und erst durch eine der vier Rechnungsarten mit einander verbunden, ein Glied ausmachen, und durch welche Rechnungsart diese Verbindung geschehen muß.

c) Wie vielmal die Regula Detri simplex angewendet werden muß.

d) Ob die Regula Detri directa oder inversa erfordert wird.

e) Ob nicht die Aufgabe, wenn gleich mehr als eine Anwendung der Regula Detri simplex erforderlich,

dennoch durch einen Aufsatz zu beantworten; oder ob nothwendig mehr als ein Aufsatz erforderlich.

Diese Prüfung geschiehet auf folgende Art.

Man stellet nemlich folgende zwo Fragen an, als

Die erste Frage: Was wird gesucht?

Die zwote Frage: Was ist bekannt?

Die Antwort einer jeden dieser Fragen muß aus zwo Gliedern bestehen; von diesen ist in der ersten Antwort das erste Glied unbekannt, und wird dahero mit x bezeichnet, das zweyte ist aber so wie die beyden Glieder der folgenden Antwort bekannt, und in jeder Antwort muß das erste Glied dem Namen nach dem letzten Gliede der ersten Antwort gleich seyn.

Macht nun jede Antwort ein geometrisches Verhältniß, machen beyde Antworten eine geometrische Proportion aus; so kann die Aufgabe durch die Regula Detri simplex aufgelöset werden.

Sind ferner beyde Verhältnisse recht, so geschiehet die Auflösung durch die Regula Detri directa, findet sich aber ein verkehrtes Verhältniß, so geschiehet die Auflösung durch die Regula Detri inversa.

Kann die zwote Frage: was ist bekannt, mehr als einmal wiederholet werden, macht deren Beantwortung, welche jedesmal wieder aus zwey bekannten Gliedern wovon das eine ebenfals mit dem letzten Gliede der zuvor erhaltenen Antwort einerley Namen haben muß, geometrische Verhältnisse aus; so erfordert die Auflösung der Aufgabe, Regula Detri composita.

Ist ferner das erste Glied jeder Antwort dem Namen nach gleich dem letzten Gliede der vorhergehenden Antwort, und endlich das letzte Glied der letzten Antwort gleich dem Namen des mit x bezeichneten ersten Gliedes der

ersten Antwort; so kann durch einen Aufsatz die Berechnung geschehen, es wäre denn, daß von einer jeden in der Aufgabe vorhandenen unbekannten Größe der Werth verlanget würde.

Kann aber die zwote Frage: was ist bekannt; nicht wiederholet werden, und es sind dennoch noch bekannte Glieder vorhanden; so suchet man das Glied, zu welches sie gehören, und die Rechnungsart, durch welche sie mit selbiger verbunden werden müssen, und verwandelt solche also in eine Größe oder Glied.

Nach dieser Prüfung setzet man

2) die Glieder der erhaltenen Antworten nach der §. 75. gezeigten ersten Art des Aufsatzes einer geometrischen Proportion auf, weil diese ohnstreitig denen Anfängern die angemessenste ist.

Sind nun mehr als zwo Antworten erfolget, also in der Aufgabe auch mehr als zwey Verhältnisse vorhanden, so setzet man diese solchergestalt unter einander, daß allemal das erste Glied linker Hand jeder Reihe, dem letzten Gliede rechter Hand der vorhergehenden Reihe am Namen gleich ist. Man thut dahero wohl, daß man bey der Wiederholung der zweyten Frage: was wird gesucht; diese Frage allemal von dem Gliede anstellet, welches dem letztern Gliede der zuvor erhaltenen Antwort am Namen gleich ist.

Dieser Aufsatz wird der Aufsatz nach der Kette genennet. Man könnte aber auch solchen den Aufsatz nach der Frage nennen, weil eine jede Reihe aus den Gliedern jeder erhaltenen Antwort bestehet.

3) Werden die Glieder, welche aus verschiedenen Benennungen z. E. aus Thaler, Groschen, Pfennig bestehen, nach §. 18. in die kleinste Benennung resolviret.

4) Die in denen Gliedern vorhandene vermischte Brüche nach §. 76. eingerichtet.

5) Werden die zwey bekannten Glieder jeder verkehrten Proportion nach §. 75. verwechselt.

6) Werden die Nenner der Brüche jeder Columne nach §. 76. auf die ihnen gegenüberstehende Seite gesetzet.

7) Werden die Glieder in jeder Columne mit einander multipliciret, jedes erhaltene Product unter dieselbigen zugehörigen Columnen gesetzet, und mit dem Gleichheitszeichen verbunden, wenn zuvor das Product der Columne linker Hand auch mit x durch das Multiplicationszeichen verbunden ist.

8) Dividiret man das Product der Columne rechter Hand durch das mit x verbundene Product; so giebt dieser Quotient den wahren Werth von x.

9) Bleibt nach geschehener Division ein Rest, so bestehet solcher aus Theilen der Größe, von welcher x den Namen hat. Dieser Rest ist also der Zähler eines Bruchs, dessen Nenner der Divisor ist. Man resolviret solchen nach §. 43. in die folgende kleinere Benennung, und setzet dieses so lange fort, bis die kleinste Benennung vorhanden. Bestehet der gebliebene Rest aus einer Münze, so verwandelt man solchen wie gelehret, bis zu der kleinsten an den Ort eingeführten Rechnungsmünze: bleibt alsdann noch ein Rest, und selbiger beträgt nach §. 43. kein Halbes, so lässet man solchen weg, ist er aber $= \frac{1}{2}$ oder noch größer, so rechnet man selbigen noch für ein Ganzes der Größe, zu welchen der Bruch gehöret.

10) Da bey diesem Aufsatz der Glieder der Aufgabe, der Divisor allemal = dem Product aller unter oder bey x befindlichen Glieder, so wie der Dividendus = dem

Product aller in der gegenüberstehenden Columne vorhandenen Glieder; so bestehet hier sowohl der Dividendus als Divisor aus Factoren, sind nun selbige nach §. 17. zu verkleinern, so verrichtet man solches vor der Multiplication, und multipliciret demnächst nur die übrig gebliebenen Glieder.

11) Bestehet die unbekannte Größe, welche gesucht wird, aus Geld, so pflegt man gewöhnlich x den Namen der größesten Rechnungsmünze zu geben, die an dem Ort, wovon die Frage ist, üblich oder eingeführet ist, es wäre denn, daß die Art Münze, wovon x die Einheit vorstellet, bestimmt wäre.

12) Die Ueberzeugung, daß in der Berechnung des Werth von x kein Fehler eingeschlichen, bekommt man entweder durch die Gleichheit des Products beyder Columnen, oder durch die Gleichheit der Probezahlen.

Im ersten Fall setzet man die Glieder der Aufgabe wieder so auf wie zuvor, außer, daß man die Namen weglassen kann, und anstatt x den gefundenen Werth setzet. Die Nenner der zuvor eingerichteten wie auch der ächten Brüche, werden wieder verwechselt, die Glieder beyder Columnen gegen einander verkleinert; bleiben alsdann auf beyden Seiten nur bloß 1 zu Factoren, so ist auch das Product aller Factoren jeder Columne = 1 also einander gleich, folglich ist nach §. 75. von x der wahre Werth gefunden.

Bey dem zweyten Fall sucht man nach §. 56

a) die Probezahl aller Factoren, aus welchen das Product des Dividendus und Divisor bestehet, und multipliciret sowohl erstern als letztern, suchet von beyden Producten wieder die Probezahl, und setzet

solche bruchweise unter einander, daß die Probezahl des Dividendi der Zähler, die andre Probezahl der Nenner wird. Hat man nun bey der zuerst angestellten Berechnung die Factoren des Dividendi und Divisor verkleinert, so kann man auch selbige, ehe man von selbigen die Probezahl sucht, verkleinern; oder auch diese Verkleinerung unterlassen.

b) Die Probezahl des durch erstere Berechnung erhaltenen Dividendus und Divisor, und setzet auch diese wieder bruchweise unter einander.

Ist nun letzterer Bruch der gefundenen Probezahl = dem Bruch der zuerst gefundenen Probezahl, so ist die durch erstere Berechnung gefundene ganze Zahl, ächter oder unächter Bruch, der wahre Werth von x.

c) Die Probezahl der Größen des resolvirten Bruchs nach §. 59, wenn nemlich x = einem ächten oder unächten Bruch gewesen; so muß auch diese der bey (b) gefundenen Probezahl gleich seyn.

Die Anwendung dieser Regeln ist aus folgenden auf verschiedene Gegenstände gerichtete und berechnete Aufgaben zu sehen.

Die Aufsätze aller vorkommenden Berechnungen sind hier nach der Kette vorgenommen, der Bewegungsgrund hierzu; die Ursache der Verbindung der Glieder jeder Columne durch das Gleichheitszeichen, da diese Verbindung eigentlich nach §. 75 durch das geometrische Verhältnißzeichen geschehen müssen; die Art aus dem Aufsatz nach der Kette alle übrige §. 75 gelehrten Aufsätze zu machen, wird §. 122 gezeiget werden.

Aufgaben
aus der Silber, Gold- und Zinnrechnung.

§. 83.

Silber und Gold ist entweder rein oder mit andern Metall vermischt; ersteres wird fein, letzteres vermischtes Silber und Gold, das Vermischen aber Legiren genennet. Diese Vermischung geschiehet bey dem Silber durch zugesetztes Kupfer, bey dem Golde durch zugesetztes feines oder vermischten Silber.

§. 84.

Die Silber- und Goldrechnung lehret die Bestimmung,

1) der Schwere eines Stück Silber und Goldes durch das Gewicht,

2) wie viel fein Silber oder Gold oder Kupfer in einem Stück vermischten Silber oder Gold vorhanden,

3) des Werthes von jedem Stück vermischten Silber und Goldes in Gelde.

§. 85.

Das Gewicht, nach welchen Silber und Gold gewogen, also dessen Schwere bestimmt wird, ist entweder Troys oder cölnisch Gewicht. Ersteres soll vorzüglich in Holland, letzteres aber mehrentheils in Deutschland gebraucht werden.

Von beyden ist die grösseste Benennung eine Mark; es ist aber erstere schwerer als letztere, indem 19 Mark Troys = 20 Mark cölnisch sind.

Bey dem Troys Gewicht theilet man
entweder
Eine Mark in 8 Oncen
Eine Once in 20 Engel,
oder
Eine Mark in 12 Deniers (Pfennige)
Einen Denier in 24 Grän,
oder
Eine Mark in 24 Karat
Einen Karat in 12 Grän,
oder
Eine Mark in 5120 Asen,
oder
Eine Mark in 68985 Richtpfennig.

Bey dem cölnischen Gewicht hingegen theilet man
entweder
Eine Mark in 8 Unzen
Eine Unze in 2 Loth,
Ein Loth in 4 Quentin,
Ein Quentin in 4 Pfennig,
Ein Pfennig in 2 Heller,
oder
Eine Mark in 16 Loth,
Ein Loth in 6 Gran,
Ein Gran in 3 Grän,
oder
Eine Mark in 24 Karat,
Ein Karat in 12 Grän,
oder
Eine Mark in 4352 Aeßgen,
oder
Eine Mark in 65536 Richtpfennig.

Am Ende des §. 89 ist von dieser gezeigten Eintheilung einer Mark sowohl nach dem Troys als cölnischen Gold- und Silbergewicht eine Verhältnißtabelle beygefüget.

§. 86.

Nach der Vielheit derer in jeder cölnischen Mark vermischten Silber oder Gold vorhandene Lothe feines Silber und Karate feines Gold entstehen hier folgende Benennungen des Silber und Goldes; als

1) Bey dem Silber

16 löthig, wenn gar kein Kupfer in einer Mark vorhanden; es ist also feines oder 16 löthig Silber einerley Ausdruck.

15 löthig, wenn in einer Mark 15 Loth fein Silber und ein Loth Kupfer vorhanden.

14 löthig, wenn in einer Mark 14 Loth fein Silber und zwey Loth Kupfer vorhanden.

2) Bey dem Golde.

24 karatig, wenn gar kein Zusatz weder von feinem noch vermischten Silber in einer Mark vorhanden; feines oder 24 karatiges Gold ist also wieder einerley Ausdruck.

23 karatig, wenn in einer Mark 23 Karat fein Gold und ein Karat Zusatz ist.

22 karatig, wenn in einer Mark 22 Karat fein Gold und zwey Karat Zusatz vorhanden u. s. w.

§. 87.

Das feine Silber und Gold wird auch zuweilen löthig genennet.

Bey dem Silber finden sich auch noch die Benennungen güldisches und vergoldetes Silber. Ersteres ist mit Gold vermischtes Silber; letzteres aber durch die Kunst mit Gold überzogenes Silber.

Die Feine eines Stück vermischten Silber und Goldes zu untersuchen und zu bestimmen, gehöret in die Probierkunst.

Der Preis oder der Werth des vermischten Silber und Goldes, richtet sich nach dem Preis des feinen Silber und Goldes.

Zwischen den Preis des feinen Silber und Goldes findet sich gewöhnlich das geometrische Verhältniß wie 14 oder 15 zu 1; es sind also dem Werthe nach entweder 14 oder 15 Mark fein Silber = einer Mark fein Gold.

Die Aufgaben, von welchen hier die Berechnung gezeiget wird, sind folgende.

Erste Aufgabe.

Ein Stück vermischtes Silber ist nach dem cölnischen Gewicht $18\frac{1}{4}$ mk. schwer; jede Mark hält ins feine 13 Loth 8 Grän, wie viel Mark fein Silber sind in diesem Stück?

Hier wird nach §. 82. vor der Berechnung

1) der vermischte Bruch der Schwere des vermischten Silber eingerichtet, so wird $18\frac{1}{4}$ mk. = $7\frac{3}{4}$ mk.

2) Die Feine des Silbers in die kleinste gegebene Benennung, also hier in Grän bestimmt, so sind 13 Loth 8 Grän = 212 Grän.

Alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

4 x mk. fein = mk. vermischt $\frac{73}{4}$

1 mk. vermischt = Grän fein 242 . 121

9 x 8 Grän fein = Loth fein 1

16 Loth fein = mk. fein 1.

16. 9. 4. x = 73. 121.

576 x = 8833.

x = $\frac{8833}{5763}$ mk. fein = $15\frac{193}{576}$ mk.

Resolviret man $\frac{193}{576}$ mk. in Loth, so sind $\frac{193}{576}$ mk.

= $\frac{193}{576} \cdot \frac{16}{1}$ Loth = $\frac{193}{36}$ Loth = $5\frac{13}{36}$ Loth;

Resolviret man ferner $\frac{13}{36}$ Loth zu Quentin, so sind $\frac{13}{36}$ Loth = $\frac{13}{36} \cdot \frac{4}{1}$ Quentin = $\frac{13}{9}$ Quentin = $1\frac{4}{9}$ Quentin.

Es sind also in diesem Stück vermischten Silber

15 mk. 5 Loth $1\frac{4}{9}$ Quentin fein Silber vorhanden.

Beweiß daß x = $\frac{8833}{5763}$ mk. fein.

1) Durch die Gleichheit der Produkte.

$$1 . xzx . \frac{88zz}{87\beta} = \frac{7z}{A} . 1$$

$$1 . A . 1 = 242 . 2 . 1$$

$$1 . 9 . x8 = 1$$

$$1 . x\beta = 1 . 87\beta . xAA . x\beta . 1$$

$$1 = 1.$$

2) Durch die Gleichheit der Probezahl.

a) Daß die nach der Verkleinerung der Factoren des Divisors übrig gebliebene Factoren 4. 9. 16 = dem Produkt 576.

Die Probezahlen von 4. 9. 16 sind = 4. 9. 5, deren Produkt ist 4.9.5 = 180, von welchen die Probezahl = 12 - 8 = 4 ist.

Die Probezahl von 576 ist = 11 − 7 = 4, also eben so groß wie erstere.

b) Daß die nach der Verkleinerung der Factoren des Dividendi gebliebene Factoren 73. 121 = dem Produkt 8833.

Die Probezahl von 73 ist = 14 − 7 = 7.

Die Probezahl von 121 ist = 2 − 2 = 0, also die Probezahl von 73. 121 = 7. 0 = 0.

Die Probezahl von 8833 = 11 − 11 = 0, folglich eben so groß wie erstere.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen, daß $\frac{8}{5}\frac{8}{7}\frac{3}{6}\frac{3}{}$mk. = 1 mk. 5 Loth $1\frac{4}{9}$ Quentin.

1) Weil hier der Werth von x in Mark, Loth und Quentin bestimmt, so verwandelt man $\frac{8}{5}\frac{8}{7}\frac{3}{6}\frac{3}{}$mk. auch in Loth und Quentin, dieses geschiehet aber bloß durch die Anzeige der Multiplication des Zähler 8833 mit denen Factoren 16 und 4, weil eine Mark = 16 Loth, ein Loth = 4 Quentin, es wird also nun $\frac{8}{5}\frac{8}{7}\frac{3}{6}\frac{3}{}$mk. = $\frac{8833.16.4}{576}$ Quentin.

2) Sucht man von denen Factoren des Zähler sowohl, als den Divisor oder Nenner die Probezahlen, multipliciret erstern und setzet unter deren Produkt letztern zum Nenner; weil aber bey der Resolution, sowohl des bey die Mark als Loth gebliebenen Bruchs, die Nenner verkleinert sind, so verkleinert man auch hier ehe die Probezahl bestimmt wird, den Nenner 576 durch 16, und den erhaltenen Quotienten durch 4, da nun 576 : 16 = 36 und 36 : 4 = 9; so bekommt man anstatt $\frac{8833.16.4}{576}$ Quentin, nunmehro den Bruch $\frac{8833}{9}$ Quentin.

Da nun die Probezahl von 8833 = 11 − 11 = 0
und die Probezahl von 9 = 9
so ist die Probezahl von $\frac{8}{5}\frac{8}{7}\frac{3}{6}$mk. oder von $\frac{8}{5}\frac{8}{9}\frac{3}{7}$ Quentin $= \frac{0}{9}$ Quentin.

3) sucht man die Probezahl von

15mk. 5 Loth $1\frac{4}{9}$ Quentin,

so ist von 15mk. die Probezahl $= 5 - 1 = 4$mk. diese wird mit der Probezahl von 16 Loth $= 6 - 1 = 5$ Loth multipliciret, so wird $4 \cdot 5 = 20$ Loth, zu welcher obige 5 Loth addiret, $20 + 5 = 25$ Loth geben.

Von 25 Loth ist die Probezahl $5 - 2 = 3$ Loth, diese werden mit der Probezahl von 4 Quentin welche $= 4$ multipliciret, so gibt $3 \cdot 4 = 12$ Quentin, zu welche obige 1 Quentin addiret, $12 + 1 = 13$ Quentin geben.

Von 13 Quentin ist die Probezahl $3 - 1 = 2$ Quentin, zu welche der obige Bruch $\frac{4}{9}$ Quentin addiret, $2 + \frac{4}{9} = 2\frac{4}{9} = \frac{22}{9}$ Quentin geben.

Da nun von 22 die Probezahl $2 - 2 = 0$, und von 9 die Probezahl $= 9$, so ist die Probezahl von $\frac{22}{9}$ Quentin $= \frac{0}{9}$ Quentin, also eben so groß wie zuerst.

Bey der ersten Bestimmung der Probezahlen der Factoren des Dividendus und Divisor und deren Produkte, sind hier diejenigen Factoren gewählet, welche nach der in dem Aufsatz vorgenommenen Verkleinerung entstanden sind. Befürchtet man nun, daß auch bey dieser Verkleinerung ein Fehler eingeschlichen, so sucht man die Probezahlen

1) Von denen Factoren, aus welchen in dem Aufsatz der Dividendus und Divisor vor der Verkleinerung bestehet.

2) Von den durch die Multiplication derselben nach der Verkleinerung entstandenen Produkten.

Diese letztere Probezahl der Produkte so wohl des Dividendus und Divisor, multipliciret man alsdenn mit denen zu der Verkleinerung gebrauchten Zahlen, gibt dieses Produkt wieder eine Zahl, welche grösser als 10 ist, so sucht man auch von selbiger, wie bekannt, die Probezahl, so muß diese der Probezahl des Produkts, der nicht verkleinerten Factoren gleich seyn. Z. E. hier waren in dem Aufsatz vor der Verkleinerung

die Factoren des Dividends = 73. 242.
die Factoren des Divisor = 16. 18. 4
da nun die Probezahl von 73 = 14 − 7 = 7;
von 242 = 4 − 4 = 0;
da ferner die Probezahl von 16 = 6 − 1 = 5; von 18 = 8 − 1 = 7; von 4 = 4; so ist
die Probezahl von $\frac{73}{16}\cdot\frac{242}{18}\cdot\frac{2}{4} = \frac{7.0}{5.7.4} = \frac{0}{140}$;
da ferner von 140 die Probezahl = 12 − 4 = 8, so ist
die Probezahl von $\frac{0}{140} = \frac{0}{8}$.

Von dem nach der Verkleinerung der Factoren durch die Multiplication erhaltenen Dividendus und Divisor $\frac{88}{57}\frac{33}{76}$ war die Probezahl = $\frac{0}{4}$.

In dem Aufsatz sind die Factoren des Dividendi und Divisor durch die Zahl 2 verkleinert; es wird also mit dieser Zahl so wohl der Zähler als Nenner der erhaltenen Probezahl $\frac{0}{4}$ multipliciret, so ist das Produkt von $\frac{0}{4}\cdot\frac{2}{2} = \frac{0}{8}$; also eine eben so große Probezahl als $\frac{0}{140}$, welche auch = $\frac{0}{8}$ war.

Die zwote Aufgabe.

Ein Stück Gold ist nach dem cölnischen Gewicht
1) schwer 8 Mk.
2) fein 6 Karat 8 Grän,
wie viel Mark feines Gold sind in diesem Stück?

Man bestimmet hier zuförderst die Feine einer Mark in Grän, so sind 6 Karat 8 Grän = 80 Grän; alsdenn ist

Aufsatz und Berechnung.

x mk. fein = mk. vermischt 8 . 1
1 mk. vermischt = Grän fein 80 . 20
3 . 12 Grän fein = Karat fein 1
3 . 24 Karat fein = mk. fein 1

3. 3. x = 20

9x = 20

x = $\frac{20}{9}$ Mk. fein = $2\frac{2}{9}$ mk. fein.

Resolviret man $\frac{2}{9}$ mk. in Karat, so sind $\frac{2}{9}$ mk. = $\frac{2 \cdot 24}{9}$ Karat = $\frac{2 \cdot 8}{3}$ Karat = $\frac{16}{3}$ Karat = $5\frac{1}{3}$ Karat.

Resolviret man ferner $\frac{1}{3}$ Karat in Grän, so sind $\frac{1}{3}$ Karat = $\frac{1 \cdot 12}{3}$ Grän = $\frac{12}{3}$ Grän = 4 Grän.

Es sind also in obige 8 mk. vermischten Gold
2 Mk. 5 Karat 4 Grän fein Gold.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen,

daß $\frac{8 \cdot 80}{12 \cdot 24}$ mk. = 2 mk. 5 Karat 4 Grän.

Weil hier der Werth von x in Mark, Karat und Grän bestimmt, so vermehret man die Factoren des Dividendi noch durch die Factoren 24 und 12, so wird also $\frac{8 \cdot 80 \cdot 24 \cdot 12}{12 \cdot 24}$ mk. = $\frac{8 \cdot 80 \cdot 24 \cdot 12}{12 \cdot 24}$ Grän.
Weil aber im Dividendus und Divisor die Factoren 24 und 12 vorhanden, so fallen selbige gegen einander weg, es bleiben also nur die Factoren des Zähler 8. 80 Grän übrig.
Da nun von 8 die Probezahl = 8
und von 80 die Probezahl = 11 − 8 = 3

so ist die Probezahl von $8.80 = 8.3 = 24 = 4 - 2 = 2$ Grän.

Von 2 mk. 5 Karat 4 Grän ist die Probezahl ebenfalls = 2 Grän; denn

Von 2 mk. ist die Probezahl = 2; diese wird mit 2 als der Probezahl von 24 Karat zu Karat gemacht, so gibt das Produkt $2 . 2 = 4$ Karat, zu dieser werden obige 5 Karat addiret, so gibt diese Summa $4 + 5 = 9$ Karat.

Von 9 Karat ist die Probezahl = 9, diese wird mit 1, als der Probezahl von 12 Grän, multipliciret, so gibt dieses Produkt $9 . 1 = 9$ Grän; addiret man zu diese obige 4 Grän, so gibt diese Summa $9 + 4 = 13$ Grän, von welchen $3 - 1 = 2$ Grän die Probezahl ist.

Auf diese jetzt gezeigte Art, kann man allemal die Untersuchung der Gleichheit der Probezahlen anstellen, daß man nämlich anstatt den durch die Berechnung erhaltenen Dividendus und Divisor, deren Factoren, so wie selbige vor der Verkleinerung waren, nimmt, und von diese wie gezeigt, die Probezahl sucht.

Die dritte Aufgabe.

Ein Stück Silber ist nach dem cölnischen Gewicht

1) schwer 8 Mark 4 Loth,
2) fein 12 Loth 8 Grän.

Die Mark fein wird mit 12 Rthlr. bezahlet, was kostet das in diesem Stück vorhandene feine Silber?

Man bestimmet hier zuförderst

1) Die Schwere des Stücks in Loth, so werden 8 Mk. 4 Loth = 132 Loth.
2) Die Feine des Stücks in Grän, so sind 12 Loth 8 Grän = 224 Grän.

Alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. = Loth vermischt XZZ . ZZ . 11
1 . A . XS Loth verm. = Grän fein ZZA . XA . 7
1 . Z . S . XS Grän fein = Loth fein 1
1 . XS Loth fein = Rthlr. XZ . Z . 1

---

x = 11 . 7 = 77 Rthlr.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen, daß $\frac{1}{1}\frac{32}{6}\cdot\frac{2}{1}\frac{24}{8}\cdot\frac{4}{1}\frac{12}{6}$ Rthlr. = 77 Rthlr.

Die Probezahl von 132 ist = 3 − 3 = 0;
von 224 = 6 − 2 = 4; von 12 = 2 − 1 = 1.
die Probezahl von 16 = 6 − 1 = 5; von 18 = 8 − 1 = 7,
von 16 = 6 − 1 = 5 also die Probezahl
von $\frac{1}{1}\frac{32}{6}\cdot\frac{2}{1}\frac{24}{8}\cdot\frac{1}{1}\frac{12}{6}$ ist = $\frac{0}{5}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{5} = \frac{0}{175} = \frac{0}{17-7} = \frac{0}{10}$ Rthlr.

Die Probezahl von 77 Rthlr. oder von $\frac{7}{1}\frac{7}{1}$ Rthlr. = $\frac{7-7}{1}$ Rthlr. = $\frac{0}{1}$ Rthlr.
es ist aber $\frac{0}{1}$ Rthlr. = $\frac{0}{10}$ Rthlr.
denn $\frac{0}{1}\cdot 10 = \frac{0}{10}$ Rthlr. und $\frac{0}{10}\cdot 1 = \frac{0}{10}$ Rthlr.
also sind auch hier beyde Probezahlen einander gleich.

Die vierte Aufgabe.

Ein Stück Gold ist nach dem cölnischen Gewicht
1) schwer 4 mk. 18 Karat,
2) fein 10 Karat;
ein Loth fein Gold wird mit 11 Rthlr. bezahlet, was kostet das in diesem Stück vorhandene feine Gold?

Hier wird zuförderst die Schwere in Karat bestimmet; so sind 4 mk. 18 Karat = 114 Karat;
alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

x Rthr. = Karat vermischt XXA . 19
1 . B . XZ . ZA Karat verm. = Karat fein XØ . 5
3 . ZA Karat fein = Loth fein XB . Z . 1
1 Loth fein = Rthlr. 11

3 . x = 19 . 5 . 11

3 . x = 1045

$x = \frac{1045}{3}$ Rthl. $= 348\frac{1}{3}$ Rthl.

Resolviret man $\frac{1}{3}$ Rthlr. zu gute Groschen, so sind $\frac{1}{3}$ Rthlr. $= \frac{1 \cdot 24}{3}$ ggl. = 8 ggl.

Es kostet also das in diesem Stück vorhandene feine Gold 348 Rthlr. 8 ggl.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen, daß $\frac{114.10.16.11}{24.24}$ Rthlr. = 348 Rthlr. 8 ggl.

Weil hier der Werth von x in Thaler und gute Groschen bestimmt, so vermehret man die Factoren des Zählers noch mit 24, weil ein Thaler = 24 ggl. so bekommt der Bruch auch den Namen gute Groschen, es wird also $\frac{114.10.16.11}{24.24}$ Rthlr. = $\frac{114.10.16.11.24}{24.24}$ ggl., weil aber im Zähler und Nenner der Factor 24 sich befindet, so fället diese 24 im Zähler gegen eine 24 im Nenner weg, es bleibet also der Bruch $\frac{114.10.16.11}{24}$ ggl., von diesen sind die Probezahlen = $\frac{4.10.5.0}{2}$ also deren Product = $\frac{0}{2}$.

Von 348 Rthlr. 8 ggl. ist aber ebenfals die Probezahl = $\frac{0}{2}$ denn die Probezahl von 348 Rthlr. ist = 7 Rthlr. Diese 7 Rthlr. werden, wie bekannt, mit 2 multiplicirt, so gibt dieses Produkt 7 . 2 = 14 ggl., zu welche obige 8 ggl. addiret, 14 + 8 = 22 ggl. oder $2\frac{2}{1}$ ggl. geben, von welchen die Probezahl $\frac{0}{1}$ ggl. ist.

Es ist aber $\frac{0}{1}$ ggl. $= \frac{0}{2}$ ggl. denn
$\frac{0}{1.2} = \frac{0}{2}$ ggl. und $\frac{0}{2.1} = \frac{0}{2}$ ggl.

Die Fünfte Aufgabe.

Man kauft 400 Mark Silber.

In jeder Mark finden sich $10\frac{3}{4}$ Loth fein Silber, 3 Grän fein Gold, der Rest ist gutes Kupfer.

Man bezahlet die Mark fein Silber mit 12 Rthlr. die Mark fein Gold mit 180 Rthlr., die Mark Kupfer mit 4 ggl. Was beträgt die ganze Zahlung?

Man berechnet

1) den Preis des feinen Silber, von welchem nach eingerichteten Bruch der Feine $10\frac{3}{4}$ Loth $= \frac{43}{4}$ Loth.

Aufsatz und Berechnung.

1 . 400 x Rthlr. = mk vermischt 400 . 25

1 mk. verm. = Loth fein $\frac{43}{4}$

1 . 100 Loth fein = Rthlr. 12 . 3

---

x = 25 · 43 · 3

---

x = 3225 Rthlr.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen,

daß $\frac{400 \cdot 43 \cdot 12}{4 \cdot 16}$ Rthlr. = 3225 Rthlr.

Die Probezahlen

von $\frac{400 \cdot 43 \cdot 12}{4 \cdot 16}$ Rthlr. sind $= \frac{4 \cdot 10 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{40}{20} = \frac{7}{9}$ Rthlr.

Die Probezahlen

von 3225 Rthlr. $= \frac{32}{1}\frac{25}{5}$ Rthlr. sind $= \frac{2}{1}$ Rthlr.

da nun $\frac{7}{9.1} = \frac{7}{9}$ und $\frac{2}{1.9} = \frac{1}{9}\frac{8}{9} = \frac{7}{9}$; so ist die Probezahl $\frac{7}{9}$ Rthlr. = der Probezahl $\frac{2}{1}$ Rthlr.

2) den Preis des feinen Goldes wovon

Auffatz und Berechnung.

x Rthlr. = mk. vermischt ÄØØ . 50

1 mk. vermischt = Grän fein Ƶ . 1

1 . Ä . XZ Grän fein = Karat fein 1

1 . 8 . Z4 Karat fein = Rthlr. x8Ø . Ä5 . 15

x = 50 . 15 = 750 Rthl.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen, daß $\frac{400.3.180}{24.12}$ Rthlr. = 750 Rhlr.

Von $\frac{400.3.180}{24.12}$ Rthlr. sind die Probezahlen = $\frac{4.3.4}{2.1}$ = $\frac{48}{2}$ = $\frac{4}{2}$ Rthlr. = 2 Rthlr.

Von 750 Rthlr. ist die Probezahl = 2 Rthlr. oder = $\frac{2}{1}$ Rthlr., beyde Probezahlen sind wieder einander gleich; denn $\frac{4}{2}$ Rthlr. = $\frac{2}{1.2}$ = $\frac{4}{2}$ Rthlr.

3) den Preis des Kupfers; wenn man zuvor bestimmt hat, wie viel in jeder Mark des vermischten Silber, Kupfer vorhanden. Man addiret also die 10$\frac{3}{4}$ Loth fein Silber und 3 Grän fein Gold; oder weil 3 Grän = $\frac{3}{18}$ Loth = $\frac{1}{6}$ Loth, so addiret man 10$\frac{3}{4}$ + $\frac{1}{6}$ und ziehet diese Summa, welche = 10$\frac{11}{12}$ Loth von 16 Loth oder einer Mark ab, so gibt diese Differenz 16 − 10$\frac{11}{12}$ = 5$\frac{1}{12}$ Loth = $\frac{61}{12}$ Loth Kupfer für jede vermischte Mark, und ist

Auffatz und Berechnung.

12 . x Rthlr. = mk. vermischt ÄÐØ . 8Ø . 25

1 mk. verm. = Loth Kupfer $\frac{61}{x2}$

2 . 8 . x6 Loth Kupfer = ggl. Ä . 1

3 . 24 ggl. = Rthlr. 1

3 . 2 . 12x = 25 . 61

72x = 1525

x = 21$\frac{53}{72}$ Rthlr = 21$\frac{3}{4}$ Rthlr.

Resolviret man $\frac{1}{7}\frac{3}{2}$ Rthlr. in gute Groschen, so sind $\frac{1}{7}\frac{3}{2}$ Rthlr. $= \frac{1}{7}\frac{3}{2}\cdot 24$ gl. $= \frac{1}{7}\frac{3}{2}$ gl. $= 4\frac{1}{3}$ gl.

Resolviret man $\frac{1}{3}$ gl. zu pf. so sind $\frac{1}{3}$ gl. $= \frac{1}{-}\cdot\frac{1}{3}\frac{2}{-}$ pf. $= 4$ pf.

Es kostet also das Kupfer 21 Rthlr. 4 ggl. 4 pf.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen, daß $\frac{4\,0\,0}{2\,4}\cdot\frac{6}{1}\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{1\,2}$ Rthlr. = 21 Rthlr. 4 ggl. 4 pf.

Weil hier der Werth von x in Thaler, gute Groschen und Pfennige bestimmt; so vergrößert man die Factoren des Zählers hier wieder mit 24 und 12, alsdenn ist $\frac{4\,0\,0}{2\,4}\cdot\frac{6}{1}\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{1\,6}$ Rthlr. $= \frac{4\,0\,0}{-}\cdot\frac{6}{1\,6}\frac{1}{-}\cdot 4\cdot\frac{2}{2\,4}\frac{4}{-}\cdot\frac{1\,2}{1\,2}$ pf. weil aber sowohl im Zähler als Nenner, 24 und 12 gemeinschaftliche Factoren sind, so fallen solche im Zähler und Nenner weg, es bestehet also alsdenn der Bruch nur noch aus $\frac{4\,0\,0}{-}\cdot\frac{6}{1\,6}\frac{1}{-}\cdot\frac{4}{-}$ pf.

Von $\frac{4\,0\,0}{-}\cdot\frac{6}{1\,6}\frac{1}{-}\cdot\frac{4}{-}$ pf. sind die Probezahlen $= \frac{4}{-}\cdot\frac{6}{5}\frac{-}{-}$ pf. $= \frac{2\,6}{5}$ pf. $= \frac{8}{5}$ pf.

Von 21 Rthlr. 4 ggl. 4 pf. ist die Probezahl $= \frac{8}{5}$ pf. denn von 21 Rthlr. ist die Probezahl $=$ 10 Rthlr. oder $10 \cdot 2 = 20$ gl. $= 9$ gl., zu welche obige 4 gl. addiret, $4 + 9 = 13$ gl. $= 2$ gl. geben.

Diese 2 gl. geben $2 \cdot 1 = 2$ pf., zu welche obige 4 pf. addiret $2 + 4 = 6$ pf. $= \frac{6}{1}$ pf. geben, daß nun $\frac{6}{1}$ pf. $= \frac{8}{5}$ pf. beweiset, weil $\frac{6}{1,5} = \frac{3\,0}{5}$ pf. und von $\frac{3\,0}{5}$ pf. die Probezahl $= \frac{8}{5}$ pf. ist.

4) Addiret man die von jeder Sorte erhaltene Preise so gibt deren Summa den Werth des gekauften Stück vermischten Silber. Da nun der Werth

des feinen Silber	=	3225	Rthlr.
des feinen Goldes	=	750	=
des Kupfer	=	21	= 4 ggl. 4 pf.

so beträgt die ganze Zahlung 3996 Rthl. 4 ggl. 4 pf.

Sechste Aufgabe.

Wenn die Mark fein Silber 12 Rthlr. kostet, was ist alsdann der Preis von 10 löthigen Silber?

Aufsatz und Berechnung.

x ggr. = Loth verm. 1.
4 . xß Loth verm. = Loth fein xØ . 5
1 . 2 . xß Loth fein = Rthlr. x2 . 3
1 Rthlr. = ggl. 24 . 3

4 . x = 5 . 3 . 3

4 x = 45

x = $\frac{45}{4}$ ggl. = 11 $\frac{1}{4}$ ggl.

Resolviret man $\frac{1}{4}$ gl. zu Pfennige, so sind $\frac{1}{4}$ gl. = $\frac{1 \cdot 12}{4}$ pf. = 3 pf.

Es kostet also ein Loth 10 löthig Silber, 11 ggl. 3 pf.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen, daß

$\frac{10 \cdot 12 \cdot 24}{16 \cdot 16}$ ggl. = 11 ggl. 3 pf.

Die Factoren des Zähler werden hier noch mit dem Factor 12 vergrößert, weil der Werth von x in gl. und Pfennigen angegeben, es wird also nunmehro

$\frac{10 \cdot 12 \cdot 24}{16 \cdot 16}$ gl. = $\frac{10 \cdot 12 \cdot 24 \cdot 12}{16 \cdot 16}$ pf.

Die Probezahl von $\frac{10 \cdot 12 \cdot 24 \cdot 12}{16 \cdot 16}$ ist = $\frac{10 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 3}$ = $\frac{20}{15}$ = $\frac{2}{3}$ pf.

Die Probezahl von 11 ggl. 3 pf. ist = $\frac{3}{1}$ pf.

Denn von 11 ggl. ist die Probezahl = 0 gl., diese mit 2 durch die Multiplication zu Pfennige gemacht, giebt zum Product 2 . 0 = 0 pf. zu welche obige 3 pf. addiret, die Summa von 0 + 3 = 3 pf. = $\frac{3}{1}$ pf. geben; es ist aber auch $\frac{3}{1}$ pf. = $\frac{2}{3}$ pf.; denn $\frac{3}{1}$. = $\frac{2}{3}$ pf.

Siebente Aufgabe.

Wenn die Mark fein Gold 180 Rthlr. kostet, was ist der Preis von 9 karatigem Golde?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. = Karat vermischt 1
2.8.24 Karat verm. = Karat fein 9.3.1
8 . 24 Karat fein = Rthlr. 180 . 45

$$8 \cdot 2 \cdot x = 45$$

$$16\,x = 45$$

$$x = \tfrac{4}{1}\tfrac{5}{6}\text{ Rthl.} = 2\text{ Rthl. }19\text{ gl. }6\text{ pf.}$$

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen

daß $\frac{9}{24} \cdot \frac{180}{24}$ Rthlr. = 2 Rthlr. 19 gl. 6 pf.

Die Factoren des Zähler werden hier wieder mit 24 und 12 vergrößert, weil der Werth von x in Thaler, gute Groschen und Pfennige angegeben, es wird also $\frac{9 \cdot 180}{24.24}$ Rthlr. = $\frac{9 \cdot 180 \cdot 24 \cdot 12}{24 \cdot 24}$ pf., von diesen sind die Probezahlen $\frac{9}{1} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{72}{4} = \frac{6}{4}$ pf.

Von 2 Rthlr. 19 gl. 6 pf. ist die Probezahl auch $= \frac{6}{4}$ pf. denn von 2 Rthlr. ist die Probezahl = 2; diese mit 2 multipliciret, geben 2 . 2 = 4 gl., zu welche 19 gl. addiret, die Summe von 4 + 19 = 23 gl. = 1 gl. geben.

Multipliciret man 1 gl. mit 1, so ist dieses Product 1 . 1 = 1 pf. zu welche obige 6 pf. addiret, die Summa von 1 + 6 = 7 pf. = $\frac{7}{1}$ pf. geben; es ist aber $\frac{7}{1}$ pf. = $\frac{6}{4}$ pf., denn $\frac{7}{1.4} = \frac{28}{4}$ pf. = $\frac{6}{4}$ pf.

Achte Aufgabe.

300 Mark vermischtes Silber werden mit 2925 Rthl. bezahlt, wenn nun der Preis einer feinen Mark 13 Rthlr. ist, wie fein muß dieses Silber seyn?

Aufsatz und Berechnung.

x Loth fein = mk. vermischt 1

1 . ℵℨ . ℨØØ mk. verm. = Rthlr. ℨ9ℵℨ . ℨ9 . 3

1 . ℵℨ Rthlr. = Loth fein ℵ8 . 4

x = 3 . 4 = 12 löthig.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen, daß $\frac{2925.16}{300.13}$ Loth = 12 löthig.

Die Probezahlen von $\frac{2925.16}{300.13} = \frac{10}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{50}{6} = \frac{6}{6}$

Die Probezahl von 12 ist = 1 = $\frac{1}{1} = \frac{1}{1.6} = \frac{6}{6}$.

Neunte Aufgabe.

52 Mark 7 Loth 6 Grän neunlöthiges Silber werden mit 368 Rthlr. 20 gl. 4 $\frac{1}{8}$ pf. bezahlet; wie hoch ist die Mark fein Silber gerechnet?

Man bestimmt hier

1) die Schwere in Grän, so werden 52 Mark 7 Loth 6 Grän = 15108 Grän.

2) Das bezahlte Geld wird in Achtelpfennige verwandelt, so sind 368 Rthlr. 20 gl. 4 $\frac{1}{8}$ pf. = $\frac{849825}{8}$ pf.

Alsdann ist

Auffatz und Berechnung.

8 . x Rthlr. = mk. fein 1
1 mk. fein = Loth fein xG . Z . 1
1 . 9 Loth fein = Loth verm. xG . Z . 1
1 Loth verm. = Grän verm. x8 . Z . 1
2518 . n88A . x8x98 Grän verm. =

$$\frac{\text{pf. } 8A98Z8 \cdot Z8BZn8 \cdot 9AAZ8 \cdot 31475}{8}$$

3 . G . x2 pf. = gl. 1
3 . 24 gl. = Rthlr. 1

2518 . x = 31475

$$x = {}^{3}\tfrac{1}{2}\tfrac{4}{5}\tfrac{7}{1}\tfrac{5}{8} \text{ Rthlr.} = 12\ \tfrac{1}{2}\tfrac{2}{3}\tfrac{5}{1}\tfrac{0}{8} \text{ Rthlr.} =$$
$$12\ \tfrac{1}{2} \text{ Rthlr.} = 12 \text{ Rthlr. } 12 \text{ gl.}$$

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen, daß $\frac{16.16.18.849825}{24.12.15108.9.8}$ Rthlr. = 12 Rthlr. 12 gl.

Zu denen Factoren des Zähler wird hier wieder 24 gesetzet, weil der Werth von x in Thaler und gute Groschen bestimmt, es fället aber diese 24 gegen 24 im Nenner weg, es bleibet also der Bruch $\frac{16.16.18.849825}{12.15108.9.8}$ gl. von welchen die Probezahlen $\frac{5.5.7.9}{1.5.9.8}$ gl. = $\tfrac{1}{+}\tfrac{5}{3}\tfrac{7}{6}\tfrac{5}{0}$ gl. = $\frac{2}{8}$ gl.

Von 12 Rthlr. 12 gl. ist die Probezahl ebenfals = $\frac{2}{8}$ gl.

Denn von 12 Rthlr. ist die Probezahl = 1 Rthlr., welcher mit 2 multipliciret 1 . 2 = 2 gl. giebt; diese zu 12 gl. addiret, geben 2 + 12 = 14 gl. = 3 gl. = $\frac{3}{1}$ gl. = $\frac{3}{1}.\frac{}{8}$ = $^{2}\frac{\wedge}{8}$ gl. = $\frac{2}{8}$ gl.

Zehnte Aufgabe.

Man kauft Gold für 2237 Rthlr. 12 mgl. 3 pf. und bezahlet die Mark fein mit 180 Rthlr. Wenn nun eine Mark des gekauften Goldes 18 Karat 6 Grän fein Gold enthält, wie schwer war solches nach dem cölnischen Gewicht?

Man bestimmt hier

1) die bezahlten Gelder in Pfennige, so sind 2237 Rthlr. 12 mgl. 3 pf. = 644355 pf.

2) die Feine in Grän, so sind 18 Karat 6 Grän = 222 Grän.

Alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

x mk. vermischt = pf. $\mathcal{SAABBB} \cdot \mathcal{XABXS}$.
4773

1 . XZ pf. = ggl. 1
1 . ZA ggl. = Rthlr. 1
4 . XBD Rthlr. = mk. fein 1
1 mk. fein = Karat fein ZA . 1
1 Karat fein = Grän fein XZ . 1
74 . ZZZ Grän fein = mk. verm. 1

$$74 \cdot 4 \cdot x = 4773$$

$$296\,x = 4773$$

$$x = \frac{4773}{296}\text{ mk. verm.} = 16\frac{37}{296}\text{ mk.}$$

Resolviret man $\frac{37}{296}$ mk. in Karat; so sind $\frac{37}{296}$ mk. = $\frac{37 \cdot 24}{296}$ Karat = $\frac{37 \cdot 3}{37}$ Karat = 3 Karat.

Das gekaufte Gold hat also nach dem cölnischen Gewicht gewogen 16 Mark 3 Karat.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen, daß $\frac{644355.24.12}{222.180.12.24}$ mk. verm. = 16 Mark 3 Kar.

Weil hier der Werth von x in Mark und Karat angegeben, so wird zu denen Factoren des Zähler noch 24 gesetzet; diese 24 fallen aber gegen 24 im Nenner weg, es wird also obiger Bruch = $\frac{644355.24.12}{222.180.12}$ Karat.

Von diesen sind die Probezahlen $\frac{8.2.1}{2.4.1}$ Karat = $\frac{16}{8}$ Karat = $\frac{5}{8}$ Karat.

Von 16 Mark 3 Karat ist die Probezahl ebenfalls = $\frac{5}{8}$ Karat.

Denn; die Probezahl von 16 mk. = 5 mk., welche mit 2 multipliciret, das Product 5 . 2 = 10 Karat geben, zu diese werden obige 3 Karat addiret, geben 10 + 3 = 13 Karat = 2 Karat; da nun 2 Karat = $\frac{2}{1}$ Karat und $\frac{2}{1.8}$ = $\frac{16}{8}$ Karat = $\frac{5}{8}$ Karat; so ist auch hier die Probezahl ersterer gefundenen gleich.

Eilfte Aufgabe.

Ein Stück Silber ist nach dem holländischen Troys Gewicht, 22 Mark, 6 Oncen, 11 Engel, 11 Asen schwer; und 10 Deniers 10 Grän fein, wie viel cölnische Mark fein Silber sind in diesem Stück?

Man verwandelt

1) die Schwere in Asen, es sind also 22 Mark, 6 Oncen, 11 Engel, 11 Asen = 116843 Asen.

2) die Feine in Grän, so sind 10 Deniers 10 Grän = 250 Grän.

Alsdann ist

Auffatz und Berechnung.

x mk. cölnisch fein = Asen verm. 116843
256. ℔XZØ Asen verm. = Grän fein 250
24 Grän fein = Denier fein 1
12 Deniers fein = mk. holl. fein 1
19 mk. holl. fein = mk. cölnisch fein ZØ

19.12.24.256 . x = 116843.250

1400832 . x = 29210750

$x = \frac{29210750}{1400832}$ mk. cölnisch fein

$x = 20\ \frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{0}\frac{4}{0}\frac{1}{8}\frac{1}{3}\frac{0}{2}$ mk cölnisch fein.

Resolviret man diesen Bruch in Loth, so sind $\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{0}\frac{4}{0}\frac{1}{8}\frac{1}{3}\frac{0}{2}$ mk. = $\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{0}\frac{4}{0}\frac{1}{8}\frac{1}{3}\frac{0}{2} \cdot \frac{1}{-}\frac{6}{-}$ Loth = $\frac{1}{-}\frac{1}{-}\frac{9}{8}\frac{4}{7}\frac{1}{5}\frac{1}{5}\frac{0}{2}$ Loth = 13 $\frac{5}{8}\frac{5}{7}\frac{9}{5}\frac{3}{5}\frac{4}{2}$ Loth.

Resolviret man ferner $\frac{5}{8}\frac{5}{7}\frac{9}{5}\frac{3}{5}\frac{4}{2}$ Loth in Gran, so bekommt man $\frac{5}{8}\frac{5}{7}\frac{9}{5}\frac{3}{5}\frac{4}{2} \cdot 6$ Gran = $\frac{5}{1}\frac{5}{4}\frac{9}{5}\frac{3}{9}\frac{4}{2}$ Gran = 3 $\frac{1}{1}\frac{2}{4}\frac{1}{5}\frac{5}{9}\frac{8}{2}$ Gran.

Resolviret man ferner $\frac{1}{1}\frac{2}{4}\frac{1}{5}\frac{5}{9}\frac{8}{2}$ Gran in Grän, so sind $\frac{1}{1}\frac{2}{4}\frac{1}{5}\frac{5}{9}\frac{8}{2} \cdot \frac{3}{-}$ Grän = $^{1}\frac{2}{4}\frac{1}{8}\frac{5}{6}\frac{8}{4}$ Grän = 2 $\frac{2}{4}\frac{4}{8}\frac{3}{6}\frac{0}{4}$ Grän, das Stück Silber hat also nach dem cölnischen Gewicht an feinem Silber in sich

20 Mark 13 Loth 3 Gran 2 $\frac{2}{4}\frac{4}{8}\frac{3}{6}\frac{0}{4}$ Grän.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen, daß $\frac{1}{1}\frac{1}{9}\frac{6}{1}\frac{8}{2}\frac{4}{4}\frac{3}{2}\frac{.2}{.2}\frac{5}{4}\frac{0}{.5}\frac{.2}{1}\frac{0}{2}\frac{.2}{0}\frac{0}{0}$ mk. = 20 mk. 13 Loth, 3 Gran, 2 $\frac{2}{4}\frac{4}{8}\frac{3}{6}\frac{0}{4}$ Grän.

Die Factoren des Zähler werden noch durch die Factoren 16.6.3 vermehret; weil der Werth von x in Mark, Loth, Gran und Grän angegeben; es wird also erstерer Bruch nunmehro

$\frac{1}{1}\frac{1}{9}\frac{6}{1}\frac{8}{2}\frac{4}{4}\frac{3}{2}\frac{.2}{.2}\frac{5}{4}\frac{0}{.5}\frac{.2}{1}\frac{0}{2}\frac{.1}{0}\frac{6}{-}\frac{.6}{-}\frac{.3}{-}$ von welchen die Probezahlen = $\frac{1}{8}\cdot\frac{8}{1}\cdot\frac{9}{2}\cdot\frac{5}{5}\cdot\frac{6}{-}\cdot\frac{3}{-} = \frac{6}{8}\frac{4}{0}\frac{8}{-}\frac{0}{-} = \frac{1}{3}$ Grän.

Die Probezahl von 20 Mk. 13 Loth, 3 Gran, $2\frac{2}{4}\frac{4}{8}\frac{3}{6}\frac{0}{4}$ Grän ist ebenfalls $= \frac{1}{3}$ Grän.

Denn von 20 Mark ist die Probezahl = 9 mk., diese geben $9.5 = 45$ Loth $= 1$ Loth; zu diese werden obige 13 Loth addiret, so geben $1 + 13 = 14$ Loth $= 3$ Loth.

Diese 3 Loth geben $3.6 = 18$ Gran $= 7$ Gran, zu diese obige 3 Gran addiret, geben $7 + 3 = 10$ Gran; diese werden mit 3 multipliciret, so ist $3.10 = 30$ Grän, $= 8$ Grän, zu welche obige 2 Grän addiret $8 + 2 = 10$ Grän sind.

Von dem Bruch $\frac{2}{4}\frac{4}{8}\frac{3}{6}\frac{0}{4}$ Grän, ist die Probezahl $= \frac{10}{2}$ Grän, wird nun der vermischte Bruch $10\frac{10}{2}$ Grän, welcher durch die Addition ersterer 10 Grän, und letztern Bruchs $\frac{10}{2}$ Grän entstanden, eingerichtet, so wird $10\frac{10}{2}$ Grän $= \frac{30}{2}$ Grän $= \frac{8}{2}$ Grän.

Daß nun $\frac{8}{2}$ Grän $= \frac{1}{3}$ Grän beweiset, weil $\frac{8}{2}.3 = \frac{24}{6}$ Grän $= \frac{2}{6}$ Grän, und $\frac{1}{3}.2 = \frac{2}{6} = \frac{2}{6}$ Grän.

Zwölfte Aufgabe.

Ein Stück Gold wäget nach dem cölnischen Gewicht $8\frac{3}{4}$ mk., ist fein 21 Karat, 8 Grän, wie viel fein Gold hat dieses Stück nach holländischen Gewicht?

Hier wird

1) der vermischte Bruch der Schwere des Stücks eingerichtet, es ist alsdenn $8\frac{3}{4}$ mk. $= {}^{3}\frac{5}{4}$ mk.

2) Die Feine des Goldes in Grän bestimmt; so werden 21 Karat, 8 Grän $= 260$ Grän.

Alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

4 . x mk. holl. fein = mk. cölnisch verm. $\frac{35}{4}$

1 mk. cölnisch verm. = Grän fein ℔ℬ∅. 13

12 Grän fein = Karat fein 1

24 Karat fein = mk. cölnisch f. 1

℔∅ mk. cölnisch fein = mk. holl. fein 19

$$24 . 12 . 4 . x = 35 . 13 . 19$$

$$1152\ x = 8645$$

$$x = \frac{8645}{1152}\ \text{mk.} = 7\ \frac{581}{1152}\ \text{mk. holl. fein}$$

Resolviret man den Bruch $\frac{581}{1152}$ mk. in Karat, so ist selbiger = $\frac{581}{1152} \cdot 24$ Karat = $\frac{581}{48}$ Karat = 12 $\frac{5}{48}$ Karat.

Resolviret man ferner $\frac{5}{48}$ Karat in Grän, so wird selbiger = $\frac{5}{48} . 12$ Grän = $\frac{5}{4}$ Grän = $1\frac{1}{4}$ Grän.

Es sind also nach dem holländischen Gewicht in diesem Stück 7 Mark, 12 Karat, $1\frac{1}{4}$ Grän feines Gold.

Beweiß durch die Gleichheit der Probezahlen, daß $\frac{35 . 260 . 19}{20 . 4 . 24 . 12}$ mk. holl. = 7 Mk. 12 Karat $1\frac{1}{4}$ Grän.

Weil hier der Werth von x in Mark, Karat und Grän angegeben, so werden die Factoren des Zähler noch durch die Factoren 24 und 12 vermehret, es fallen aber selbige gegen 24 und 12 im Nenner weg, mithin ist obiger Bruch nunmehro = $\frac{35 . 260 . 19}{20 . 4}$ Grän fein, von welchen die Probezahl = $\frac{2 . 7 . 8}{9 . 4} = 1\frac{2}{36}$ Grän = $\frac{2}{3}$ Grän fein.

Von 7 Mark, 12 Karat, $1\frac{1}{4}$ Grän, ist die Probezahl ebenfalls = $\frac{2}{3}$ Grän fein.

Denn von 7 mk. ist die Probezahl = 7 mk., diese geben aber 7 . 2 = 14 Karat = 3 Karat; zu diese werden obige 12 Karat addiret, so ist deren Summa = 3 + 12 = 15 = 4 Karat.

Diese 4 Karat geben 4 . 1 = 4 Grän, zu welche obige $1\frac{1}{4}$ Grän addiret, $4 + 1\frac{1}{4} = 5\frac{1}{4}$ Grän = $^{2}\frac{1}{4}$ Grän = $^{1}\frac{0}{4}$ Grän sind.

Diese $^{1}\frac{0}{4}$ Grän sind = obige $\frac{2}{3}$ Grän, denn $\frac{1}{4}\frac{0}{3}$ = $\frac{3}{1}\frac{0}{2} = \frac{8}{1}$ und $\frac{2}{3}.4 = \frac{8}{1}\frac{}{2} = \frac{8}{1}$ Grän.

§. 88.

Das Zinn wird, wenn es verarbeitet werden soll, mit Bley legirt oder vermischt. Bey dieser Vermischung wird allemal zu einer Anzahl Pfunde rein oder fein Zinn ein Pfund Bley gesetzet. Je mehr Pfund rein Zinn zu einem Pfund Bley genommen worden, desto feiner wird das vermischte Zinn. Die Feine des Zinns wird durch das Gewicht, welches eine mit einem Pfund Bley vermischte Anzahl Pfunde rein Zinn vermischte Masse beträgt, bestimmet und benennet. Es entstehen daher folgende Benennungen, als:

Einpfündig oder fein Zinn, zu welches gar kein Bley zugesetzet ist.

Zweypfündig Zinn, wenn zu einem Pfund Zinn, ein Pfund Bley zugesetzet ist.

Dreypfündig Zinn, wenn zu zwey Pfund Zinn ein Pfund Bley zugesetzet ist, u. s. w.

Der Preis des vermischten Zinns richtet sich sowohl nach dem Preis des feinen Zinns als des Bleyes.

Die hier berechnete Aufgaben sind folgende.

Erste Aufgabe.

Wie viel Pfund Bley befinden sich in 80 Pfund fünfpfündigen Zinn?

Aufsatz und Berechnung.

x ℔. Bley = ℔. verm. Zinn 80. 16
1. 5 ℔. verm. Zinn = ℔. Bley 1

x = 16 ℔. Bley.

Zweyte Aufgabe.

Wie viel Pfund fein Zinn befinden sich in 80 Pfund fünfpfündigen Zinn?

Aufsatz und Berechnung.

x ℔. fein Zinn = ℔. verm. Zinn 80. 16
1. 5 ℔. verm. Zinn = ℔. fein Zinn 4

x = 16 . 4

x = 64 ℔. fein Zinn.

Dritte Aufgabe.

Was kosten 40 Pfund sechspfündig Zinn, wenn ein Pfund fein Zinn $8\frac{1}{2}$ mgl. und ein Pfund Bley $1\frac{1}{2}$ mgl. kostet?

Man richtet hier zuförderst beyde vermischte Brüche ein, so wird $8\frac{1}{2}$ mgl. = $\frac{17}{2}$ mgl. und $1\frac{1}{2}$ mgl. = $\frac{3}{2}$ mgl.

Alsdann ist

1) Von dem in diesem Stück vermischten Zinn vorhandenen feinen Zinn der Werth in Gelde.

Aufsatz und Berechnung:

1 . ℔ . x Rthlr. = ℔ verm. Zinn Æ . ℞ . 5
6 ℔ verm. = ℔ fein 5
1 ℔ fein Zinn = mgl. $\frac{17}{\text{℔}}$
9 . ℨ mgl. = Rthlr. 1

9 . 6 . x = 5 . 5 . 17

54x = 425

x = $4\frac{2}{5}\frac{5}{4}$ Rthlr. = $7\frac{4}{5}\frac{7}{4}$ Rthlr.

Resolviret man $\frac{4}{5}\frac{7}{4}$ Rthlr. zu Mariengroschen, so ist $\frac{4}{5}\frac{7}{4}$ Rthlr. = $\frac{4}{5}\frac{7}{4} \cdot 36$ mgl. = $\frac{4}{5}\frac{7}{3} \cdot 2$ mgl. = $\frac{9}{5}\frac{4}{3}$ mgl. = $3\frac{1}{3}$ mgl.

Resolviret man $\frac{1}{3}$ mgl. zu Pfennige, so bekommt man $\frac{1}{3} \cdot \frac{8}{3} = \frac{8}{3}$ pf. = $2\frac{2}{3}$ pf.

Es beträgt also der Preis des in diesem Stück vorhandenen feinen Zinn

7 Rthlr. 31 mgl. $2\frac{2}{3}$ pf.

2) Von dem in diesem Stück vermischten Zinn vorhandenen Bley der Werth in Gelde.

Aufsatz und Berechnung.

1 . ℔ . x mgl. = ℔ verm. Zinn Æ . ℞ . 10
1 . ℔ . 6 ℔ verm. = ℔ Bley 1
1 ℔ Bley = mgl. $\frac{\text{ß}}{\text{℔}}$

x = 10 mgl.

Da nun der Preis

des feinen Zinns = 7 Rthlr. 31 mgl. $2\frac{2}{3}$ pf.
des Bleyes = " 10 — —

so kosten die 40 ℔ 8 Rthlr. 5 mgl. $2\frac{2}{3}$ pf.
vermischt Zinn.

Vierte Aufgabe.

Was kostet ein Pfund fünfpfündiges Zinn, wenn ein Pfund fein Zinn 8 ggl. 4 pf. und ein Pfund Bley 1 ggl. 4 pf. kostet?

Man bestimmt hier sowohl den Preis des feinen Zinns als des Bleyes in Pfennige; so sind 8 ggl. 4 pf. = 100 pf. und 1 ggl. 4 pf. = 16 pf.

Alsdenn ist von dem Preis des in einem Pfund vermischten Zinns vorhandenen feinen Zinns

Aufsatz und Berechnung.

x ggl. = ℔ vermischt Zinn 1
1 . 5 ℔. verm. Zinn = ℔ fein Zinn 4 . 1
1 ℔ fein Zinn = pf. 100 . 20
3 . 12 pf. = ggl. 1

$$3x = 20$$
$$x = \frac{20}{3} \text{ ggl.} = 6\frac{2}{3} \text{ ggl.}$$
$$x = 6 \text{ ggl. } 8 \text{ pf.}$$

Von dem Preise des in einem Pfunde erst erwähnten vermischten Zinns vorhandenen Bleyes ist

Aufsatz und Berechnung.

x pf. = ℔ verm. Zinn 1
5 ℔ verm. Zinn = ℔ Bley 1
1 ℔ Bley = pf. 16

5x = 16

$x = \frac{16}{5}$ pf. $= 3\frac{1}{5}$ pf.

Da nun der Preis des in einem Pfund von fünfpfündigen Zinn vorhandenen

feinen Zinns = 6 ggl. 8 pf.
des Bleyes = " $3\frac{1}{5}$ pf.

---

so kostet ein Pfund fünfpfündig Zinn = 6 ggl. $11\frac{1}{5}$ pf.

§. 89.

Die bisher berechnete Aufgaben enthielten theils die Bestimmung der Schwere des in einer vermischten Masse vorhandenen feinen Metals, theils den Werth dieses feinen Metals, oder auch den Werth der ganzen vermischten Masse, oder eines Theils derselben in Gelde.

Daß alle Arten dieser Aufgaben durch die Regula Detri directa zu berechnen waren, beweiset, weil sowohl das Gewicht des vermischten Metals mit dem Gewicht des in selbigen vorhandenen feinen Metals, als der Werth desselben in Gelde mit dem bestimmten Werth des feinen Metals in Gelde rechte geometrische Verhältnisse ausmachen, denn die Größe der Antwort richtete sich hier allemal nach der Größe der Frage; war nemlich die Frage groß, so wurde die Antwort auch groß ꝛc. Daß ferner der Aufsatz, Ordnung der Glieder, Verwechselung der Nenner der Brüche, Verkleinerung der Glieder, und

überhaupt die Berechnung nach denen gegebenen Regeln vorgenommen, wird eine nach §. 82. angestellte Prüfung eben so leicht beweisen, als man sich nach selbigen überzeugen kann, wie viele Anwendung der Regula Detri eigentlich die Berechnung jeder Aufgabe erfordert haben, und daß jede Berechnung nur durch einen Aufsatz nach der Kette verrichtet werden konnte. In allen berechneten Aufgaben sind die verkleinerten Factoren durchstrichen, und die für selbige wieder erhaltene Factoren neben sie mit dem Multiplicationszeichen gesetzet. Alle Factoren, welche = 1, sind nach vollendeter Verkleinerung nicht mit unter den Strich gesetzet, weil 1 nicht multipliciret. Bey denen durch die Gleichheit der Probezahlen geführten Beweisen des von x gefundenen Werthes entstanden oft Brüche, welche einander völlig ungleich und von welchen dennoch ihre Gleichheit bewiesen wurde. Diese Ungleichheit aber gehet nur auf ihren innern Werth, wenn man selbige als Theile vom Ganzen betrachtet, als Probezahlen aber betrachtet, können selbige dennoch einander völlig gleich seyn. Die geführten Beweise haben also keinesweges einen Einfluß auf ihren innern Werth, sondern sie beziehen sich lediglich auf ihre Gleichheit als Probezahlen betrachtet. Denn daß z. E. die in dem Beweiß der eilften Aufgabe erhaltene Probezahlen $\frac{1}{3}$ Grän und $\frac{8}{2}$ Grän ihren innern Werth nach, als Theile vom Ganzen betrachtet, völlig einander ungleich, fället eben sowohl von selbst in die Augen, als daß 2 Rthlr. mit 2 multipliciret, 4 ggl. geben sollten, welches doch auch oft in denen Beweisen vorgefallen; daß aber als Probezahlen betrachtet, $\frac{1}{3}$ Grän = $\frac{8}{2}$ Grän, ist daselbst bewiesen, und eben so gewiß, als daß obige 4 ggl. die Probezahl von 2 Rthlr. in gute Groschen ist.

Verhältnißtabelle der §. 85. gezeigten Eintheilung des Silber- und Goldgewicht.

1. Bey dem Troysgewicht hat eine Mark

Once	Denters	Karat	Engel	Grän	Asen	Richtpfennig
8	12	24	160	288	5120	68985
1	$1\frac{1}{2}$	3	20	36	640	$8623\frac{1}{8}$
	1	2	$13\frac{1}{3}$	24	$426\frac{2}{3}$	$5748\frac{3}{4}$
		1	$6\frac{2}{3}$	12	$213\frac{1}{3}$	$2874\frac{3}{8}$
			1	$1\frac{4}{5}$	32	$431\frac{5}{32}$
				1	$17\frac{7}{9}$	$239\frac{17}{32}$
					1	$13\frac{485}{1024}$

2. Bey dem cölnschen Gewicht hat eine Mark

Unze	Loth	Kar.	Qu.	Gr.	Pfenn.	Grän	Heller	Aeschen	Richtpfen.
8	16	24	64	96	256	288	512	4352	65536
1	2	3	8	12	32	36	64	544	8192
	1	$1\frac{1}{2}$	4	6	16	18	32	272	4096
		1	$2\frac{2}{3}$	4	$10\frac{2}{3}$	12	$21\frac{1}{3}$	$181\frac{1}{3}$	$2730\frac{2}{3}$
			1	$1\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	8	68	1024
				1	$2\frac{2}{3}$	3	$5\frac{1}{3}$	$45\frac{1}{3}$	$682\frac{2}{3}$
					1	$1\frac{1}{8}$	2	17	256
						1	$1\frac{7}{9}$	$15\frac{1}{9}$	$227\frac{5}{9}$
							1	$8\frac{1}{2}$	128
								1	$15\frac{1}{17}$

Aufgaben
Von der Vergleichung und Verwechselung des Geldes oder der Münzen.

§. 90.

Geld und Münze ist eigentlich einerley Ausdruck, und werden hiemit alle mit Schrift und Zeichen beprägte Stücke Gold, Silber und Kupfer benennet. Sie sind den Werth aller Dinge zu schätzen bestimmt.

§. 91.

Es gibt nicht nur wirklich geprägte, sondern auch fingirte Münzen, welche nur der Rechnung wegen erdichtet sind.

Unter denen geprägten Münzen gibt es auch einige, welche blos zum Andenken einer vorgefallenen merkwürdigen Begebenheit gepräget sind, diese werden Schaumünzen genennet.

Die der Handlung gewidmete geprägte Münzen sind gewöhnlich aus vermischten Gold, Silber und Kupfer verfertiget.

Eine jede dieser Münzen hat

1) eine festgesetzte Schwere,
2) einen bestimmten Grad der Feine,
3) einen bestimmten Werth.

Die Vorschrift, welche dieses bestimmt, wird der Münzfuß genennet.

Man pflegt von einer Münze die Schwere das Schrott, die Feine das Korn, die Vermischung oder Legirung des zu der Münze bestimmten feinen Goldes oder Silber die Beschickung zu nennen.

Die Beschickung geschiehet nach der bey dem Silber- und Goldgewicht §. 85. angenommenen größten Benennung, also einer Mark.

Man nennet eine zu der Ausmünzung beschickte Mark Gold oder Silber die rohe Mark.

Von jeder Münze bestimmt das Schrott, wie viel Stück der Münze aus einer rohen, das ist beschickten Mark, Gold oder Silber gepräget werden sollen; das Korn hingegen bestimmt die Stückzahl einer Münze, in welcher eine Mark fein Gold oder Silber vorhanden.

Sowohl Schrott als Korn wird gewöhnlich nach dem cölnischen Gewicht entweder in Aeschen oder auch in Richtpfennig, nach dem Troysgewicht aber in Asen oder auch in Richtpfennig bestimmt.

Das zu jeder Münze nach dem Münzfuß derselben erforderliche Metall kann aber nie genau der Vorschrift gemäß vermischt, noch jedes Stück nach der festgesetzten Schwere verfertiget werden; es wird also eine obgleich geringe Abkürzung, sowohl an dem Schrott als dem Korn, verstattet. Das nach dieser vorgenommenen Abkürzung gebliebene Schrott und Korn nennet man Remedium.

§. 92.

Die der Handlung gewidmete geprägten Münzen haben einen innern und äußern Werth.

Den innern Werth bestimmt das in selbigen vorhandene Schrott und Korn.

Den äußern Werth bestimmt der von dem Münzfuß festgesetzte Preis, zu welchen die feine Mark ausgepräget werden soll.

Der äußere Werth übersteigt gewöhnlich den innern, die Münzkosten wieder zu erstatten.

Die fingirten Münzen haben allein einen innern Werth, und dieser hat den Namen Würdigung. So

lange dieser ohnverändert bleibt, so lange bleibt auch der innere Werth der geprägten Münzen ohnverändert; der äußere Werth aber ist zuweilen von einigen Münzen veränderlich, welches von dem Mangel oder Ueberfluß derselben herrühret.

Der äußere Werth der Münzen wird gewöhnlich nach denen in einem Land oder einer Stadt, welcher die Münze zugehöret, eingeführten Rechnungsmünzen, benennet. Diese Rechnungsmünzen bestehen aus verschiedenen Geldbenennungen, wovon die größern eine festgesetzte Anzahl der kleinern in sich fassen. Diese angenommene Rechnungsmünzen werden die Währung einer Stadt oder Land genennet.

Man pflegt auch wohl die geprägten Münzen durch folgende Benennungen als: Species, Banco, Giro, Courrent, Land- oder Scheidemünze zu unterscheiden. Man verstehet alsdenn

1) unter Species, die nach dem Reichsfuß ausgeprägten schweren Reichsthaler und Ducaten in Natura oder in Specie, das ist, in der Gestalt, wie sie gepräget sind.

2) Banco, sind die Münzsorten, welche in denen aufgerichteten Banken angenommen werden.

3) Giro oder Wechselgeld, mit welchen in großen Handelsstädten die Wechsel bezahlet werden.

4) Courrentmünze, die gangbaren und zu gemeinen Ausgaben bestimmten Münzen von der gröbsten und besten Art.

5) Landmünze, Scheidemünze, die kleine oder geringe Art der Courrentmünze.

Die Courrentmünzen, welche gewöhnlich Silbermünzen sind, werden sehr oft eben sowohl wie die silberne Landmünzen, blos Münze genennet.

§. 93.

Die Vergleichung des Geldes bestehet in der Untersuchung, welche von zwo Münzen den Vorzug hat.

Der Vorzug einer Münze wird durch ihr Schrott und Korn und durch den Preis bestimmt, zu welchen die Mark fein ausgepräget ist; denn unter zwo nach einerley Münzfuß ausgeprägten Münzen, behält die den Vorzug, von welcher die wenigsten Stücke zu einer Mark fein erforderlich; und unter denen nach verschiedenen Münzfuß ausgeprägten Münzen behält die den Vorzug, deren Münzfuß die feine Mark zu dem geringsten Preise ausprägen lässet. Hätte man also z. E. zwo nach dem Conventionsfuß ausgeprägte Münzen, von der einen wären 80 Stück, von der andern nur 40 Stück aus einer feinen Mark gepräget, so hat letztere den Vorzug vor der erstern.

Oder man hätte vier 2 ggl. Stücke; nach dem Münzfuß des erstern wäre die Mark fein zu $12\frac{1}{3}$ Rthlr.

des zweyten	–	–	–	–	–	$12\frac{3}{8}$ "
des dritten	–	–	–	–	–	14 "
des vierten	–	–	–	–	–	16 "

ausgepräget, so verdiente das 2 ggl. Stück den Vorzug, welches nach dem erstern Münzfuß, die Mark fein zu $12\frac{1}{3}$ Rthlr. ausgepräget ist.

Zu der Vergleichung nach dem äußern Werth erwählet man aber allemal zwo Münzsorten, deren grösseste Rechnungsmünzen gleichnamigt sind. Man bestimmt alsdenn beyder Werth in einerley Münzbenennung, so zei-

get die Differenz beyder erhaltener gleichnamigten Größen, welcher Münze der Vorzug gebühret. Diese Differenz wird entweder zwischen zwo einzelnen Stücken oder zwischen 100 Einheiten der größten Rechnungsmünze zwoer verschiedenen Münzsorten gesucht. Auf beyde Fälle nennet man diese Differenz, um welche die eine Münze besser ist als die andere, die Agio oder das Aufgeld oder Zugabe, im erstern Fall Agio pro Stück, im letztern Fall Agio pro Cent. Diese Benennung rühret daher, weil für den Empfang des bessern Geldes nicht nur eine gleiche Anzahl Einheiten, sondern über diese noch so viele Einheiten als die Differenz anzeiget, im schlechtern Gelde gegeben werden müssen. Diese Agio wird daher allemal auf 100 nie in 100 gerechnet, z. E. es wären die Ducaten 3 pro Cent besser als Louisd'or; so sind

103 Rthlr. Louisd'or = 100 Rthlr. Ducaten

oder

100 Rthlr. Ducaten = 103 Rthlr. Louisd'or.

Dieses ist, wie es erforderlich, auf 100 gerechnet. Setzte man aber 100 Rthlr. Louisdor = 97 Rthlr. Ducaten, welches falsch ist; so wäre dieses in 100 gerechnet.

Bey der Bestimmung der Agio pro Cent, oder um wie viel 100 Einheiten einer Münze besser als 100 mit ersteren gleichnamigte Einheiten einer andern Münze, verwandelt man allemal 100 Einheiten der bessern in die geringern Münzen, so bekömmt man natürlich mehr Einheiten wieder; ziehet man nun von diesen erstern 100 Einheiten ab, so gibt diese Differenz nicht nur die Agio, sondern zeiget auch, um wie viel Procent die eine Münze besser als die andere ist.

Die hier von Vergleichung der Münzen berechnete Aufgaben sind folgende.

Erste Aufgabe.

Wie viel pro Cent sind die Münzen, deren Münzfuß die feine Mark zu 14 Rthlr. ausprägen lässet, besser als die Münzen, deren Münzfuß die feine Mark zu 16 Rthlr. ausprägen lässet?

Weil die Mark fein zu 14 Rthlr. ausgepräget, bessere Münzen gibt, als die Mark fein zu 16 Rthlr. ausgepräget, so verwandelt man 100 Rthlr. der erstern in letztere.

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. = Rthlr. 100
7 . xA Rthlr. = mk. fein 1
1 mk. fein = Rthlr. xB . 8

7 . x = 100 . 8

7x = 800

$x = \frac{800}{7}$ Rthlr. $= 114\frac{2}{7}$ Rthlr.

Es ist also das nach 14 Rthlr. die feine Mark ausgeprägte Geld $14\frac{2}{7}$ pro Cent besser, als das zu 16 Rthlr. die feine Mark ausgeprägte Geld; denn

$114\frac{2}{7} - 100 = 14\frac{2}{7}$.

Zweyte Aufgabe.

Wenn 1 Rthlr. hamburger Courrent = 3 mk. hamburger Courrent, und eine Mark hamburger Courrent = 9 ßgl. 5 pf. oder 113 pf. in Louisdor, wie viel pro Cent ist das hamburger Courrentgeld besser, als Louisd'or?

Daß das hamburger Courrentgeld besser seyn muß, als Louisd'or schließet man daraus, weil $\frac{1}{3}$ Rthlr. hamburger Courrent 1 ggl. 5 pf. in Louisd'or mehr beträgt, als $\frac{1}{3}$ Rthlr. in Louisd'or, denn $\frac{1}{3}$ Rthlr. in Louisd'or ist nur = 8 ggl., und von jenen ist $\frac{1}{3}$ Rthlr. = 9 ggl. 5 pf.

Auffatz und Berechnung.

x Rthlr. Louisd'or = Rthlr. hamb. Courr. 100
1 Rthlr. hamb. Courr. = mk. Courr. 3 . 1
1 mk. Courr. = pf. Louisd'or 113
12 pf. = ggl. 1

$$\frac{8 \text{ . } 24 \text{ ggl.} = \text{Rthlr. Louisd'or } 1}{8 \text{ . } 12 \text{ . } x = 100 \text{ . } 113}$$
$$96\,x = 11300$$

$x = \frac{11300}{96}$ Rthlr. $= 117\,\frac{68}{96}$ Rthlr. $= 117\,\frac{17}{24}$ Rthlr.

Es ist also das hamburger Courrent $17\,\frac{17}{24}$ Procent besser, als Louisd'or, denn

$117\,\frac{17}{24}$ Rthlr. Louisd'or – 100 Rthlr. hamb. Courr. = $17\,\frac{17}{24}$ Rthlr. Louisd'or.

Dritte Aufgabe.

Wie viel Procent ist das hamburger Bancogeld besser als Louisd'or, wenn 1 Rthlr. hamburger Banco = 1 Rthlr. 10 ggl. 9 pf. in Louisd'or?

Man verwandelt zuförderst den Werth eines hamburger Bancothaler in Pfennige, so sind 1 Rthlr. 10 ggl. 9 pf. = 417 pf. in Louisd'or, alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Louisd'or = Rthlr. hamb. Banco 100
1 Rthlr. hamb. Banco = pf. Louisd'or AxN . 139
12 pf. = ggl. 1
8 . ZA ggl. = Rthlr. 1

8 . 12x = 100 . 139

96x = 13900

$x = \frac{13900}{96}$ Rthlr. $= 144\frac{76}{96}$ Rthlr. $= 144\frac{19}{24}$ Rthlr. Louisd'or.

Das hamburger Bancogeld ist also $144\frac{19}{24} - 100 = 44\frac{19}{24}$ Procent besser als Louisd'or.

Vierte Aufgabe.

Ein Louisd'or wird in seiner Währung zu 5 Rthlr. gerechnet, und nur mit $4\frac{2}{3}$ Rthlr. hannöverscher Münze bezahlet, wie viel Procent ist die hannöversche Münze besser als Louisd'or?

Wenn der vermischte Bruch $4\frac{2}{3}$ Rthlr. eingerichtet, so ist selbiger $= \frac{14}{3}$ Rthlr. alsdenn ist

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Louisd'or = Rthlr. hannöversch XØØ . 50
7 . $\frac{xA}{B}$ Rthlr. hannöversch = Rthlr. Louisd'or 5 . 3

7 . x = 50 . 5 . 3

7x = 750

$x = \frac{750}{7}$ Rthlr. $= 107\frac{1}{7}$ Rthlr.

Die hannöversche Münze ist also $107\frac{1}{7} - 100 =$ $7\frac{1}{7}$ Procent besser als Louisd'or.

Fünfte Aufgabe.

Ein Ducat gilt in seiner Währung $2\frac{3}{4}$ Rthlr., hingegen in der Währung eines Louisd'or $2\frac{5}{6}$ Rthlr., wie viel Procent sind nun die Ducaten besser als Louisd'or?

Beyde vermischte Brüche werden eingerichtet, so wird $2\frac{3}{4}$ Rthlr. $= \frac{11}{4}$ Rthlr. und $2\frac{5}{6}$ Rthlr. $= \frac{17}{6}$ Rthl. alsdenn ist

Auffatz und Berechnung.

6 . x Rthlr. Louisd'or = Rthlr. Ducaten 100 . 4

$\frac{11}{4}$ Rthlr. Ducaten = Rthlr. Louisd'or $\frac{17}{6}$

$$11 \cdot 6 \cdot x = 100 \cdot 4 \cdot 17$$

$$66\,x = 6800$$

$x = \frac{6800}{66}$ Rthlr. $= 103\frac{2}{66}$ Rthlr. $= 103\frac{1}{33}$ Rthlr.

Es sind also die Ducaten $103\frac{1}{33} - 100 = 3\frac{1}{33}$ Procent besser als Louisd'or.

Sechste Aufgabe.

Unter zwo nach einerley Münzfuß ausgeprägten Münzen sind von der einen 20 Stück, von der andern 80 Stück aus einer feinen Mark geprägt, wenn nun ein Stück der erstern Münze = 16 ggl., was ist ein Stück der andern Münze werth?

Auffatz und Berechnung.

x ggl. = Stück 1

1 . 4 . 80 Stück = mk. fein 1

1 mk. fein = Stück 20 . 1

1 Stück = ggl. 16 . 4

x = 4 ggl.

Siebente Aufgabe.

Wenn ein Stück Geld = 4 ggl. und 80 Stück derselben auf eine feine Mark gerechnet werden, wie hoch ist nach diesem Münzfuß die Mark fein ausgepräget?

x Rthlr. = mk. fein 1
1 mk. fein = Stück 80 . 10
1 Stück = ggl. 4
3 . 24 ggl. = Rthlr. 1

3 . x = 10 . 4

3 x = 40

$x = \frac{40}{3}$ Rthlr. = 13 $\frac{1}{3}$ Rthlr. = 13 Rthlr. 8 gl.

Achte Aufgabe.

Wenn die Mark fein zu 13 $\frac{1}{3}$ Rthlr. oder $\frac{40}{3}$ Rthlr. ausgepräget wird, so werden 80 Stück vier gute Groschen zu der feinen Mark erfordert. Wie viel Viergutegroschenstück wird man haben müssen, wenn die Mark fein zu 16 Rthlr. ausgepräget wird?

Aufsatz und Berechnung.

x vier ggl. Stück = mk. f. 1
1 mk. fein = Rthlr. 24 . 2
1 . 8 . $\frac{40}{3}$ Rthlr. = mk. fein 1 . 3
1 mk. fein = vier ggl. Stück 80 . 16

x = 2 . 3 . 16

x = 96 Stück.

Neunte Aufgabe.

Was ist der Werth eines Viergutegroschenstück, deren 80 Stück auf eine feine Mark gehen, in andre Viergutegroschenstück, deren 96 Stück auf eine feine Mark gerechnet werden?

Auffatz und Berechnung.

x ggl. = Stück 1
5 . 80 Stück = mk. fein 1
1 mk. fein = Stück 96 . 6
1 Stück = ggl. 4

5 . x = 6 . 4

5 x = 24

$x = \frac{24}{5}$ ggl. = $4\frac{4}{5}$ gl. = 4 gl. $9\frac{3}{5}$ pf.

Anmerkung.

Bey der Bestimmung der Agio-Procent resolviret man nie den, bey dem von x gefundenen Werth in ganzen Zahlen vorhandenen ächten Bruch, sondern verkleinert solchen nur; findet aber diese Verkleinerung nicht statt, so bleibt der Bruch ohnverändert stehen.

§. 94.

Die Verwechselung des Geldes bestehet eigentlich in einem Tausch der Münzen. Sie erfordert eine Kenntniß sowohl der geprägten als fingirten Münzen. Nelkenbrechers Taschenbuch eines Banquier und Kaufmann giebt hierzu die beste Anleitung.

Die Verwechselung geschiehet nicht allezeit mit baaren Gelde, sondern auch mit über den Werth der zu der Ver-

wechselung bestimmten Summe Geldes ausgestellten Handschrift, welche dahero Wechselbriefe oder auch nur Wechsel genennet werden. Beyde Arten der Verwechselung sind auch oft mit Kosten verknüpfet, welche man Spesen nennet. Hier ist aber blos die Rede von der ohne Spesenverwechselung des baaren Geldes, alles übrige gehöret in die sogenannte Wechselrechnung.

Die hier berechnete Aufgaben sind folgende:

Erste Aufgabe.

Was betragen 500 holländische Gulden in Louisd'or zu 5 Rthlr., wenn ein holländischer Gulden 13 ggl. 11 pf. oder 167 pf. in Louisd'or beträgt?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Louisd'or = fl. holl. 500
1 fl. holl. = pf. Louisd'or 167
12 pf. = ggl. 1
24 ggl. = Rthlr. Louisd'or 1

$$\frac{24 \cdot 12 \cdot x = 500 \cdot 167}{288\,x = 83500}$$

$x = \frac{83500}{288}$ Rthlr. $= 289\ \frac{268}{288}$ Rthlr.

Resolviret man $\frac{268}{288}$ Rthlr. zu gute Groschen, so werden $\frac{268}{288}$ Rthlr. $= \frac{268}{288} \cdot 24$ ggl. $= \frac{268}{12}$ ggl. $= 22\ \frac{4}{12}$ ggl.

Resolviret man ferner $\frac{4}{12}$ ggl. zu Pfennige, so sind $\frac{4}{12}$ ggl. $= \frac{4 \cdot 12}{12}$ pf. $= 4$ pf.

Es sind also 500 holl. Gulden = 289 Rthlr. 22 ggl. 4 pf. in Louisd'or.

Zweyte Aufgabe.

Wenn die Agio eines feinen Gulden in Louisd'or 2 mgl. beträgt, wie viel Procent ist das feine Geld besser als Louisd'or?

Der Werth eines Gulden ist hier = 24 mgl. oder 16 ggl.

Werden nun beyde Werthe zu Thaler reduciret, so sind 24 mgl. = $\frac{24}{36}$ Rthlr. = $\frac{2}{3}$ Rthlr. und 16 ggl. = $\frac{16}{24}$ Rthlr. = $\frac{2}{3}$ Rthlr.

Es ist also hier der Werth eines feinen Gulden oder $\frac{2}{3}$ Rthlr. fein = 24 mgl. + 2 mgl. = 26 mgl. in Louisd'or.

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Louisd'or = Rthlr. fein $x\mathcal{OO}$. 25

$\frac{\mathcal{Z}}{\mathcal{B}}$ Rthlr. fein = mgl. Louisd'or $\mathcal{ZB}$. 13

3 . $x\mathcal{Z}$. $\mathcal{ZB}$ mgl. = Rthlr. Louisd'or 1 . $\mathcal{B}$

3 . x = 25 . 13

3 x = 325

x = $\frac{325}{3}$ Rthlr. = 108 $\frac{1}{3}$ Rthlr.

Es sind also die feinen $\frac{2}{3}$ Stück 8 $\frac{1}{3}$ Procent besser, als Louisd'or.

Dritte Aufgabe.

Wenn in Amsterdam eine Mark Troys fein Silber mit 25 Gulden holländisch Current, in Hannover die Mark cölnisch fein Silber mit 12 Rthlr. hannöverisch bezahlt wird, wie viel hannöversch Geld muß man für 100 Rthlr. holländisch Current bezahlen?

Diese Berechnung erfordert zuförderst das Verhältniß der holländischen Gulden zu denen holländischen Thalern. Da nun ein holländischer Thaler = 50 Stüver, ein holländischer Gulden = 20 Stüver, so verhalten sich die holländischen Thaler zu denen Gulden, wie 20 : 50 oder 2 : 5, es sind also 2 Thaler holländisch = 5 holländische Gulden.

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. hannöversch = Rthlr. holl. Courr. XØØ.ZØ.10
1 . Z Rthlr. holländsch = fl. holl. Z . 1
Z . ZZ fl. holl. = mk. Troys f. 1
19 mk. Troys f. = mk. cölnisch 20
1 mk. cölnisch = Rthlr. hannöversch 12

$$19\,x = 10 \cdot 20 \cdot 12$$

$$19\,x = 2400$$

$$x = 2\frac{400}{19}\text{ Rthlr.} = 126\ \tfrac{6}{19}\text{ Rthlr.}$$

Resolviret man $\frac{6}{19}$ Rthlr. in gute Groschen und Pfennige, so sind $\frac{6}{19}$ Rthlr. = 7 ggl. 6 $\frac{18}{19}$ pf.

Es müssen also für 100 Rthlr. holländisch Courrent 126 Rthlr. 7 ggl. 6 $\frac{18}{19}$ pf. in hannöverschen Gelde bezahlet werden.

Vierte Aufgabe.

Ein Kaufmann in Hannover muß in Amsterdam 3425 Gulden Courrent bezahlen, er übersendet seine Gulden, welche 2 pro Cent besser als hannöversche Münze.

Wenn nun Amsterdam die Mark Troys fein Silber zu 25 fl. Courr., Hannover aber die Mark cölnisch

fein Silber zu 12 Rthlr. feine $\frac{2}{3}$ Rthlr. rechnet, was betragen obige 3425 fl. holl. Courrent in hannöverscher Münze?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. hann. = fl. holl. Courr. 3425 . 688 . 137
5 . 25 fl. Courr. = mk. Troys fein 1
19 mk. Troys fein = mk. cölnisch fein 20 . 1
1 mk. cölnisch fein = Rthlr. fein 12
1 . 8 . 100 Rthlr. fein = Rthlr. hannöversch 102

19 . 5 . x = 137 . 12 . 102

95 x = 167688

$x = \frac{167688}{95} = 1765\ \frac{13}{95}$ Rthlr.

Resolviret man $\frac{13}{95}$ Rthlr. in Mariengroschen, so sind $\frac{13}{95}$ Rthlr. = $\frac{13 \cdot 36}{95}$ mgl. = $\frac{468}{95}$ mgl. = $4\ \frac{88}{95}$ mgl.

Resolviret man ferner $\frac{88}{95}$ mgl. in Pfennige, so sind $\frac{88}{95}$ mgl. = $\frac{88 \cdot 8}{95}$ pf. = $\frac{704}{95}$ pf. = $7\ \frac{39}{95}$ pf.

Es sind also 3425 fl. holl. Courrent in hannöverscher Münze = 1765 Rthlr. 4 mgl. 7 $\frac{39}{95}$ pf.

Fünfte Aufgabe.

Wenn die hannöversche Münze $32\ \frac{3}{8}$ pro Cent schlechter als Hamburger Banco-Geld, wie hoch wird Hamburg $1588\ \frac{1}{2}$ Rthlr. hannöversche Münze in Mark Banco annehmen?

Hier werden beyde vermischte Brüche eingerichtet, so ist $32\ \frac{3}{8}$ pro Cent = $\frac{259}{8}$ pro Cent, und $1588\frac{1}{2}$ Rthlr. hannöversch = $\frac{3177}{2}$ Rthlr.

Alsdenn ist

Auffatz und Berechnung.

1 . Æ x mk. Banco = Rthlr. hannöversch $\frac{3 x ππ}{Æ}$. 3

1 . $\frac{x059}{8}$ Rthlr. hann. = Rthlr. hamb. Banco 100

1 Rthlr. hamb. Banco = mk. Banco 3 . 8 . 4

$$x = 3 . 100 . 3 . 4$$

$$x = 3600 \text{ mk. Banco.}$$

Anmerkung.

Da hier die hannöversche Münze 32 $\frac{3}{8}$ pro Cent schlechter als hamburger Banco-Geld ist, so betragen 100 Rthlr. hamburger Banco in hannöverscher Münze 100 + 32 $\frac{3}{8}$ = 132 $\frac{3}{8}$ Rthlr. hannöversch. Wird dieser vermischte Bruch eingerichtet, so ist selbiger = $\frac{1059}{8}$ Rthlr. hannöversch, und auf diese Art ist das erste Glied der zweyten Reihe in dem Auffatz entstanden.

Sechste Aufgabe.

Wenn 2 Mark Hamburger in Holland zu 33 $\frac{3}{4}$ Stüver gerechnet werden, was betragen 820 fl. 2 $\frac{1}{2}$ Stüver holländisch in Hamburg?

1) Der vermischte Bruch 33 $\frac{3}{4}$ Stüver wird eingerichtet, so wird solcher = $\frac{135}{4}$ Stüver.

2) Werden 820 fl. 2 $\frac{1}{2}$ Stüver, zu halbe Stüver gemacht; da nun ein holländischer Gulden = 20 Stüver, so sind 820 fl. = 820 . 20 = 16400 Stüver, addiret man zu diese obige 2 $\frac{1}{2}$ Stüver, so geben 16400 + 2 $\frac{1}{2}$ = 16402 $\frac{1}{2}$ Stüver, wird dieser vermischte Bruch eingerichtet, so wird selbiger = $\frac{32805}{2}$ Stüver holländisch.

Aufsatz und Berechnung.

$$\text{£ x mk. hamb.} = \text{Stüver holl.} \quad \frac{328\text{ß}}{\text{£}} \quad . \; 243$$

$$\frac{135}{A} \text{ Stüver holl.} = \text{mk. hamb. £} \; . \; 4$$

$$x = 243 \; . \; 4 = 972 \text{ mk.}$$

§. 95.

So wohl die von Vergleichung als Verwechselung des Geldes gegebene Aufgaben bestehen sämmtlich aus rechten geometrischen Verhältnissen, von welchen allemal zwo eine geometrische Proportion ausmachen, sie wurden dahero auch durch die Regula Detri directa berechnet. Untersuchet man sämmtliche Aufgaben nach §. 82. so wird man nicht nur von dieser Gewißheit überzeuget, sondern man kann auch sehr leicht von jeder Aufgabe bestimmen, wie vielmal deren Beantwortung die Regula Detri directa erfordert. Die Beweise von der richtigen Bestimmung des Werthes von x, sind hier nicht geführet, weil in denen vorhergehenden Aufgaben zu dieser Führung hinlängliche Anleitung gegeben.

Aufgaben aus der Zinsrechnung.

§. 96.

Zinse ist die Abgabe, welche für die Nützung einer geliehenen Summa Geldes, welche man allgemein Capital nennet, entrichtet wird.

Diese Zinse wird in eben der Münzsorte, in welcher das Capital ausgezahlet, entrichtet; es wäre denn, daß ein andres verabredet worden.

Die Zinse wird bestimmt,

1) durch die Größe des geliehenen Capitals,
2) durch den getroffenen Vergleich, wie viel für jede 100 Rthlr. des geliehenen Capitals nach Ablauf eines Jahr entrichtet werden soll. Man nennet dieses den Zinsfuß, oder auch Pro Cent Zinse.
3) Durch die Länge der Zeit, seit welcher die Zinse von dem geliehenen Capital rückständig.

§. 97.

Eine jede Aufgabe muß hier, wenn die Zinse in eben dem Gelde, in welchem das Capital geliehen, entrichtet wird, aus 6 Gliedern oder Größen bestehen, von welchen allemal zwey und zwey gleichnamigt sind; es haben nemlich

Zwey Glieder den Namen Capital; nemlich

a) das ausgeliehene Capital,
b) die 100 Thaler, von welchen der Zinsfuß bestimmet ist.

Zwey Glieder den Namen der Zeit des Ausleihen, als

a) die Zeit, seit welcher die Zinse rückständig,
b) ein Jahr, nach Ablauf dessen von 100 Rthlr. die Zinse entrichtet wird.

Zwey Glieder den Namen Zinse, als

a) die Zinse vom ausgeliehenen Capital,
b) der Zinsfuß oder die Pro Cent Zinse.

§. 98.

Erst erwähnte 6 Glieder machen 3 geometrische Verhältnisse aus; von welchen allemal zwey eine geometri-

sche Proportion ausmachen. Von diesen 6 Gliedern müssen allemal 5 bekannt seyn, und das 6te fehlende wird gesucht. Dieses fehlende Glied wird auch hier x genennet, und den Werth desselben bestimmet eigentlich die Regula Quinque, oder eine zwofache Anwendung der Regula Detri.

Die Aufgaben, welche hier vorkommen, sind folgende

1) Bestimmung der Capitalzinse. Diese erfordert
   a) die Größe des Capitals,
   b) die Länge der Zeit,
   c) den Zinsfuß.
2) Bestimmung der Procentzinse. Diese erfordert
   a) die größe des Capitals,
   b) die Länge der Zeit,
   c) die Größe der Capitalzinse.
3) Bestimmung der Länge der Zeit. Diese erfordert
   a) die Größe des Capitals,
   b) den Zinsfuß, oder Größe der Procentzinse,
   c) die Größe der Capitalzinse.
4) Bestimmung der Größe des Capitals. Diese erfordert
   a) die Größe der Capitalzinse,
   b) den Zinsfuß, oder Größe der Procentzinse,
   c) die Länge der Zeit.

Es sind zwar in allen Arten von Aufgaben nur drey bekannte Glieder angeführet, die beyden übrigen fehlenden aber sind 1 Jahr und 100 Rthlr., welche allemal bekannt sind. Diese werden also nie gesucht, und es sind dahero nur viererley Arten von Aufgaben vorhanden.

§. 99.

Bey allen vorher erwähnten Aufgaben, ist die allgemeine Regel, folgende:

Bestehet die Zeit, seit welcher die Zinse rückständig, blos aus Jahren, es mögen ganze Zahlen, ächte Brüche oder vermischte Brüche seyn; so multipliciret man mit dieser Zeit das ausgeliehene Capital, und betrachtet alsdann die Capitalzinse als eine einjährige: denn die Zinse eines Capitals, welches länger oder kürzer als ein Jahr verliehen, ist eben so groß, als die einjährige Zinse von einem Capital, welches gleich dem Product erstern Capitals mit der Länge der Zeit multipliciret, wenn vom erstern Capital sowohl als letztern Product die Procentzinse von gleicher Größe ist.

Z. E. 100 Rthlr. geben zu 5 pro Cent in 3 Jahren, 5 . 3 = 15 Rthlr. Zinse, und 100 . 3 = 300 Rthlr. geben zu 5 pro Cent in einem Jahr auch 15 Rthlr. Zinse.

Bestehet aber die Zeit, seit welcher die Zinse rückständig aus Monat oder Tage, so multipliciret man nicht nur das ausgeliehene Capital mit der Länge der Monat oder Tage, sondern auch 100 Rthlr., von welchen allemal der Zinsfuß gegeben wird, im erstern Fall mit 12, im letztern mit 360 multipliciret, weil ein Jahr = 12 Monat, und ein Jahr in der Zinsrechnung gewöhnlich zu 360 Tage angenommen wird. Daß auch hier 100 Rthlr. vergrößert werden muß, rühret daher, weil im erstern Fall, da die Zeit aus Jahren bestand, diese 100 Rthlr. ebenfals mit einem Jahr multipliciret sind, weil aber 1 nicht multipliciret, so bleibet in diesem Fall 100 Rthlr. ohnverändert. Bestehet nun die Zeit des Ausleihen aus Monat, so muß nothwendig diese Multiplication

mit dem Werthe des Jahres in Monat geschehen, eben dieses gilt auch von den Tagen.

Der Vortheil, welcher durch diese Multiplication des Capitals mit der Länge der Zeit entstehet; ist

1) Man hat nur eine Anwendung der Regula Detri nöthig; da sonst, wenn die Zeit des Ausleihens größer oder kleiner als ein Jahr ist, die Berechnung eine zwofache Anwendung der Regula Detri erfordert.
2) Erfordert jede Berechnung allezeit Regula Detri directa nie inversa.

§. 100.

Die Anwendung der gegebenen Regel zeigen folgende berechnete Aufgaben.

Erste Aufgabe.

Was beträgt in 3 Jahren die Zinse zu 5 pro Cent von 4670 Rthlr. Capital?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 467Ø . 3
2 . xØØ Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 3 . 1

$$2 \cdot x = 467 \cdot 3$$

$$2x = 1401$$

$x = \frac{1401}{2}$ Rthlr. = 700 $\frac{1}{2}$ Rthlr. = 700 Rthlr. 12 ggl.

Zwote Aufgabe.

Was beträgt in $6\frac{3}{4}$ Jahren die Zinse zu 5 pro Cent von 780 $\frac{1}{2}$ Rthlr. Capital?

Hier werden die vermischten Brüche eingerichtet; so wird $6\frac{3}{4}$ Jahr = $\frac{27}{4}$ Jahr, und 780 $\frac{1}{2}$ Rthlr. Capital = $\frac{1561}{2}$ Rthlr. Capital.

Alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

2 . 4 x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. $\frac{1561}{x} \cdot \frac{27}{4}$

20 . xØØ Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse ʃ . 1

20 . 2 . 4 . x = 1561 . 27

160x = 42147

$x = \frac{42147}{160}$ Rthlr.

x = 263 Rthlr. 10 gl. $\frac{3}{5}$ pf.

Dritte Aufgabe.

Was beträgt in 5 Monaten die Zinse zu 5 pro Cent von 328 Rthlr. 17 ggl. Capital?

Hier werden 328 Rthr. 17 ggl. in gute Groschen verwandelt, so sind selbige = 7889 ggl. Alsdenn ist

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Zinse = ggl. Cap. 7889 . 5

24 ggl. Cap. = Rthlr. Cap. 1

12 . 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 5

24 . 12 . 4 . x = 7889

1152x = 7889

$x = \frac{7889}{1152}$ Rthlr.

x = 6 Rthlr. 20 ggl. $4\frac{1}{4}$ pf.

Vierte Aufgabe.

Wenn 4670 Rthlr. Capital in 3 Jahren 700 Rthlr. 12 ggl. Zinse aufbringen, zu wie viel pro Cent ist das Capital ausgeliehen?

Da 12 ggl. = $\frac{12}{24}$ Rthlr. = $\frac{1}{2}$ Rthlr., so sind 700 Rthlr. 12 ggl. = $700\frac{1}{2}$ Rthlr. = $\frac{1401}{2}$ Rthlr. alsdann ist

Auffatz und Berechnung.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 100
3 . 4670 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse $\frac{1401}{2}$

x = 5 Rthlr. = 5 pro Cent.

Fünfte Aufgabe.

In wie viel Jahren betragen 5750 Rthlr. Capital zu 5 pro Cent 2875 Rthlr. Zinse?

Auffatz und Berechnung.

5750 . x Jahr = Rthlr. Z. 2875
5 Rth. Z. = Rth. C. 100
1 Rth. C. = Jahr 1

x = 5 . 2 = 10 Jahr.

Sechste Aufgabe.

Wie groß ist ein Capital, welches in 280 Tagen zu $4\frac{1}{2}$ pro Cent 1 Rthlr. 11 ggl. $10\frac{29}{100}$ pf. Zinse gibt?

Hier wird

1) Der vermischte Bruch $4\frac{1}{2}$ pro Cent eingerichtet, so wird selbiger = $\frac{9}{2}$ pro Cent.

2) Verwandelt man die Zinse in Hundertel Pfennige, so werden 1 Rthlr. 11 ggl. $10\frac{29}{100}$ pf. = $\frac{4302}{100}\frac{29}{100}$ pf. Alsdenn ist

Aufsatz und Berechnung.

280 . x Rthlr. = pf. Zinse $\frac{4}{1}\frac{3}{0}\frac{0}{0}\frac{2}{}\frac{9}{}$

12 pf. Zinse = ggl. Zinse 1

24 ggl. Zinse = Rthlr. Z. 1

$\frac{2}{2}$ Rthlr. Z. = Rthlr. Cap. 100 . 360

2 . 56 . x = 4781

112 x = 4781

$x = \frac{4}{1}\frac{7}{1}\frac{8}{1}\frac{1}{2}$ Rthlr.

x = 42 Rthlr. 16 ggl. 6 pf.

Siebente Aufgabe.

Was beträgt von $6\frac{3}{4}$ Jahren die Zinse zu 5 pro Cent von 4670 Rthlr. Capital hannöverisch Geld in Louisdor?

Der vermischte Bruch $6\frac{3}{4}$ Jahr wird eingerichtet, so ist selbiger = $\frac{2}{}\frac{7}{4}$ Jahr, alsdenn ist

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Zinse in Louisdor = Rthlr. Cap. han. 4670 . $\frac{2}{}\frac{7}{4}$

100 Rthlr. Cap. han. = Rthlr. Zinse han. 5

14 Rthlr. han. Zinse = Rthlr. Zinse in Louisdor 15

112 x = $\frac{1}{1}\frac{8}{1}\frac{9}{1}\frac{1}{2}\frac{3}{}\frac{5}{}$ Rthlr.

x = 1688 Rthlr. 16 ggl. 11 $\frac{1}{7}$ pf.

Achte Aufgabe.

Was beträgt von 4 Jahren 5 Monat die Zinse zu 5 pro Cent in Louisdor von 4630 Rthlr. Capital feine $\frac{2}{3}$ Stücke, welche $8\frac{2}{3}$ pro Cent besser als Louisdor?

1) Verwandelt man die Zeit, seit welcher die Zinse bezahlet werden muß, in Monat, so sind 4 Jahr 5 Monat = 53 Monat.

2) Der vermischte Bruch $8\frac{2}{3}$ pro Cent wird eingerichtet, so wird selbiger $= \frac{26}{3}$ pro Cent, alsdenn ist

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Zinse in Ldor.	=	Rthlr. Cap. fein	4630 . 53
12 . 100 Rthlr. Cap. f.	=	Rthlr. Zinse fein	5
100 Rthlr. fein	=	Rthlr. Zinse Ldor.	$\frac{326}{3}$

x = 1111 Rthlr. 2 mgl. $4\frac{56}{100}$ pf.

Neunte Aufgabe.

Wenn von einem Rthlr. wöchentlich ein Pfennig Zinse entrichtet wird, wie viel pro Cent beträgt solches in einem Jahr?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Zinse	=	Rthlr. Cap.	100 . 52
1 Rthlr. Cap.	=	pf. Zinse	1
12 pf. Zinse	=	ggl. Zinse	1
24 ggl. Zinse	=	Rthlr. Zinse	1
24 . 3x	=	100 . 13	
72x	=	1300	

$x = \frac{1300}{72}$ Rthlr.

$x = 18\frac{4}{72} = 18\frac{1}{18}$ pro Cent.

Anmerkung.

In dieser Aufgabe wurde das Capital zu 100 Rthlr. angenommen, und mit 52 multipliciret; weil ein Jahr = 52 Wochen, und in jeder Woche ein Pfennig Zinse von einem Rthlr. entrichtet wurde.

Zehnte Aufgabe.

Was beträgt die Zahlung in Louisdor von 130 Stück Ducaten Capital, nebst einer sechsjährigen Zinse zu 5 pro Cent, wenn ein Ducat zu $2\frac{5}{6}$ Rthlr. oder $\frac{17}{6}$ Rthlr. in Louisdor gerechnet wird?

Man bestimmt hier zuerst wie viel Stück Ducaten die sechsjährige Zinse beträgt; wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Ducaten Zinse = Cap. Ducaten 130 . 6
100 Duc. Cap. = Zinse Ducaten 5

x = 13 . 3 = 39 Stück Ducaten

Diese gefundene Zinse wird zu dem Capital addiret, so gibt 130 + 39 = 169 Stück Ducaten. Diese betragen in Louisdor

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Ldor. = Stück Ducaten 169
6 . 1 Ducat = Rthlr. Louisdor $\frac{17}{6}$

$$6x = 169 . 17$$
$$6x = 2873$$
$$x = \frac{2873}{6}\text{ Rthlr.}$$
$$x = 478\text{ Rthlr. }20\text{ ggl. in Ldor.}$$

§. 101.

Zu denen bisher berechneten Aufgaben war allemal die Zeit, seit welcher die Zinse bezahlet werden mußte,

entweder in Jahr, Monat oder Tage bestimmt. Wenn aber nur die Jahrzahl, der Monat und der Tag des Monats gegeben, von welchen und bis welchen die Zinsen berechnet werden müssen; so bekommt man die Länge der Zeit, seit welcher die Zinsen zu bezahlen, auf folgende Art.

1) Wenn der Monat und der Tag desselben von beyden Jahrzahlen gleich, so subtrahiret man die Jahrzahl, von welcher die Zinsen an gerechnet werden, von der Jahrzahl, bis welcher die Zinsen berechnet werden müssen; so gibt diese Differenz die Zahl der Jahre, seit welcher die Zinse schuldig, z. E. es wäre jemand die Zinsen vom 24sten October 1783 bis den 24sten October 1787 zu bezahlen schuldig, so sind in beyden Jahrzahlen die Monate und Tage gleich, es ist also 1787 − 1783 = 4 Jahr = der Zeit, seit welcher die Zinse entrichtet werden muß.

2) Wenn der Monat und der Tag desselben aber von beyden Jahrzahlen verschieden, so nimmt man selbige zuerst wieder als gleich an, und bestimmt wie zuvor durch die Subtraction die Zahl der Jahre.

Die alsdenn entweder zu viel oder zu wenig berechnete Tage bestimmet man durch Hülfe des sogenannten Tageweiser, wovon am Ende dieser Zinsrechnung ein Abriß beygefüget wird. Dieser Tageweiser bestehet aus einem Verzeichniß aller Tage eines Jahrs. Das Jahr ist aber, wie in der Zinsrechnung gewöhnlich, zu 360 Tage und jeder Monat zu gleich viel Tage also zu 30 Tage angenommen, obgleich verschiedene Monate 31 Tage und der Februar nie 30, sondern nur in einem Schaltjahr 29, außer diesen aber nur 28 Tage hat. Diese Tage sind

vom 1sten Januar bis 30sten December mit den Zahlen in ihrer gewöhnlichen Fortschreitung von 1 bis 360 bezeichnet.

Sind nun durch Hülfe dieses Tageweiser die zu viel oder zu wenig berechnete Tage gefunden, so sucht man von selbigen die Zinse; im erstern Fall subtrahiret man, im letztern Fall addiret man diese zu der erst bestimmten Zinse, so bekommt man den wahren Betrag der schuldigen Zinse.

Die Anwendung und den Gebrauch dieses Tageweiser werden folgende berechnete Aufgaben zeigen.

Eilfte Aufgabe.

Ein Capital von 4340 Rthlr. ist den 18ten März 1779, zu 5 pro Cent ausgeliehen, die Zinsen sind bis den 24sten May 1787 zu berechnen, was betragen solche?

Man berechnet zuerst die Zinsen vom 18ten März 1779 bis den 18ten May 1787 also von 1787 − 1779 = 8 Jahren; wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Capital 4340. 8
100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 5

x = 434 . 4 = 1736 Rthlr.

Weil aber die Zinsen bis den 24sten May rückständig, so sind hier so viel Tage zu wenig berechnet, als Tage vom 18ten März bis den 24sten May vorhanden, diese Tage sucht man in dem Tageweiser auf folgende Art.

1) Sucht man die Zahl des Tages vom 18ten März, neben selbigen befindet sich die Zahl 78.

2) Sucht man die Zahl des Tages vom 24sten May, gegen welchen die Zahl 144 stehet.

3) Subtrahiret man erstere Zahl von der letztern Zahl, so gibt $144 - 78 = 66$ Tage, von welchen die Zinse berechnet wird.

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 4340 . 66
360 . 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 5

$$\frac{60x = 217 . 11}{60x = 2387}$$
$$\frac{x = 2\frac{3}{6}\frac{8}{0}\frac{7}{-} \text{ Rthlr.}}{x = 39 \text{ Rthlr. } 28 \text{ mgl. } 1\frac{3}{5} \text{ pf.}}$$

Addiret man diese zu der erstern Zinse, so gibt die Summa 1736 Rthlr. + 39 Rthlr. 28 mgl. $1\frac{3}{5}$ pf., welche = 1775 Rthlr. 28 mgl. $1\frac{3}{5}$ pf. den Betrag der Zinse vom 18ten März 1779 bis den 24sten May 1787 von 4340 Rthlr. Capital.

Zwölfte Aufgabe.

Was beträgt die Zinse zu 5 pro Cent von 850 Rthlr. Capital vom 29sten May 1784 bis den 21sten Februar 1787? Vom 29sten May 1784 bis den 29sten May 1787 sind 1787 − 1784 = 3 Jahr, hiervon betragen die Zinsen

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 850 . 3
100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 5

2x = 85 . 3

2x = 255

x = $\frac{255}{2}$ Rthlr.

x = 127 Rthlr. 12 ggl.

Weil aber die Zinsen nur bis den 21sten Februar rückständig, hier aber selbige bis den 29sten May berechnet sind, und nach dem Tageweiser

der 29ste May = 149 Tag
der 21ste Februar = 51 Tag

so sind also hier 149 − 51 = 98 Tage zu viel berechnet, und von diesen beträgt die Zinse

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 850 . 98
360 . 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 5

36 . 100x = 85 . 98 . 5

3600x = 41650

x = $\frac{41650}{3600}$

x = 11 Rthlr. 20 mgl. 4 pf. Zinse.

Diese Zinse wird von ersterer subtrahiret. Da nun

erstere Zinse = 127 Rthlr. 18 mgl.
letztere Zinse = 11 = 20 = 4 pf.

so gibt die Differenz 115 Rthlr. 33 mgl. 4 pf. den Betrag der Zinse vom 29sten May 1784 bis den 21sten Februar 1787.

Man kann aber auch ohne Hülfe dieses Tageweiser in beyden letztern Aufgaben die Länge der Zeit, seit welcher die Zinse zu bezahlen, auf folgende Art finden:

Man setzet die Zahrzahl, den Datum oder Tag des Monats, und anstatt des Namen des Monats, die Zahl der wievielste Monat selbiger vom Januar an gerechnet ist, von dem Empfang des Capitals oder von der Zeit seit welcher die Zinse berechnet wird zum Minuendus, und unter diesen die Jahrzahl, Zahl des Monats und Datum desselben bis dahin die Zinse berechnet wird zum Subtrahendus, subtrahiret letztern vom erstern, so gibt diese Differenz die Jahre, Monate und Tage, seit welcher die Zinse berechnet werden muß.

Findet sich nun, daß der Datum, oder Zahl des Tages im Subtrahendus größer als im Minuendus, so borget man bey der Zahl der Monate ein Ganzes, welches allemahl aus 30 Tagen bestehet.

Sind die Zahl der Monate des Subtrahendus grösser als des Minuendus, so borget man bey der Jahrzahl des Minuendus ein Ganzes, welches alsdenn aus 12 Monat bestehet, und verfähret übrigens wie bey den vier Rechnungsarten benamter Zahlen gelehret.

Wollte man nun nach dieser Vorschrift die Länge der Zeit vom 18ten März 1779 bis den 24sten May 1787 bestimmen, so setzte man anstatt den Namen März die Zahl 3, anstatt den Namen May die Zahl 5, weil ersterer der dritte, letzterer der fünfte Monat des Jahres vom Januar angerechnet ist, alsdenn wäre der Aufsatz und Berechnung wie folget:

Jahrzahl	Zahl des Monats	Zahl des Tages
1787	5	24
1779	3	18
8 Jahr	2 Monat	6 Tage

Verwandelt man diese 2 Monat in Tage, so sind 2 . 30 = 60 Tage, addiret man zu diese noch obige 6 Tage, so geben 60 + 6 = 66 Tage, also eben so viel Tage von welchen in der eilften Aufgabe die Zinse bestimmt, und zu der zuvorberechneten 8 jährigen Zinse addirt wurde.

Wollte man ferner die Länge der Zeit vom 29sten May 1784 bis den 21sten Februar 1787 auf diese Art bestimmen, so setzet man wieder anstatt des May die Zahl 5, und anstatt des Februar die Zahl 2, alsdenn ist Aufsatz und Berechnung.

Jahrzahl	Zahl des Monats	Zahl des Tages
1787.	2.	21
1784	5	29
2 Jahr	8 Monat	22 Tage

Verwandelt man auch hier die 8 Monat in Tage, so sind 8 . 30 = 240 Tage, addiret man zu selbige obige 22 Tage und ziehet diese Summa 240 + 22 = 262 Tage von einem Jahr oder 360 Tage ab, so ist 360 − 262 = 98 Tage und wieder denen Tagen gleich, von welchen in der zwölften Aufgabe die Zinsen berechnet und von der zuvor bestimmten dreyjährigen Zinse subtrahiret wurde. Es ist also

8 Jahr und 66 Tage = 8 Jahr 2 Monat 6 Tage
3 Jahr weniger 98 Tage = 2 Jahr 8 Monat 22 Tage.

No.	Januar	Februar	März	April	May	Junius
1	1	31	61	91	121	151
2	2	32	62	92	122	152
3	3	33	63	93	123	153
4	4	34	64	94	124	154
5	5	35	65	95	125	155
6	6	36	66	96	126	156
7	7	37	67	97	127	157
8	8	38	68	98	128	158
9	9	39	69	99	129	159
10	10	40	70	100	130	160
11	11	41	71	101	131	161
12	12	42	72	102	132	162
13	13	43	73	103	133	163
14	14	44	74	104	134	164
15	15	45	75	105	135	165
16	16	46	76	106	136	166
17	17	47	77	107	137	167
18	18	48	78	108	138	168
19	19	49	79	109	139	169
20	20	50	80	110	140	170
21	21	51	81	111	141	171
22	22	52	82	112	142	172
23	23	53	83	113	143	173
24	24	54	84	114	144	174
25	25	55	85	115	145	175
26	26	56	86	116	146	176
27	27	57	87	117	147	177
28	28	58	88	118	148	178
29	29	59	89	119	149	179
30	30	60	90	120	150	180
31	—	—				

Julius	August	Septemb.	October	Novemb.	December	No.
181	211	241	271	301	331	1
182	212	242	272	302	332	2
183	213	243	273	303	333	3
184	214	244	274	304	334	4
185	215	245	275	305	335	5
186	216	246	276	306	336	6
187	217	247	277	307	337	7
188	218	248	278	308	338	8
189	219	249	279	309	339	9
190	220	250	280	310	340	10
191	221	251	281	311	341	11
192	222	252	282	312	342	12
193	223	253	283	313	343	13
194	224	254	284	314	344	14
195	225	255	285	315	345	15
196	226	256	286	316	346	16
197	227	257	287	317	347	17
198	228	258	288	318	348	18
199	229	259	289	319	349	19
200	230	260	290	320	350	20
201	231	261	291	321	351	21
202	232	262	292	322	352	22
203	233	263	293	323	353	23
204	234	264	294	324	354	24
205	235	265	295	325	355	25
206	236	266	296	326	356	26
207	237	267	297	327	357	27
208	238	268	298	328	358	28
209	239	269	299	329	359	29
210	240	270	300	330	360	30
						31

Aufgaben
aus der Zinse auf Zinseberechnung.

§. 102.

Wenn von einem Capital die jedes Jahr fällige Zinse nicht bezahlet, sondern wieder zu dem erstern Capital gerechnet und mit selbigen ebenfals verzinset werden soll, so wird natürlich nicht nur ersteres Capital sondern auch die Zinsen jedes folgende Jahr größer. Wie viel nun die sämmtlichen aufgelaufenen Zinsen mit ihren Zinsen, sowohl ohne als mit Inbegrif des Capitals nach Ablauf einiger Jahre betragen, lehret diese Berechnung zu bestimmen. Die hier durch den Aufsatz nach der Kette gezeigte Berechnung ist der §. 160 gezeigten Zinsberechnung in einigen Stücken gleich, in andern aber von selbiger verschieden. Sie ist ersterer gleich; denn sie erfordert

a) ebenfals bey der Bestimmung der Zinseszinse, so wie jene bey Bestimmung der Zinse, außer 100 Rthlr., von welcher der Zinsfuß gegeben seyn muß, also allemal als bekannt angenommen wird, nachfolgende drey bekannte Glieder, als

1) die Größe des ausgeliehenen Capitals,

2) die Größe des Zinsfußes oder die Procentzinse,

3) die Länge der Zeit seit welcher das Capital verliehen und die Zinsen nicht bezahlt sind;

b) hat sie auch eben so viel Arten von Aufgaben wie jene, denn sie bestimmt

1) die Größe der schuldigen Zinse,

2) die Größe des ausgeliehenen Capitals,

3) die Größe der Procentzinse,

4) die Länge der Zeit, seit welcher die Zinsen rückständig sind. Sie ist aber von ersterer darinn unterschieden, daß man hier niemals

1) die Zinse allein, sondern die Größe derselben mit Inbegrif des Capitals sucht; es wird dahero hier bey der Berechnung der Zinse und Zinseszinse x niemals mit dem Namen Zinse wie in der Zinsrechnung, sondern mit dem Namen Capital und Zinse bezeichnet, und anstatt des Zinsfusses von 100 Rthlr. oder der Procentzinse hier 100 Rthlr. + der Procentzinse gesetzet, und diese Summa ebenfals mit dem Namen Capital und Zinse bezeichnet, z. E. es wäre der Zinsfuß 5 pro Cent, so setzet man hier nicht

100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 5

sondern

100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Cap. und Zinse 105

2) das Capital mit der Zahl der Jahre multipliciret, sondern, wenn die Größe der schuldigen Zinse und Zinseszinse mit Inbegrif des Capitals von mehr als einem Jahre gesucht wird, und diese Berechnung durch einen Aufsatz geendiget werden soll, so setzet man entweder das Verhältniß, dessen Glieder aus 100 Rthlr. und der Summa von 100 Rthlr. + der Procentzinse bestehen, so vielmahl in dem Aufsatz untereinander, als ganze Jahre vorhanden; oder man multipliciret, welches einerley ist, das Verhältniß 100 : 105 einmal weniger mit sich selbst als ganze Jahre die Zinsen rückständig sind,

und setzet diese Produkte anstatt erstere Verhältnisse. Der Grund von beyden ist leicht einzusehen, daß nämlich

1) so vielmal dies Verhältniß z. E. 100 : 105, als ganze Jahre die Zinse rückständig, erfordert wird, rühret daher, weil eben so vielmal, als Jahre vorhanden die Regula Detri angewendet werden muß;

2) diese Verhältnisse einmal weniger mit sich selbst, als Jahre vorhanden, multipliciret werden, rühret daher, weil zu dem ersten Produkt zwey Factoren, zu jeden folgenden aber nur ein Factor erforderlich, da allemal das zuletzt erhaltene Produkt den andern Factor gibt. Beydes aber würde, wenn die Zahl der Jahre sehr groß wäre, mühsam seyn. Es ist dahero am Ende dieser Zinseszinsberechnung eine Tabelle beygefügt, durch deren Hülfe man sehr leicht die Größe eines jeden Capitals mit Inbegrif der aufgelaufenen Zinsen und Zinseszinsen zu 4 und 5 pro Cent von 1 bis 100 Jahr bestimmen kann.

Wie aber zu verfahren, wenn außer denen ganzen Jahren noch ein Bruch von einem Jahre gegeben, wird bey denen berechneten Aufgaben gezeiget.

Von allen in dieser Berechnung vorhandenen vier Arten von Aufgaben ist hier nur die Berechnung der Größe des Capitals mit Inbegrif der Zinse und Zinseszinse gezeiget, weil diese der Absicht dieser Anleitung die angemessenste ist.

Erste Aufgabe.

Wenn 4320 Rthlr. zu 5 pro Cent verliehen, was betragen Capital und Zinse nach einem Jahre?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Cap. und Zinse = Rthlr. Cap. 4320
100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Cap. und Zinse 105

x = 216 . 21

x = 4536 Rthlr. Cap. u. Zinse.

Zweyte Aufgabe.

Was beträgt die Zinse und Zinseszinse von 4320 Rthlr. Capital zu 5 pro Cent nach 4 Jahren?

1) sucht man hier, was Capital und Zinsen ꝛc. nach 4 Jahren betragen, wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Cap. und Zinse = Rthlr. Cap. 4320
100 Rthlr. Capital = Rthlr. Cap. u. Zinse 105
100 Rthlr. Capital = Rthlr. Cap. u. Zinse 105
100 Rthlr. Capital = Rthlr. Cap. u. Zinse 105

10 . 100 . x = 27 . 21 . 21 . 21 . 21

1000 x = 52509 87

$x = \frac{52509\frac{87}{100}}{1000}$ Rthlr.

x = 5250 Rthlr. 23 ggl. $8\frac{256}{1000}$ pf.

2) subtrahiret man von dieser gefundenen Summa des Capital und Zinse die Größe des Capitals, so gibt

diese Differenz den Betrag der sämmtlichen Zinse und Zinseszinse. Da nun

die Größe des Cap. u. Z. = 5250 Rthlr. 23 ggl. $8\frac{256}{1000}$ pf.
die Größe des Capitals = 4320 Rthlr.

so ist der Betrag der Zinse und Zinseszinse 930 Rthlr. 23 ggl. $8\frac{256}{1000}$ pf.

Dritte Aufgabe.

Was beträgt nach $5\frac{3}{4}$ Jahren die Summa der Zinse und Zinseszinse von 2360 Rthlr. Capital zu 5 pro Cent?

Man sucht zuerst den Betrag des Capitals und Zinse ꝛc. von 2360 Rthlr. nach 5 Jahren wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Cap. u. Zinse = Rthlr. Capital 2360
100 Rthlr. Capital = Rthlr. Cap. u. Zinse 105
100 Rthlr. Capital = Rthlr. Cap. u. Zinse 105
100 Rthlr. Capital = Rthlr. Cap. u. Zinse 105
100 Rthlr. Capital = Rthlr. Cap. u. Zinse 105
100 Rthlr. Capital = Rthlr. Cap. u. Zinse 105

$4 . 2 . 100 . 100 . x = 59 . 21 . 21 . 21 . 21 . 21$

$80000x = 240961959$

$x = 2\frac{40961959}{80000}$ Rthlr.

$x = 3012$ Rthlr. – ggl. $7\frac{52400}{1000}$ pf.

Man sucht ferner die $\frac{3}{4}$jährige Zinse von dem zuvor erhaltenen Betrag des Capitals mit Inbegrif der Zinse, wovon

Aufsatz und Berechnung.

4 . 80000 x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. $\frac{240961959}{80000}$.

$\frac{3}{4}$

100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 5

20 . 4 . 80000 x = 240961959 . 3

6400000 x = 722885877

x = $\frac{722885877}{6400000}$ Rthlr.

x = 112 Rthlr. 22 ggl. 9 $\frac{17}{2}\frac{28}{00}\frac{93}{00}$ pf.

Da nun der Betrag

an Cap. und Zinseszinsen nach 5 Jahren = 3012 Rthlr. —
ggl. 7 $\frac{5}{1}\frac{24}{00}\frac{}{00}$ pf.

und von diesen

$\frac{3}{4}$ jährige Zinse = 112 Rthlr. 22 ggl. 9 $\frac{17}{2}\frac{28}{00}\frac{93}{00}$ pf.

so gibt diese Summe, welche = 3124 Rthlr. 23 ggl. 4 $\frac{18}{2}\frac{33}{00}\frac{73}{00}$ pf. den Betrag des Capitals, Zinse und Zinseszinse nach 5 $\frac{3}{4}$ Jahren.

Ziehet man von dieser Summe das Capital 2360 Rthlr. ab, so gibt die Differenz 764 Rthlr. 23 ggl. 4 $\frac{18}{2}\frac{33}{00}\frac{73}{00}$ pf. den Betrag der Zinse und Zinseszinse nach 5 $\frac{3}{4}$ Jahren von 2360 Rthlr. zu 5 pro Cent.

Vierte Aufgabe.

4650 Rthlr. Capital sind zu 5 pro Cent ausgeliehen, die jedes Jahr fällig gewesene Zinsen sind zu dem Capital wieder gerechnet, und von diesem jedes Jahr vergrößerten Capital die Zinsen berechnet. Nach 60 Jahren soll das Capital nebst sämmtlichen Zinsen und Zinseszinsen bezahlet werden, was beträgt die ganze Zahlung?

Wollte man diese Aufgabe auf erst gezeigte Art berechnen, so müßte man entweder, wie bekannt, den Satz

100 Rthlr. Capital = Rthlr. Cap. und Zinse 105

60mal in dem Aufsatz unter einander setzen, oder diesen Satz 59mal mit sich selbst multipliciren, und dieses Product anstatt obigen Satzes setzen. Beydes wäre aber sehr mühsam; man bedienet sich dahero in solchen Fällen folgender Tabellen, von welcher die erste die Größe eines Capitals von einem Thaler, nebst Zinsen und Zinseszinsen zu 5 pro Cent, die andre aber zu 4 pro Cent von 1 bis 100 Jahren, sowohl in Thaler als Theile vom Thaler anzeiget. Die unter der Rubrik Thaler befindliche Zahlen sind also ganze Thaler, die unter der Rubrik Theile eines Thaler vorhandene Zahlen, sind hingegen die Zähler eines Bruchs, dessen Nenner aus 1 und so viel Nullen bestehen, als Zahlen unter dieser Rubrik vorhanden. In beyden Tabellen bestehet hier der Nenner also aus 100000000; wenn also z. E. in der ersten Tabelle von 5 pro Cent bey dem 8ten Jahre unter der Rubrik Thaler 1; unter der Rubrik Theile eines Thaler, 47745544 stehen; so sind beyde Größen = $\frac{1}{1}\frac{4}{0}\frac{7}{0}\frac{7}{0}\frac{4}{0}\frac{5}{0}\frac{5}{0}\frac{4}{0}\frac{4}{0}$ Rthlr. = $1\frac{4}{1}\frac{7}{0}\frac{7}{0}\frac{4}{0}\frac{5}{0}\frac{5}{0}\frac{4}{0}\frac{4}{0}$ Rthlr.

Wollte man nun durch Hülfe dieser Tabellen letztere vierte Aufgabe berechnen, so multipliciret man, da der Zinsfuß zu 5 pro Cent gesetzet, die in der ersten Tabelle, welche zu 5 pro Cent berechnet, befindliche Zahl, welche neben dem 60ten Jahre stehet, also 1867918589 mit 4650, als der Größe des ausgeliehenen Capitals, und dividiret das Product 1867918589 . 4650 = 8685821438850 mit 100000000; so gibt

$\frac{8685821438850}{100000000}$ = 86858 $\frac{21438850}{100000000}$ Thaler Capital und Zinseszinse.

Resolviret man diesen gebliebenen Bruch in gute Groschen und Pfennige, so ist $\frac{21438850}{100000000}$ Rthlr. = 5 ggl. 1 $\frac{7438888}{100000000}$ pf.

Es betragen also 4650 Rthlr. nach 60 Jahren an Capital inclusive Zinse und Zinseszinse zu 5 pro Cent

86858 Rthlr. 5 ggl. 1 $\frac{7438888}{100000000}$ pf.

Völlig genau trift so wenig diese wie eine jede durch Hülfe der gezeigten Tabelle angestellte Berechnung zu, sondern sie ist allemal im Bruch der Pfennige zu klein.

Es beträgt aber dieser Fehler eine solche Kleinigkeit, die für nichts zu achten, indem wie erst erwähnet, hier ein Thaler in 100000000 gleiche Theile angenommen ist.

Man hat auch nicht allemal nöthig, alle die neben jedes Jahr stehende Zahlen zu der Multiplication zu nehmen, denn erwählte man hier ausser denen 18 ganzen noch 5 Zahlen der Theile eines Thalers, also 67918; so sind 1867918 . 4650 = 86858187000, welche durch 100000 dividiret = $\frac{8685818700}{100000}$ Rthlr. = 86858 $\frac{18700}{100000}$ = 86858 Rthlr. 4 ggl. 5 $\frac{856}{1000}$ pf. Capital, Zinse und Zinseszinse geben.

Es findet sich zwischen dieser und ersterer Berechnung nur ein Unterschied von 7 $\frac{8787888}{10000000}$ pf.; erfordert also die Berechnung keine genaue Bestimmung der gute Groschen und Pfennige, oder es wäre die Bestimmung der Thaler hinreichend, so kann man bey letztern Fall ausser

denen ganzen Zahlen nur noch 3 Zahlen nehmen, und mit selbigen das Capital multipliciren, beträgt alsdann der nach geschehener Division gebliebene Bruch beynahe ein Ganzes, so vermehret man durch dieses Ganze die erhaltene Thaler.

Zum Beschluß der Anwendung dieser Tabelle ist nur noch zu bemerken:

1) Der Divisor bestehet hier allemal aus 1 und so viel Nullen, als ausser denen ganzen Zahlen, von denen unter der Rubrik, Theile eines Thalers vorhandenen Zahlnullen, zu der Multiplication des Capitals genommen sind.

2) Kann man auch diese Tabellen zu der Bestimmung der Größe des Capitals inclusive Zinse und Zinseszinse gebrauchen, wenn das Capital blos aus gute Groschen oder Pfennige bestünde. Im erstern Fall nimmt man die in denen Tabellen befindliche Ganze als gute Groschen, folglich die hier unter dem Namen Theile vom Thaler befindliche Zahlen, als Theile von gute Groschen an; im letztern Fall bestehen die Ganzen aus Pfennige, mithin die übrigen aus Theilen eines Pfennig: Wenn also z. E. 1 Pfennig jährlich mit 5 pro Cent verzinset würde, und man nach 100 Jahren diesen Pfennig nebst aufgelaufenen Zinsen und Zinseszinsen bezahlen wollte, so würde die Zahlung in Summa betragen

131 $\frac{50}{100}\frac{12}{100}\frac{57}{100}\frac{84}{100}$ Pfennig.

Von einem guten Groschen wäre hingegen dieser Betrag

131 $\frac{5}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}\frac{2}{0}\frac{5}{0}\frac{7}{0}\frac{8}{0}\frac{4}{0}$ gute Groschen.

3) Bestehet das zu der Berechnung gegebene Capital aus Thaler, gute Groschen und Pfennige, so sucht man von jeder Münzsorte besonders den Ertrag und addiret selbige.

4) Bestehet die Länge der Zeit nicht allein aus ganzen Jahren, sondern auch aus einem Bruch von Jahren, so sucht man von denen ganzen Jahren den Ertrag, und alsdann von diesem durch die Zinsrechnung den Ertrag der Zinse von dem Bruch von Jahren, und addiret diese zu erst erhaltenen Größe.

5) Will man diese Tabellen zu andern Münzen gebrauchen, deren Rechnungsmünzen von anderer Benennung sind, so gibt man nur denen ganzen Zahlen, welche hier Thaler benennet sind, den Namen der größesten Rechnungsmünze, welche denen Münzen, in welchen der Ertrag gesucht wird, eigen ist.

Jahr	Thr.	Theile eines Thaler	Jahr	Thr.	Theile eines Thaler
1	1	0 5 0 0 0 0 0 0	26	3	5 5 5 6 7 2 6 8
2	1	1 0 2 5 0 0 0 0	27	3	7 3 3 4 5 6 3 2
3	1	1 5 7 6 2 5 0 0	28	3	9 2 0 1 2 9 1 3
4	1	2 1 5 5 0 6 2 5	29	4	1 1 6 1 3 5 5 9
5	1	2 7 6 2 8 1 5 6	30	4	3 2 1 9 4 2 3 7
6	1	3 4 0 0 9 5 6 4	31	4	5 3 8 0 3 9 4 9
7	1	4 0 7 1 0 0 4 2	32	4	7 6 4 9 4 1 4 6
8	1	4 7 7 4 5 5 4 4	33	5	0 0 3 1 8 8 5 4
9	1	5 5 1 3 2 8 2 1	34	5	2 5 3 3 4 7 9 6
10	1	6 2 8 8 9 4 6 2	35	5	5 1 6 0 1 5 3 6
11	1	7 1 0 3 3 9 3 5	36	5	7 9 1 8 1 6 1 3
12	1	7 9 5 8 5 6 3 2	37	6	0 8 1 4 0 6 9 4
13	1	8 8 5 6 4 9 1 4	38	6	3 8 5 4 7 7 2 8
14	1	9 7 9 9 3 1 5 9	39	6	7 0 4 7 5 1 1 5
15	2	0 7 8 9 2 8 1 7	40	7	0 3 9 9 8 8 7 1
16	2	1 8 2 8 7 4 5 8	41	7	3 9 1 9 8 8 1 4
17	2	2 9 2 0 1 8 3 1	42	7	7 6 1 5 8 7 5 5
18	2	4 0 6 6 1 9 2 3	43	8	1 4 9 6 6 6 9 3
19	2	5 2 6 9 5 0 1 9	44	8	5 5 1 5 0 2 7
20	2	6 5 3 2 9 7 7 0	45	8	9 8 5 0 0 7 7 9
21	2	7 8 5 9 6 2 5 9	46	9	4 3 4 2 5 8 1 8
22	2	9 2 5 2 6 0 7 1	47	9	9 0 5 9 7 1 0 9
23	3	0 1 7 1 5 2 3 7 5	48	10	4 0 1 2 6 9 6 4
24	3	2 3 5 0 9 9 9 4	49	10	9 2 1 3 3 3 1 2
25	3	3 8 6 3 1 5 4 9 4	50	11	4 6 7 3 9 9 7 8

Tage	Thr.	Theile eines Thaler	Tage	Thr.	Theile eines Thaler
51	12	0,4,0,7,6,9,7,7	76	40	7,7,4,·,2,0,2,1
52	12	6,4,2,8,0,8,2,6	77	42	8,1,3,0,3,6,·,3
53	13	2,7,4,9,4,8,6,7	78	44	9,5,3,6,8,8,0,4
54	13	9,3,8,6,9,6,1,1	79	47	2,0,1,3,7,2,4,4
55	14	6,3,5,6,3,0,9,1	80	49	5,6,1,4,4,1,0,6
56	15	3,6,7,4,1,2,4,6	81	52	0,3,9,5,1,3,1,2
57	16	1,3,5,7,8,3,0,8	82	54	6,4,1,4,8,8,7,7
58	16	9,4,2,5,7,2,2,3	83	57	3,7,3,5,6,3,2,1
59	17	7,8,9,7,0,0,8,5	84	60	2,4,2,2,4,1,3,7
60	18	6,7,9,1,8,5,8,9	85	63	2,5,4,3,5,3,4,4
61	19	6,1,3,1,4,5,1,8	86	66	4,1,7,0,7,1,1,1
62	20	5,9,3,8,0,2,4,4	87	69	7,3,7,9,2,4,6,7
63	21	6,2,3,4,9,2,5,7	88	73	2,2,4,8,2,0,9,0
64	22	7,0,4,6,6,7,1,9	89	76	8,8,6,0,6,1,9,5
65	23	8,3,9,9,0,0,5,5	90	80	7,3,0,3,6,5,0,4
66	25	0,3,1,8,9,5,5,8	91	84	7,6,6,8,8,3,3,0
67	26	2,8,3,4,9,0,3,6	92	89	0,0,5,2,2,7,4,6
68	27	5,9,7,6,6,4,8,8	93	93	4,5,5,4,8,8,8,3
69	28	9,7,7,5,4,8,1,2	94	98	1,2,8,2,6,3,2,8
70	30	4,·,6,4,2,5,5,3	95	103	0,3,4,6,7,6,4,4
71	31	9,4,7,7,4,6,8,1	96	108	1,8,6,4,1,0,2,6
72	33	5,4,5,1,3,4,1,5	97	113	5,9,5,7,3,0,7,8
73	35	2,2,2,3,9,0,8,6	98	119	2,7,5,5,1,7,3,2
74	36	9,8,3,5,1,6,4,0	99	125	2,3,9,2,9,3,1,8
75	38	8,3,2,6,8,5,9,2	100	131	5,0,1,2,5,7,8,4

Jahr	Thr.	Theile eines Thaler	Jahr	Thr.	Theile eines Thaler
1	1	0 4 0 0 0 0 0 0	26	2	7 7 2 4 6 9 7 8
2	1	0 8 1 6 0 0 0 0	27	2	8 8 3 3 6 8 5 7
3	1	1 2 4 8 6 4 0 0	28	2	9 9 8 7 0 3 3 1
4	1	1 6 9 8 5 8 5 6	29	3	1 1 8 6 5 1 4 5
5	1	2 1 6 6 5 2 9 0	30	3	2 4 3 3 9 7 5 1
6	1	2 6 5 3 1 9 0 1	31	3	3 7 3 1 3 3 4 1
7	1	3 1 5 9 3 1 7 7	32	3	5 0 8 0 5 8 7 4
8	1	3 8 5 6 9 0 5	33	3	6 4 8 3 8 1 9
9	1	4 2 3 3 1 1 8 1	34	3	7 9 4 3 1 6 3 4
10	1	4 8 0 2 4 4 2 8	35	3	9 4 6 0 8 8 9 9
11	1	5 3 9 4 5 4 0 5	36	4	1 0 3 9 3 2 5 5
12	1	6 0 1 0 3 2 2 1	37	4	2 6 8 0 8 9 8 5
13	1	6 6 5 0 7 3 5 0	38	4	4 3 8 8 1 3 4 5
14	1	7 3 1 6 7 6 4 4	39	4	6 1 6 3 6 5 9 8
15	1	8 0 0 9 4 3 5 0	40	4	8 0 1 0 2 0 6 2
16	1	8 7 2 9 8 1 2 4	41	4	9 9 3 0 6 1 4 5
17	1	9 4 7 9 0 0 4 9	42	5	1 9 2 7 8 3 9 1
18	2	0 2 5 8 1 6 5 1	43	5	4 0 0 4 9 5 2 6
19	2	1 0 6 8 4 9 1 7	44	5	6 1 6 5 1 5 0 7
20	2	1 9 1 1 2 3 1 4	45	5	8 4 1 1 7 5 6 8
21	2	2 7 8 7 6 8 0 6	46	6	0 7 4 8 2 2 7 0
22	2	3 6 9 9 1 8 7 9	47	6	3 1 7 8 1 5 6 1
23	2	4 6 4 7 1 5 5 4	48	6	5 7 0 5 2 8 2 4
24	2	5 6 3 3 0 4 1 6	49	6	8 3 3 3 4 9 3 7
25	2	6 6 5 8 3 6 3 3	50	7	1 0 1 6 6 8 3 3 4

Jahr	Thr.	Theile eines Thaler	Jahr	Thr.	Theile eines Thaler
51	7	3 9 0 9 5 0 6 8	76	19	7 0 3 0 6 4 8 4
52	7	6 8 6 5 8 8 7 0	77	20	4 9 1 1 8 7 4 4
53	7	9 9 4 0 5 2 2 5	78	21	3 1 0 8 3 4 9 3
54	8	3 1 3 8 1 4 3 4	79	22	1 6 3 2 6 8 3 3
55	8	6 4 6 3 6 6 9 1	80	23	0 4 9 7 9 9 0 6
56	8	9 9 2 2 2 1 5 9	81	23	9 7 1 7 9 1 0 3
57	9	3 5 1 9 1 0 4 6	82	24	9 3 0 6 6 2 6 7
58	9	7 2 5 9 8 6 8 7	83	25	9 2 7 8 8 9 1 8
59	10	1 1 5 0 2 6 3 5	84	26	9 6 5 0 0 4 7 4
60	10	5 1 9 6 2 7 4 0	85	28	0 4 3 6 0 4 9 3
61	10	9 4 0 4 1 2 5 0	86	29	1 6 5 3 4 9 1 3
62	11	3 7 8 0 2 9 0 0	87	30	3 3 1 9 6 3 1 0
63	11	8 3 3 1 5 0 6	88	31	5 4 5 2 4 1 6 2
64	12	3 0 6 4 7 6 1 7	89	32	8 0 7 0 5 1 2 9
65	12	7 9 8 7 3 5 2 1	90	34	1 1 9 3 3 3 3 4
66	13	3 1 0 6 8 4 6 2	91	35	4 8 4 1 0 6 6 7
67	13	8 4 3 1 1 2 0 1	92	36	9 0 3 4 7 0 9 4
68	14	3 9 6 8 3 6 4 9	93	38	3 7 9 6 0 9 7 8
69	14	9 7 2 7 0 9 9 5	94	39	9 1 4 7 9 4 1 7
70	15	5 7 1 6 1 8 3 5	95	41	5 1 1 3 8 5 9 3
71	16	1 9 4 4 8 3 0 8	96	43	1 7 1 8 4 1 3 7
72	16	8 4 2 2 6 2 4 0	97	44	8 9 8 7 1 5 0 3
73	17	5 1 5 9 5 2 9 0	98	46	6 9 4 6 6 3 6 3
74	18	2 1 6 5 9 1 0 2	99	48	5 6 2 4 5 0 1 7
75	18	9 4 5 2 5 4 6 6	100	50	5 0 4 9 4 8 1 8

Aufgaben aus der Zeitrechnung.

§. 103.

Diese Berechnung lehret den Zahlungstermin zu bestimmen, an welchen die Summa auf verschiedene Tagezeiten zahlbarer, entweder zu gleicher oder verschiedener, oder auch gar keiner Procentzinse ausstehender Schulden, auf einmal so wenig zum Nachtheil des Creditor als Debitor ausgezahlet werden kann.

Erste Aufgabe.

A soll an B zahlen
1700 Rthlr. nach 4 Monat.
1750 Rthlr. nach 7 Monat.
550 Rthlr. nach 9 Monat.

A will aber alle drey Geldposten auf einen Termin bezahlen; wenn nun B solches bewilliget, nach wie viel Monaten kann solches ohne beyder Nachtheil geschehen?

Berechnung.

1) Man addiret die sämmtlichen schuldigen Capitale.

2) Multipliciret man jedes Capital mit dem ihm zugehörigen Zahlungstermin, und addiret diese sämmtlichen Produkte.

3) Dividiret man die Summa dieser Produkte durch die Summa der schuldigen Capitale, so gibt

4) Dieser Quotient den Zahlungstermin in eben der Benennung, welcher denen Terminen mit welchen jedes Capital multipliciret ist, eigen war, also hier die Zahl des Monats, an welchen die Auszahlung der Summa aller Capitale auf einmal gesche-

hen kann. Es müssen also bey dieser Berechnung alle Capitale gleichnamigte Zahlungstermine haben, finden sich solche nicht, so müssen selbige gleichnamigt gemacht werden. Im nächst folgenden Aufsatz finden sich

1) Unter den Namen Capital die schuldigen drey Posten.
2) Unter den Namen Zahlungstermin die Zahl der Monate, nach welchen jedes Capital zahlbar.
3) Unter den Namen Produkt, das durch die Multiplication jedes Capital mit dem ihm eigenen Zahlungstermin erhaltene Produkt.

Da nun die Summa dieser Produkte = 24000
die Summa der Capitale = 4000
so ist 24000 : 4000 = $\frac{24000}{4000}$ Monat = 6 Monat = dem Zahlungstermin, an welchem die Summa von 4000 Rthlr. auf einmal zu bezahlen.

Aufsatz und Berechnung.

Capital.	Zahlungstermin.		Produkt.
1700 Rthlr.	4 Monat	=	6800
1750 "	7 "	=	12250
550 "	9 "	=	4950
4000	Summa		24000

Zweyte Aufgabe.

A muß an B gleich zahlen 600 Rthlr.
und nach 7 Monat 800 "

Er will beyde Capitale auf einen Termin bezahlen, nach wie viel Monaten kann solches ohne beyder Nachtheil geschehen?

Auffatz der Berechnung.

Capital		Zahlungstermin		Produkt
600	/	0 Monat	=	0
800	/	7 /	=	5600
1400		Summa		5600

Hier wird das Capital von 600 Rthlr., weil sie gleich bezahlet werden sollen, mit 0 Monat multipliciret, da nun dieses Produkt = 0 wird, so dividiret man die Summa der Produkte = 5600 durch die Summa der Capitale = 1400, es gibt alsdenn der Quotient 5600 : 1400 = $\frac{5600}{1400}$ Monat = 4 Monat, den Zahlungstermin, an welchen die schuldigen 1400 auf einmal bezahlt werden können.

Dritte Aufgabe.

A muß an B zahlen
2600 Rthlr. nach 6 Monat,
1600 Rthlr. nach 9 Monat.
1200 Rthlr. nach 11 Monat.

Es hat aber A an B bezahlet
1780 Rthlr. nach 3 Monat,
970 Rthlr. nach 8 Monat,
850 Rthlr. nach 10 Monat.

Wie viel ist A noch an B zu zahlen schuldig, und wenn eher muß er den Rest abtragen?

Berechnung.

Man bestimmt auf erst gezeigte Art sowohl was A schuldig, als auch was A bezahlet hat, und subtrahiret alsdenn die Bezahlung von der Schuld, dividiret die Differenz der Summa der Produkte durch die Differenz

der Summa der Capitale, so gibt dieser Quotient den Zahlungstermin, an welchen die noch rückständige Schuld, welche = der Differenz der Summa der Capitale bezahlet werden muß.

Da nun in dem Aufsatz der Berechnung
die Differenz der Produkte = 21600
die Differenz der Capitale = 1800 Rthlr.
so muß A diese 1800 Rthlr. welche er noch schuldig, in $\frac{21600}{1800}$ Monat = 12 Monat = einem Jahr von dem Empfangstermin des erstern schuldigen Capitals an gerechnet, bezahlen.

Aufsatz der Berechnung.

A ist schuldig zu bezahlen.

Capital		Zahlungstermin		Produkt
2600	.	6 Monat	=	15600
1600	.	9 =	=	14400
1200	.	11 =	=	13200
5400		Summa		43200

A hat bezahlet.

Capital		Zahlungstermin		Produkt
1780	.	3 Monat	=	5340
970	.	8 =	=	7760
850	.	10 =	=	8500
3600		Summa	=	21600

	Capital		Produkt.
die Schuld von A betrug an	5400	=	43200
hierauf hat A bezahlt	3600	=	21600
bleibt Differenz	1800	=	21600

Von welcher 21600 = Dividendus
und 1800 = Divisor ist.

Vierte Aufgabe.

A muß an B zahlen
1400 Rthlr. den 10ten Junius 1787,
1000 Rthlr. den 10ten October
600 Rthlr. den 30ten December.

In welchen Monat und an welchem Tage kann A die Summa aller Capitale vom ersten Januar an gerechnet, auf einmal abtragen?

Berechnung.

Man suche zuerst in dem am Ende des §. 101. befindlichen Tageweiser die Zahl des Tages
vom 10ten Junius welcher = 160
vom 10ten October = 280
vom 30ten December = 360

Mit diesen gefundenen Zahlen der Tage multipliciret man das zu jedem gehörige Capital, und verfähret übrigens wie zuvor, so gibt der Quotient hier die Zahl des Tages, an welchem die Zahlung geschehen kann.

Diese Zahl sucht man in dem Tageweiser, so gibt solcher den Monat und den Tag der Zahlung. Da nun hier der Quotient = $\frac{720000}{3000}$ = 240 Tag, so gibt der Tageweiser für diesen den 30sten August zu den Termin, an welchen die Auszahlung aller 3000 Rthlr. auf einmal geschehen kann.

Aufsatz der Berechnung.

Capital		Zahlungstermin		Produkt
1400	.	160 Tage	=	224000
1000	.	280	=	280000
600	.	360	=	216000
3000		Summa		720000

Fünfte Aufgabe.

A ist schuldig zu zahlen
800 Rthlr. nach $3\frac{1}{2}$ Monat mit 6 pro Cent pro anno Zinsen,
1200 Rthlr. nach 9 Monat mit 7 pro Cent pro anno Zinsen.

Er will beyde Posten auf einen Termin bezahlen, wenn eher kann solches geschehen, von wie langer Zeit muß er die Zinse alsdenn bezahlen, wie viel beträgt die Zinse?

Berechnung.

1) Man multiplicirt jedes Capital mit der ihm eigenen Procentzinse, und addiret diese Produkte.
2) Multipliciret man jedes dieser Produkte nochmals mit dem jeden Capital zugehörigen Zahlungstermin, und addiret auch diese Produkte.
3) Dividiret man die Summa der letztern Produkte durch die Summa der erstern Produkte, so gibt
4) Der Quotient den Zahlungstermin, an welchen die Summa der schuldigen Capitale ausgezahlet werden muß, und von dieser Zeit muß auch A entweder jedes Capital mit der abgeredeten Procentzinse, also hier 800 Rthlr. mit 6 pro Cent und 1200 Rthlr. mit 7 pro Cent verzinsen, oder er verzinset von eben dieser Zeit die Summa des Produkt 13200 Rthlr. mit 1 pro Cent jährlicher Procentzinse. Da nun hier der Dividendus = 92400, und der Divisor = 13200; so ist $\frac{92400}{13200} = 7$ Monat nach welchen die Summa der Capitale = 2000 Rthlr. bezahlet werden können, und von eben diesen 7 Monaten muß auch die Zinse entrichtet werden.

Auffatz der Berechnung.

Capital		Procentzinse		Produkt	Zahlungstermin		Produkt
800	.	6	=	4800	$\frac{7}{2}$ Monat	=	16800
1200	.	7	=	8400	9	=	75600
2000 Rthlr.		Sum. 13200			Summa		92400

Die Zinsen betragen wie folget von 7 Monat

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 800 . 7
12.100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 6

x = 7 . 4 = 28 Rthlr.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 1200 . 7
12 . 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 7

x = 7 . 7 = 49 Rthlr.

Da nun die Zinse in 7 Monat von
800 Rthlr. zu 6 pro Cent = 28 Rthlr.
1200 Rthlr. zu 7 pro Cent = 49 Rthlr. so beträgt von
2000 Rthlr. die schuldige Zinse 77 Rthlr.

Berechnete man auch von 13200 Rthlr. die Zinse zu 1 pro Cent von 7 Monat, so beträgt solche ebenfals 77 Rthlr. wie folgende Berechnung zeiget.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 13200 . 7
12 . 100 Rthlr. Cap = Rthlr. Zinse 1

x = 11 . 7 = 77 Rthlr.

Sechste Aufgabe.

A muß den 18ten Julius 1787, 1200 Rthlr. mit 6 pro Cent Zinse, den 16ten October 1800 Rthlr. mit 7 pro Cent Zinse bezahlen; an welchem Tage kann er beyde Posten auf einmal abtragen, was beträgt die Zinse,

wenn man annimmt daß A beyde Capitale den 1sten Januar 1787 empfangen?

Berechnung.

Ist ersterer völlig gleich, außer daß man durch Hülfe des Tageweiser die Zahl der Tage bestimmt, und mit selbigen das Produkt, welches durch die Multiplication jedes Capital mit dem ihm eigenen Procentzinse entstanden, multipliciret. Da nun
der 18te Julius = 198 Tag
der 16te October = 286 Tag,
so wird mit ersterer Tagezahl das Produkt 1200 . 6 = 7200; mit letzterer Tagezahl das Produkt 1800 . 7 = 12600 multipliciret.

Dividiret man alsdenn die Summa der Produkte, welche = 5029200, durch die Summa der Produkte, welche = 19800, so gibt der Quotient $\frac{5}{1}\frac{0}{9}\frac{2}{8}\frac{9}{0}\frac{2}{0}\frac{0}{0}$ die Zahl 254, welche nach dem Tageweiser der 14te September ist, an welchem die Zahlung der Summa der Capitale = 3000 Rthlr. auf einmal geschehen kann, und bis diesen 14ten September müssen auch die Zinsen von 254 Tagen bezahlet werden, entweder von 19800 Rthlr. zu 1 pro Cent, oder von 1200 Rthlr. zu 6 pro Cent und von 1800 Rthlr. zu 7 pro Cent.

Aufsatz und Berechnung.

Zu der Bestimmung des Zahlungstermin.

Capital		Procentzinse		Produkt	Tage		Produkt
1200	.	6	=	7200	. 198	=	1425600
1800	.	7	=	12600	. 286	=	3603600
3000		Summa		19800	Summa		5029200

Aufsatz und Berechnung
der Zinse zu 1 pro Cent von 19800 Rthlr. von 254 Tagen.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 19800 . 254
360 . 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 1

10x = 11 . 127

10x = 1397

x = $\frac{1397}{10}$ Rthlr.

x = 139 Rthlr. 16 ggl. 9$\frac{3}{5}$ pf.

Aufsatz und Berechnung.

1) Der Zinse zu 6 pro Cent von 1200 Rthlr. in 254 Tagen.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 1200 . 254
360 . 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 6

5x = 254

x = $\frac{254}{5}$ Rthlr.

x = 50 Rthlr. 19 ggl. 2$\frac{2}{5}$ pf.

2) Der Zinse zu 7 pro Cent von 1800 Rthlr. in 254 Tagen.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 1800 . 254
360 . 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 7

10x = 127 . 7

10x = 889

x = $\frac{889}{10}$ Rthlr.

x = 88 Rthlr. 21 ggl. 7$\frac{1}{5}$ pf.

Da nun in 254 Tagen die Zinse
von 1200 Rthlr. zu 6 pro Cent = 50 Rthlr. 19 ggl. $2\frac{2}{5}$ pf.
von 1800 Rthlr. zu 7 pro Cent = 88 = 21 = $7\frac{1}{5}$ pf.

---

so beträgt
von 3000 Rthl. die Z. in 254 Tag. 139 Rthl. 16 ggl. $9\frac{3}{5}$ pf.
und wieder eben so viel wie zuvor.

Siebente Aufgabe.

A leihet von B folgende Capitale, als
1787 den 18ten Januar 1750 Rthlr. zu 5 pro Cent
Zinse auf 4 Jahr.
— den 28sten März 1000 Rthlr. zu 4 pro Cent
Zinse auf 5 Jahr.
— den 18ten Junius 500 Rthlr. zu 6 pro Cent
Zinse auf 2 Jahr.

Er wünschet aber sämmtliche Capitale auf einen Tag wieder abzutragen, jedoch die Zinsen bis zu den allgemeinen Zahlungstermin nach vorigen Zinsfuß zu entrichten.

B bewilliget solches den 24sten August 1787, und empfängt auch von A bis dahin die schuldigen Zinsen von sämmtlichen Capitalen.

Wenn eher muß nun A von dem 24sten August gerechnet, die Summa der schuldigen 3250 Rthlr. bezahlen, und wie viel Zinse muß er entrichten?

Berechnung.

Da der 24ste August nunmehro als der Tag angenommen wird, an welchem sämmtliche Capitale ausgeliehen sind, so sucht man durch Hülfe des Tageweiser wie viel Tage bis hieher von der ersten Auszahlung jedes Capital verflossen sind. Die Zahl der verflossenen Tage wird von dem zuerst bestimmten Zahlungstermin jedes Capital sub-

trahiret; so gibt diese Differenz die Zeit, nach welcher der ersten Abrede gemäß jedes Capital bezahlet werden müßte. Mit jeder dieser Differenz multiplicirt man alsdenn das Produkt, welches durch die Multiplication des dieser Differenz eigenen Capital mit dessen Procentzinse entstanden, und verfährt übrigens wie zuvor.

Da nun nach dem Tageweiser
der 24ste August = 234 Tag,
der 18te Januar = 18 Tag,
der 28ste März = 88 Tag,
der 18ste Junius = 168 Tag,
so sind von denen
4 Jahren des ersten Capitals bereits 234 – 18 = 216 Tage verflossen, und bleiben also noch für dessen Zahlungstermin 4 Jahr – 216 Tage oder 360 . 4 – 216 = 1440 – 216 = 1224 Tage.

Ferner sind von denen
5 Jahren des zweyten Capitals bereits 234 – 88 = 146 Tage verflossen; für dessen Zahlungstermin bleiben also 5 Jahr – 146 Tage = 360 . 5 – 146 Tage = 1800 – 146 = 1654 Tage.

Von denen
2 Jahren des letzten Capitals sind 234 – 168 = 66 Tage verflossen, es muß also dieses Capital nach 2 Jahr – 66 Tage = 360 . 2 – 66 = 720 – 66 = 654 Tagen ausgezahlet werden.

Durch die Multiplication jedes Capital mit der ihm eigenen Procentzinse entstehen folgende Produkte, als

1750 . 5 = 8750
1000 . 4 = 4000
500 . 6 = 3000

Jedes dieser Produkte mit dem jeden Capital zugehörigen gefundenen Zahlungstermin multipliciret, geben folgende Produkte, als

8750 . 1224 = 10710000
4000 . 1654 = 6616000
3000 . 654 = 1962000

wie folgender Aufsatz zeiget

Capital	.	Procentzinse	.	Produkte	Tage	.	Produkte
1750	.	5	=	8750	1224	=	10710000
1000	.	4	=	4000	1654	=	6616000
500	.	6	=	3000	654	=	1962000
3250		Summa		15750		Summa	19288000

Dividiret man nun 19288000 durch 15750, so gibt der Quotient $\frac{1}{1}\frac{9}{5}\frac{2}{7}\frac{8}{5}\frac{8}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{-} = 1224\frac{1}{1}\frac{0}{5}\frac{0}{7}\frac{0}{5}\frac{0}{0}$ Tage = 1225, weil der Bruch mehr als $\frac{1}{2}$ beträgt.

Diese 1225 Tage zu Jahre reduciret, geben $\frac{1}{-}\frac{2}{3}\frac{2}{6}\frac{5}{0}$ Jahre = 3 Jahr 145 Tage.

Da nun von dem 24sten August 1787 der Empfang der Capitale gerechnet ist, so endigen sich die gefundenen 3 Jahr, den 24sten August 1790.

Nach dem Tageweiser ist dieser 24ste August = 234 Tag, zu welchen nun noch die ebenfals gefundene 145 Tage addiret, 234 + 145 = 379 Tage geben. Da nun der 30ste December bereits der 360 Tag, so ist hier der 19te Januar 1791 der Zahlungstermin an welchem die Summa von 3250 Rthlr. auf einmal bezahlet werden muß.

Bey der Berechnung der schuldigen Zinse bestimmt man solche von 1225 Tagen

entweder zu 1 pro Cent. von 15750 Rthlr.
oder zu 5 pro Cent. von 1750 Rthlr.

zu 4 pro Cent von 1000 Rthlr.
zu 6 pro Cent von 500 Rthlr.

und addiret die von jedem Capital besonders berechnete Zinsen, so muß diese letztere Summa der erstern Zinse zu 1 pro Cent wieder gleich seyn.

Aufsatz und Berechnung der Zinse zu 1 pro Cent von 15750 Rthlr.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 15750. 1225
360. 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 1

36 . 4 . x = 63 . 1225

144x = 77175

$x = \frac{77175}{144}$ Rthlr.

x = 535 Rthlr. 33 mgl. 6 pf.

Aufsatz und Berechnung der Zinse zu 5 pro Cent von 1750 Rthlr.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 1750 . 1225
360. 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 5

72 . 2 . x = 7 . 1225 . 5

144x = 42875

$x = \frac{42875}{144}$ Rthlr.

x = 297 Rthlr. 26 mgl. 6 pf.

Aufsatz und Berechnung der Zinse zu 4 pro Cent von 1000 Rthlr.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 1000 . 1225
360. 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 4

x Rthlr. = 136 Rthlr. 4 mgl.

Aufsatz und Berechnung der Zinse zu 6 pro Cent von 500 Rthlr.

x Rthlr. Zinse	= Rthlr. Capital	500 . 1225	
360 . 100 Rthlr. Cap.	= Rthlr. Zinse	6	

$$12.x = 1225$$

$$x = \frac{1}{-}\frac{2}{1}\frac{2}{2}\frac{5}{-} \text{ Rthlr.}$$

$$x = 102 \text{ Rthlr. } 3 \text{ mgl.}$$

Da nun der Betrag der Zinse in 1225 Tagen
von 1750 Rthlr. = 297 Rthlr. 26 mgl. 6 pf.
von 1000 Rthlr. = 136 = 4 = —
von 500 Rthlr. = 102 = 3 = — so beträgt

von 3250 Rth. d. Zf. 535 Rthlr. 33 mgl. 6 pf.
und also auch hier wieder eben so viel wie vorhin.

§. 104.

Die in dieser Zeitrechnung gezeigte Aufgaben setzen, vorzüglich in Absicht der Bestimmung des Zahlungstermin und Größe der Procentzinse die Kenntniß der Lehre von Gleichungen zum voraus, und kann alsdenn auch der Grund des Verfahren in der Berechnung um so genauer bewiesen werden. Dieser hier der Zeitrechnung gewidmeter Raum schien selbiger der angemessenste zu seyn, und aus diesem Grunde ist deren Berechnung, ohne von Gleichungen etwas zu erwähnen, gezeiget.

Daß aber auf die gezeigte Art, sowohl der Zahlungstermin als Größe der Procentzinse bestimmt werden kann, gründet sich auf folgende Anmerkungen.

1) Bey der Zinsberechnung ist es einerley, ob man von einem Capital nach dem gegebenen Zinsfuß und Länge

der Zeit die Zinse bestimmt, oder ob man das schuldige Capital entweder

a) mit der Länge der Zeit allein, oder
b) mit dem Zinsfuß allein, oder
c) mit der Länge der Zeit und Zinsfuß zugleich multipliciret, die erhaltene Produkte als schuldige Capitale betrachtet, und alsdenn, wenn nach

a) verfahren, die Zinse nach dem gegebenen Zinsfuß von einer Einheit der Zeit, es sey Jahr, Monat oder Tag, mit welcher das Capital multipliciret worden, suchet; wenn aber nach
b) verfahren, diese Zinse von der gegebenen Länge der Zeit zu 1 pro Cent Zinse bestimmt; wenn nach
c) verfahren, die Zinse zu 1 pro Cent von einer Einheit der Zeit, mit welcher das Capital multipliciret ist, berechnet.

2) Wenn von mehr als einem Capital die Zinse gesucht wird, so ist es ebenfals einerley, ob man die Zinse von jedem Capital besonders berechnet und alsdenn addiret, oder ob man die durch erstgezeigte Multiplication jedes Capitals mit dem ihm eigenen Zinsfuß und Länge der Zeit, erhaltenen Produkt addiret; diese Summa als das schuldige Capital betrachtet und von selbigen die Zinse zu 1 pro Cent von einer Einheit der Zeit, mit welcher jedes Capital multipliciret ist, suchet; jedoch verstehet es sich von selbst, daß die Zeit, mit welcher die Capitale multipliciret worden, bey allen Capitalen gleichnamigt ist, und entweder sämmtlich aus Jahren, Monaten oder Tagen bestehen müssen. Findet sich diese Gleichheit der Zeiten nicht, so verwandelt man selbige in einerley Benennung, z. E.

Jahre in Monate oder Tage, wie es die Umstände erfordern.

3) Dividiret man die Summa der Produkte, welche durch die Multiplication der Capitale mit der ihnen eigenen Procentzinse entstanden, durch die Summa der schuldigen Capitale, so gibt dieser Quotient den Zinsfuß, zu welchen die Summa der Capitale verzinset werden muß.

4) Dividiret man die Summa der Produkte, welche durch die Multiplication der Capitale mit der ihnen eigenen Länge der Zeit entstanden, durch die Summa der gegebenen Capitale, so gibt dieser Quotient den Termin, an welchen die Summa der Capitale auf einmal zu bezahlen, in der Benennung der Zeit, mit welcher die Capitale multipliciret sind, also Jahre, wenn die Capitale mit Jahre; Monate, wenn die Capitale mit Monat multipliciret sind.

5) Dividiret man die Summa der Produkte, welche durch die Multiplication der Capitale mit der ihnen eigenen Länge der Zeit und Procentzinse entstanden, so gibt dieser Quotient den Zahlungstermin der Summa der Capitale in der Zeitbenennung, mit welcher die Capitale multipliciret sind, und von dieser Zeit an bestimmt man entweder die Zinse von jedem Capital nach dem ihm eigenen Zinsfuß; oder von der Summa der Capitale, nach dem in der dritten Anmerkung gefundenen Zinsfuß; oder man nimmt die Summa der Produkte, welche durch die Multiplication jedes Capital mit dem ihm eigenen Procentzinse entstanden, als das schuldige Capital an, und sucht zu diesen nach eben der gefundenen Zeit die Zinse zu 1 pro Cent.

Man könnte auch die Summa der durch die Multiplication jedes Capital mit dem ihm eigenen Zinsfuß und Länge der Zeit entstandenen Produkte sogleich zum Dividendus annehmen, und diesen, wenn der Zahlungstermin aller Capitale

aus Jahre bestehet, mit 100,

aus Monate bestehet, mit 100 . 12 = 1200

aus Tage bestehet, mit 100 . 360 = 36000

dividiren; so gibt auf alle Fälle hier der Quotient auch den Betrag der schuldigen Zinse. Diese Zinse ist aber nur alsdenn der auf erst gezeigten Arten berechneten Zinsen völlig gleich, wenn der nach der sechsten Anmerkung gefundene Zahlungstermin nicht aus einem Bruch, wie bey der siebenten Aufgabe, in welcher ein Bruch von Tagen sich zeiget, und welcher daselbst, um den Datum nach dem Tageweiser zu bestimmen, für einen Tag mehr gerechnet wurde; inzwischen ist die Differenz zwischen beyden Arten der Berechnung der Zinsen sehr geringe, und beträgt bey der siebenten Aufgabe nur 5 mgl. 6 pf. welche daselbst zu viel berechnet sind. Man kann also füglich um sich eine Bequemlichkeit zu verschaffen, diese eben erwähnte Division in der Bestimmung der Zinse gebrauchen, und dennoch den Zahlungstermin auf den nach dem Tageweiser gefundenen Tag gelten lassen, wenn gleich solcher wegen des gebliebenen Bruchs einen Tag später ausgesetzet ist. Sollte der Fall sich ereignen, daß der Zahlungstermin auf den 29sten oder 30sten Februar nach dem Tageweiser fället, so kann man den 29sten Februar nur alsdenn annehmen, wenn das Jahr ein Schaltjahr ist, außer diesen nimmt man sowohl für selbigen als auch für den 30sten Februar, weil solcher gar nicht vorhanden, den 1sten März für den Zahlungstermin an.

Nach eben erwähnter Division würde also die Zinse der siebenten Aufgabe betragen

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 19288000
360 . 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 1

x = 535 Rhtlr. 28 mgl.

Da nun der Ertrag der Zinse
nach ersterer Berechnung = 535 Rthlr. 33 mgl. 6 pf.
nach jetziger Berechnung = 535 = 28 = —

so ist die Diff. letzt. Berechn. = 5 mgl. 6 pf.

6) Soll ein Capital von denen auf einen Zahlungstermin zu bestimmenden Capitalien gleich baar bezahlt werden, so wird solches um mit denen übrigen auf einen Termin ausgezahlet zu werden, mit Null multipliciret, wie in der zweyten Aufgabe geschehen. Da nun wie bekannt, eine jede Größe mit Null multipliciret = 0 wird, so fället also das Produkt dieses Capitals aus der Summa der übrigen erhaltenen Produkte weg.

7) Damit man allemal die Bestimmung des Zahlungstermin der Summa aller Capitale in Tage bekommt, und der Divisor zu der Bestimmung der Zinse alsdenn 3600 wird, so thut man wohl, allezeit die gegebene Zahlungstermine in Tage zu setzen, und mit solchen die Capitale zu multipliciren, wenn vornehmlich die Aufgabe der siebenten gezeigten gleich ist.

Der durch diese in Tage bestimmte Zahlungstermin erhaltene Divisor 3600 erleichtert die Resolution des bey denen Thalern gebliebenen Bruchs in Mariengroschen; denn man hat nicht nöthig den Zähler wie bekannt mit 36 zu multipliciren, weil 36 in 36000

ohne Rest 1000mal enthalten, man dividiret also nur den Zähler des Bruchs mit 1000, als den nunmehro gebliebenen Nenner des in Mariengroschen verwandelten Bruchs der Thaler.

Aufgaben aus der Rabatberechnung.

§. 105.

Rabat, Disconto, Interusurium, ist einerley Ausdruck und bedeutet die Vergütung, welche ein Creditor seinem Debitor angedeihen lässet, wenn dieser die Zahlung einer Schuld, sie bestehe aus baaren Gelde oder aus dem Betrag empfangener Waaren früher leistet, als er schuldig ist. Man pflegt gewöhnlich die Zahlung, welche nach der erforderlichen Zeit geschiehet, die Zahlung nach Zeit; die Zahlung, welche früher geschiehet, die baare Zahlung zu nennen.

§. 106.

Der Rabat ist eigentlich nichts anders als eine abgeredete Procentzinse, welche für zu frühe Zahlung entrichtet wird; denn, die zu früh bezahlte Gelder des Debitor werden als ein Capital betrachtet, welches nunmehro Creditor seinem vorigen Debitor schuldig wird, es kann also auch der vorige Debitor von der Zeit, so lange er zu früh bezahlet, Zinse fordern, selbige nach einem so großen Zinsfuß bestimmen, als der Rabat festgesetzet, und diese von der Schuld abziehen. Der Rabat wird eben so, wie bey der Zinsberechnung von 100 Rthlr. festgesetzet, man sagt dahero auch Rabat pro Cent.

Die Zeit aber, nach welcher der Rabat bestimmt wird, ist nicht allezeit ein Jahr wie bey der Zinsberechnung, sondern es wird auch sehr oft der Rabat blos auf einige Monat festgesetzet. Bestehet die Zeit des bestimmten Rabat aus einem Jahr, so nennet man solchen Rabat pro Cent pro Anno.

Der Rabat wird niemals in sondern auf 100 berechnet, wenn also für gleich geleistete Zahlung 8 pro Cent rabattiret werden, so setzet man nicht

100 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 92

sondern 108 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100.

Bey Verkaufung der Waaren, welche erst nach Ablauf einiger Monate nach dem Empfang bezahlet werden können, soll für die bey dem Einkauf gleich geleistete Zahlung der Rabat

von Hamburg und Amsterdam ꝛc. auf 100

von Leipzig und Italien in 100

gerechnet werden.

§. 107.

Die Rabatrechnung wird gewöhnlich eingetheilet

1) in die gemeine

2) in die bey der Zinse auf Zinsrechnung

3) in die bey Licitationen, das ist bey öffentlichen Verkauf Güter und Häuser an den meistbietenden, vorkommenden Rabatberechnung.

§. 108.

Die gemeine Rabatrechnung begreift ohngefähr folgende Arten von Aufgaben in sich.

Erste Aufgabe.

Aus dem nicht pro Anno gegebenen Pro Cent Rabat die baare Zahlung der ganzen Schuld zu bestimmen, z. E. A kauft eine Handschrift über 1600 Rthlr., welche von dem Kauftage an, nach 6 Monat erst zahlbar, es geniesset dahero A 4 pro Cent Rabat, was zahlet A nunmehro baar oder gleich?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 1600
104 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

13 x = 200 . 100

13 x = 20000

$x = \frac{20000}{13}$ Rthlr. baar

x = 1538 Rthlr. 11 ggl. $\frac{12}{13}$ pf.

= der baaren Zahlung, welche A für die gekaufte Handschrift entrichten muß.

Zweyte Aufgabe.

Aus dem nicht pro Anno gegebenen Pro Cent Rabat, den Rabat der ganzen Schuld zu bestimmen.

Die Aufgabe sey die vorige; so ist

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Rabat = Rthlr. nach Zeit 1600
104 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. Rabat 4

13 x = 200 . 4

13 x = 800

$x = \frac{800}{13}$ Rthlr. Rabat

x = 61 Rthlr. 12 ggl. 11 $\frac{1}{13}$ pf.

welche A für zu frühe Zahlung von dem Werth der gekauften Handschrift abziehet.

Dritte Aufgabe.

Wenn die baare Zahlung oder auch der Rabat der ganzen Schuld nach erstern beyden Aufgaben gefunden, im erstern Fall den ganzen Rabat, im letztern Fall die baare Zahlung zu bestimmen.

Diese Auflösung geschiehet lediglich durch die Subtraction.

Wäre also die Größe

der Zahlung nach Zeit = 1600 Rthlr.
der baaren Zahlung = 1538 Rthlr. 11 ggl. $\frac{2}{3}$ pf.
des Rabat = 61 Rthlr. 12 ggl. 11 $\frac{1}{3}$ pf.
so wäre
der ganze Rabat = 1600 Rthlr. – 1538 Rthlr. 11 ggl. $\frac{2}{3}$ pf. = 61 Rthlr. 12 ggl. 11 $\frac{1}{3}$ pf.
die baare Zahlung = 1600 Rthlr. – 61 Rthlr. 12 ggl. 11 $\frac{1}{3}$ pf. = 1538 Rthlr. 11 ggl. $\frac{2}{3}$ pf.

Vierte Aufgabe.

Aus dem gegebenen Rabat pro Cent pro Anno die baare Zahlung oder auch den Rabat der ganzen Schuld zu finden? z. E.

A kauft eine Obligation über 1600 Rthlr., welche vom Tage des Kaufs aber erst nach 10 Monat zahlbar, und genießet A wegen baarer Zahlung 8 pro Cent Rabat pro Anno, was beträgt

1) die ganze baare Zahlung, oder auch
2) der Rabat.

Man bestimmt zuerst aus dem gegebenen Pro Cent Rabat pro Anno wi: viel der Rabat auf 10 Monat beträgt; wenn dieser gefunden, so sucht man entweder den Betrag der baaren Zahlung oder allein des Rabats.

Aufsatz und Berechnung des Rabat pro Cent von 10 Monat.

x Rthlr. Rabat = Monat 10
12 Monat = Rabat 8

3 x = 10 . 2

3 x = 20

x = $\frac{20}{3}$ pro Cent Rabat.

Aufsatz und Berechnung der baaren Zahlung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 1600
$\frac{320}{3}$ Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

x = 5 . 3 . 100

x = 1500 Rthlr. baar.

Aufsatz und Berechnung des Rabats.

x Rthlr. Rabat = Rthlr. nach Zeit 1600
$\frac{320}{3}$ Rthlr. nach Zeit = Rthlr. Rabat $\frac{20}{3}$

x Rthlr. = 5 . 20

x = 100 Rthlr. Rabat.

Fünfte Aufgabe.

Von ausstehenden Schulden, deren Zahlungstermine verschieden, entweder die Summa der baaren Zahlung oder des Rabats nach dem gegebenen Pro Cent Rabat pro Anno zu bestimmen, z. E.

A ist 2000 Rthlr. schuldig
Von diese sind 1000 Rthlr. nach einem Jahr
die übrigen 1000 Rthlr. aber nach 2 Jahr zahlbar.

Er vergleicht sich mit seinem Creditor die ganze Schuld von 2000 Rthlr. sogleich mit 5 pro Cent Rabat pro Anno abzutragen. Was beträgt die baare Zahlung und wie viel hat A rabattiret?

1) Man sucht von denen 1000 Rthlr., welche nach einem Jahr zahlbar, die baare Zahlung, wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 1000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

$$105\,x = 1000 \cdot 100$$

$$x = 952 \text{ Rthlr. } 9 \text{ ggl. } 1\tfrac{3}{7} \text{ pf.}$$

2) Suchet man von denen 1000 Rthlr., welche nach zwey Jahren zahlbar, die baare Zahlung auf folgende Art, man setzet nemlich auch hier wie bey der Zinse Zinsberechnung gezeiget, so oft

105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

als Jahre gegeben. Diese Regel beobachtet man allgemein bey dieser Berechnung, wenn der Zahlungstermin aus mehr als einem Jahre bestehet. Multiplicirte man nur den Rabat mit der Zahl der Jahre, also hier $5 \cdot 2 = 10$, und rabattirte für die zwey Jahr also 10 pro Cent, so gingen die Zinsen von den Zinsen verlohren, welche doch nach Leibnitz Grundsatz gerechnet werden können, es ist also

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 1000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

$$21 \cdot 21\,x = 1000 \cdot 20 \cdot 20$$

$$441\,x = 400000$$

$$x = \frac{400000}{441}$$

$$x = 907 \text{ Rthlr.} - \text{ggl. } 8\,\tfrac{24}{49} \text{ pf.}$$

3) Addiret man beyde erhaltene baare Zahlungen, so gibt deren Summa den ganzen Betrag.

Da nun A für die nach

einem Jahr fällige 1000 Rthlr. nur 952 Rthlr. 9 ggl. 1 $\frac{5}{7}$ pf.

zwey Jahr fällige 1000 Rthlr. nur 907 Rthlr. 8 $\frac{24}{49}$ pf.

bezahlet, so beträgt die Summa der baaren Zahlung 1859 Rthlr. 9 ggl. 10 $\frac{10}{49}$ pf.

4) Subtrahiret man die baare Zahlung von der Schuld, so gibt diese Differenz den Rabat.

Da also A schuldig 2000 Rthlr.

hingegen bezahlet 1859 Rthlr. 9 ggl. 10 $\frac{10}{49}$ pf.

so hat A rabattiret 140 Rthlr. 14 ggl. 1 $\frac{39}{49}$ pf.

Wollte man aber ohne Berechnung der baaren Zahlung nur allein von denen 2000 Rthlr. den Rabat zu 5 pro Cent bestimmen; so sucht man selbigen

1) Von denen nach einem Jahr fälligen 1000 Rthlr., wovon

Auffatz und Berechnung.

x Rthlr. Rabat = Rthlr. nach Zeit 1000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. Rabat 5

21 . x = 1000

$x = \frac{1000}{21}$

x = 47 Rthlr. 14 ggl. $10\frac{2}{7}$ pf.

2) Von denen nach zwey Jahr fälligen 1000 Rthlr., wovon

Auffatz und Berechnung.

x Rthlr. Rabat = Rthlr. nach Zeit 1000
441 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. Rabat 41

441 . x = 41000

$x = \frac{41000}{441}$

x = 92 Rthlr. 23 ggl. $3\frac{5}{9}$ pf.

da nun der Rabat
von die ersten 1000 Rthlr. = 47 Rthlr. 14 ggl. $10\frac{2}{7}$ pf.
von die letztern 1000 Rthlr. = 92 − 23 − $3\frac{5}{9}$ pf.

so beträgt der Rabat in Summa 140 Rthlr. 14 ggl. $1\frac{3}{4}\frac{2}{9}$ pf. und ist wieder eben so groß wie vorhin.

Wie findet man aber das zu der Bestimmung des Rabats von zwey Jahren erforderliche Verhältniß oder hier die zwey Glieder

441 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. Rabat 41?

Man multiplicirt das Glied, welches den Werth von 100 Rthlr. mit Inbegriff des Rabat anzeiget, also hier 105 einmal weniger mit sich selbst als Jahre gegeben; eben so vielmal multiplicirt man auch 100 Rthlr., welche die baare Zahlung von erstern 105 Rthlr. anzei-

gen, mit sich selbst, und ziehet dieses Product von erstern ab; so gibt diese Differenz den Rabat. Kann man nun vor der Multiplication sowohl 105 als 100 durch einerley Zahl verkleinern, wie hier durch 5 geschehen, so verrichtet man solches, und verfähret mit denen erhaltenen Quotienten wie gelehret. Da nun vom ersten Jahr 105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100; so beträgt der Rabat 105 − 100 = 5 Rthlr.

Hingegen vom zweyten Jahr ist

105 Rthlr. . 105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar
100 . 100

oder durch 5 verkleinert

21 . 21 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 20 . 20

und wirklich multipliciret ist

441 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 400

also ist hier der Rabat = 441 − 400 = 41 Rthlr.

Sechste Aufgabe.

Aus dem gegebenen Rabat pro Cent die baare Zahlung oder auch den Rabat einer Schuld zu bestimmen, wenn Debitor einige Monate früher als festgesetzet, bezahlet. Z. E. A kauft in Hamburg von denen Waaren, welche nach 13 Monat bezahlet werden können vor 4675 mk. Wenn nun auf diese 13 Monat für die baare Zahlung $8\frac{2}{3}$ pro Cent rabattiret werden können, A aber erst nach 4 Monate zahlen will, was beträgt baare Zahlung und der Rabat?

Da A hier 4 Monat nach dem Kauf der Waare Zahlung leisten will, so kann er nur von 13 − 4 = 9 Monat den Rabat genießen, dieser beträgt

x Rthlr. mk. Rabat = Monat 9
13 Monat = mk. $\frac{26}{3}$

x = 3 . 2 = 6 pro Cent.

Es beträgt also die baare Zahlung

x mk. baar = mk. nach Zeit 4675
106 mk. nach Zeit = mk. baar 100

106x = 4675 . 100

x = 4410 mk. 6ß $\frac{2}{5}\frac{4}{3}$ pf.

Der Rabat beträgt

x mk. Rabat = mk. nach Zeit 4675
106 mk. nach Zeit = mk. Rabat 6

53 x = 4675 . 3

53x = 14025

x = 264 mk. 9ß 11 $\frac{29}{53}$ pf.

Siebente Aufgabe.

Wenn außer den pro Cent Rabat pro Anno noch besonders für gleich geleistete Zahlung 1 pro Cent rabattiret wird, die baare Zahlung zu bestimmen; z. E. Leipzig kauft in Amsterdam vor 4000 fl. Waaren, genießet für baare Zahlung, welche aber erst nach 6 Wochen von dem Kauftage geschehen kann, 12 pro Cent Rabat, weil aber vor Ablauf dieser 6 Wochen gleich bey dem Kauf Zahlung geschiehet, so wird noch 1 pro Cent rabattiret, was beträgt die baare Zahlung?

Die Berechnung ist ersterer gleich, außer daß hier der zweyte Rabat zu 1 pro Cent nach eingeführter Gewohnheit nicht auf, sondern in 100 gerechnet wird.

Aufsatz und Berechnung.

x fl. baar = fl. nach Zeit 4000
112 fl. nach Zeit = fl. baar 100
100 fl. baar = fl. baar 99

x = 3535 fl. 14 Stüver $4\frac{4}{7}$ pf.

Wenn aber die gekauften Waaren erst nach 15, 18, 21, 30, 33 Monat, wie in Amsterdam gebräuchlich seyn soll, bezahlet werden können, und für baare Zahlung auf alle diese Fälle 8 pro Cent pro Anno rabattiret würden, und dem Käufer dennoch nach 6 Wochen nach dem Kauf Zeit zu der Zahlung gelassen, und ihm, wenn er diese nicht abwartete, noch 1 pro Cent Rabat verstattet würde; so sucht man zuerst den Rabat pro Cent von denen zu der Zahlung festgesetzten Monaten, und verfähret übrigens wie zuvor, z. E.

Achte Aufgabe.

A kauft von Amsterdam vor 2650 fl. solche Waaren, deren Zahlung erst 15 Monat nach dem Kauf geschehen kann, genießet für nach 6 Wochen geleistete Zahlung 8 pro Cent Rabat pro Anno, und weil er gleich bey dem Kauf bezahlet, noch 1 pro Cent Rabat, was beträgt die baare Zahlung?

1) Bestimmung des Rabat pro Cent von 15 Monat.

x fl. Rabat = Monat 15
12 Monat = fl. Rabat 8

x = 5 . 2 = 10 pro Cent.

2) Bestimmung der baaren Zahlung

x fl. baar = fl. nach Zeit 2650
110 fl. nach Zeit = fl. baar 100
100 fl. baar = fl. baar 99

x = 2385 fl. baar.

Neunte Aufgabe.

Wenn die baare Zahlung nicht in der Münzsorte, aus welcher die Schuld bestehet, bezahlet wird, z. E. Leipzig kauft in Amsterdam vor 4000 fl. Banco solche Waaren, welche nach 18 Monat zahlbar sind, genießet dahero für baare Zahlung

1) 8 pro Cent Rabat, pro Anno,

2) noch 1 pro Cent, weil die 6 Wochen, so noch verstattet, nicht abgewartet worden.

Was muß Leipzig in seiner Währung zahlen, wenn das holländische Bancogeld 36 pro Cent besser, als das leipziger Geld ist?

1) Bestimmung des Rabat pro Cent von 18 Monat.

x fl. Bancorabat = Monat 18
12 Monat = fl. Bancorabat

x = 6 . 2 = 12 pro Cent.

2) Bestimmung der baaren Zahlung in leipziger Geld.

x Rthlr. Leipzig baar = fl. Banco nach Zeit 4000
112 fl. Banco nach Zeit = fl. Banco baar 100
100 fl. Banco baar = fl. Banco baar 99
$\frac{5}{2}$ fl. Banco baar = Rthlr. Banco baar 1
100 Rthlr. Banco baar = Rthlr. Leipziger baar 136

7 x = 13464

x = 1923 Rthlr. 10 ggl. $3\frac{3}{7}$ pf.
in leipziger Gelde.

Zehnte Aufgabe.

A kauft den 10ten April 1787 eine Obligation von 1083 mk. 15 ß., deren Zahlung in eben diesem Jahre den 30ten November erst geschiehet, er genieſſet dahero 9 pro Cent Rabat pro Anno, was zahlet A gleich?

1) Man sucht in dem §. 101. vorhandenen Tageweiser die Zahl des Tages, welche dem 1cten April und 30ten November eigen, diese Zahl ist vom erstern = 100, von dem letztern = 330.

2) Subtrahiret man von dem Verfalltage, welcher = 330, den Kauftag, welcher = 100, so gibt die Differenz 330 − 100 = 230 die Zahl der Tage, von welcher A den Rabat pro Cent pro Anno oder von 360 Tage genießet.

3) Sucht man von diese 230 Tage den Rabat pro Cent, dieser beträgt

x mk. Rabat = Tage 230
360 Tage = mk. Rabat 9

x = $2\frac{3}{4}$ pro Cent.

4) Sucht man von 1083 mk. 15ß nach Zeit, welche in Schillinge verwandelt = 17343ß, die baare Zahlung, als

x mk. baar = ß nach Zeit 17343
16ß nach Zeit = mk. nach Zeit 1
$42\frac{3}{4}$ mk. nach Zeit = mk. baar 100

x = 1025 mk. baar

Eilfte Aufgabe.

Den 29ten März 1787 wird eine Obligation über 1313 mk. 4 ß., welche den 14ten Februar 1788 zahl-

bar mit $8\frac{1}{3}$ pro Cent Rabat pro Anno verkauft, wie viel hat Käufer gezahlet?

Man sucht in dem Tageweiser den Zahlungstag; da nun der 14te Februar der 44ste Tag, dieser aber erst in folgendem Jahre fället, so addiret man zu diesen noch 360 Tage als das vorhergehende Jahr und ziehet von dieser Summa 44 + 360 = 404, den Kaufstag oder den 29sten März, welcher nach dem Tageweiser = 89 ist, ab, so gibt diese Differenz 404 − 89 = 315 die Zahl der Tage, von welcher der Käufer den Rabat pro Cent pro Anno fordern kann.

Aufsatz und Berechnung des Rabat pro Cent von 315 Tagen.

x mk. Rabat = Tage 315
360 Tage = mk. Rabat $2\frac{5}{3}$

x = $\frac{1}{2}\frac{7}{4}\frac{5}{4}$ pro Cent Rabat.

Die baare Zahlung beträgt von 1313 mk. 4 ßl. oder von $1313\frac{1}{4}$ mk. oder von $\frac{5}{2}\frac{2}{4}\frac{5}{4}\frac{3}{-}$ mk. nach Zeit

x mk. baar = mk. nach Zeit $\frac{5}{2}\frac{2}{4}\frac{5}{4}\frac{3}{-}$
$\frac{2}{2}\frac{5}{4}\frac{7}{4}\frac{5}{-}$ mk. nach Zeit = mk. baar 100

x = 1224 mk. baar.

§. 109.

Bey Berechnung des Rabat in der Zins auf Zinsrechnung verfährt man eben so wie in der fünften Aufgabe §. 108. gezeiget, daß man nämlich allemal das Verhältniß der Zahlung nach Zeit gegen die baare Zahlung von 100 Rthlr. so vielmal setzet, als Jahre rabattiret werden sollen, z. E.

A ist nach zwey Jahren $702\frac{1}{4}$ mk. oder $\frac{2809}{4}$ mk. zu bezahlen schuldig; er will gleich bezahlen, wenn ihm verstattet wird, den Betrag der Zinse auf Zinse zu 6 pro Cent pro Anno zu rabattiren, was zahlet er also baar?

Aufsatz und Berechnung.

x mk. baar = mk. nach Zeit $\frac{2809}{4}$
106 mk. nach Zeit = mk. baar 100
106 mk. nach Zeit = mk. baar 100

---

x = 625 mk. baar.

§. 110.

Bey Licitationen oder öffentlichen an Meistbietenden vorgenommenen Verkaufung, Güter und Häuser fället die Rabatrechnung alsdenn vor, wenn die Größe der Summa der Gebote nicht nur verschieden, die Zahlung ungleich, sondern auch zu verschiedenen Tagezeiten geschehen soll. Auf alle diese Fälle zeiget die Rabatberechnung wessen Gebot dem Verkäufer das vortheilhafteste und um wie viel jedes Gebot differiret.

Erste Aufgabe.

Ein Gut wird öffentlich verkauft. Es finden sich zu selbigen drey Käufer A, B, C.

A bietet 18226 Rthlr. gleich baar zu bezahlen.

B erbietet sich 20000 Rthlr. auf folgende Art zu bezahlen, nämlich

4000 Rthlr. gleich baar und jedes folgende Jahr 4000 Rthlr., also nach vier Jahren die übrigen 16000 Rthlr. zu bezahlen.

C will 21000 Rthlr. auf folgende Art bezahlen, nämlich 3000 Rthlr. gleich baar und jedes folgende Jahr

3000 Rthlr., also nach sechs Jahren die übrigen 18000 Rthlr. entrichten.

Wessen Gebot ist das vortheilhafteste?

Man sucht den Werth der baaren Zahlung jedes Gebots, wenn die auf Zeit bestimmte Zahlung mit 5 pro Cent Rabat pro Anno, welches die in denen Rechten gebräuchliche Zinse, gleich bezahlet werden sollte.

Die gefundene Werthe der Zahlung nach Zeit wird zu der versprochenen baaren Zahlung jedes Gebots addiret, so entscheidet die größeste Summa das dem Verkäufer vortheilhafteste Gebot.

Da nun hier wie folgende Berechnungen zeigen,

das Gebot von A = 18226 Rthlr. baar,
das Gebot von B = 18183 = 19 ggl. 3 pf. baar,
das Gebot von C = 18227 = 1 = 10 pf. baar,

so ist das Gebot von C unter allen dreyen das vortheilhafteste; es wäre denn, daß der Verkäufer erstereS Gebot von 18226 Rthlr. aus dem Grunde erwählte, weil er das Capital höher als 5 pro Cent pro Anno nutzen könnte.

Die Berechnung ist folgende:

A hat 18226 Rthlr. baar zu zahlen geboten.

Dieses Gebot bleibt also ohnverändert.

B erbietet sich 20000 Rthlr. zu zahlen, als

1) 4000 Rthlr. gleich baar.

auch diese bleiben ohnverändert.

2) 4000 Rthlr. nach einem Jahr.

Diese betragen aber nur 3809 Rthlr. 12 ggl. 7 pf. baar, wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 4000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

x = 3809 Rthlr. 12 ggl. 7 pf. ($6\frac{6}{7}$ pf.)

3) 4000 Rthlr.. nach zwey Jahren.

Diese betragen nur 3628 Rthlr. 2 ggl. 10 pf. baar, wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 4000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

x = 3628 Rthlr. 2 ggl. 10 pf. ($9\frac{4}{4}\frac{7}{9}$)

4) 4000 Rthlr. nach drey Jahr.

Diese betragen nur 3455 Rthlr. 8 ggl. 5 pf. wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 4000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

x = 3455 Rthlr. 8 ggl. 5 pf. ($4_1\frac{9}{0}\frac{4}{2}\frac{0}{9}$)

5) 4000 Rthlr. nach vier Jahr.

Diese betragen nur 3290 Rthlr. 19 ggl. 5 pf. ($5_2\frac{5}{1}\frac{4}{0}\frac{2}{0}\frac{3}{9}$)
wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 4000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

x = 3290 Rthlr. 19 ggl. 5 pf. ($5\frac{5}{21}\frac{4}{63}\frac{2}{09}\frac{3}{9}$)

Da nun nach angestellter Berechnung die von B gebotene

4000 Rthlr. baar = 4000 Rthlr. baar
4000 Rthlr. nach 1 Jahr = 3809 = 12 ggl. 7 pf.
4000 Rthlr. nach 2 Jahr = 3628 = 2 = 10 =
4000 Rthlr. nach 3 Jahr = 3455 = 8 = 5 =
4000 Rthlr. nach 4 Jahr = 3290 = 19 = 5 =

so betragen
20000 Rth. welche B geboten 18183 Rthlr. 19 ggl. 3 pf. baar.

C erbietet sich 21000 Rthlr. zu bezahlen, als

1) 3000 Rthlr. baar.

Diese bleiben ohnverändert.

2) 3000 Rthlr. nach einem Jahr.

Diese bleiben aber nur 2857 Rthlr. 3 ggl. 5 pf. wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 3000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

x = 2857 Rthlr. 3 ggl. 5 pf. ($5\frac{1}{7}$)

3) 3000 Rthlr. nach zwey Jahren.

Diese betragen nur 2721 Rthlr. 2 ggl. 1 pf. ($1\frac{2}{4}\frac{3}{9}$ pf.) wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 3000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

x = 2721 Rthlr. 2 ggl. 1 pf. ($1\frac{2}{4}\frac{3}{9}$)

4) 3000 Rthlr. nach drey Jahren.

Diese betragen 2591 Rthlr. 12 ggl. 4 pf. wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 3000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

x = 2591 Rthlr. 12 ggl. 4 pf. ($3\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{5}{3}$)

5) 3000 Rthlr. nach vier Jahren.

Diese betragen nur 2468 Rthlr. 2 ggl. 7 pf. wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 3000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

x = 2468 Rthlr. 2 ggl. 7 pf. ($6\frac{3}{7}\frac{7}{2}\frac{5}{0}\frac{8}{3}$)

6) 3000 Rthlr. nach fünf Jahren.

Diese betragen nur 2350 Rthlr. 13 ggl. 11 pf. wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 3000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

x = 2350 Rthlr. 13 ggl. 11 pf. ($10\frac{9}{1}\frac{1}{5}\frac{9}{1}\frac{4}{2}\frac{2}{6}\frac{}{3}$)

7) 3000 Rthlr. nach sechs Jahren.

Diese betragen nur 2238 Rthlr. 15 ggl. 6 pf. wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. baar = Rthlr. nach Zeit 3000
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100
105 Rthlr. nach Zeit = Rthlr. baar 100

x = 2238 Rthlr. 15 ggl. 6 pf. ($\frac{3}{3}\frac{2}{1}\frac{5}{7}\frac{8}{6}\frac{1}{5}\frac{0}{2}\frac{}{3}$)

Da nun nach angestellter Berechnung die von C gebotene

3000 Rthlr. baar = 3000 Rthlr.
3000 Rthlr. nach 1 Jahr = 2857 Rthlr. 3 ggl. 5 pf.
3000 = nach 2 Jahr = 2721 = 2 = 1 =
3000 = nach 3 Jahr = 2591 = 12 = 4 =
3000 = nach 4 Jahr = 2468 = 2 = 7 =
3000 = nach 5 Jahr = 2350 = 13 = 11 =
3000 = nach 6 Jahr = 2238 = 15 = 6 =

so betragen

21000 Rthlr. welche C geb. 18227 Rthlr. 1 ggl. 10 pf.

Zweyte Aufgabe.

Bey Verkaufung eines Gutes finden sich zween Käufer A und B.

Ersterer bietet 27000 Rthlr. gleich baar zu zahlen.

Letzterer aber will 36500 Rthlr. in folgenden Terminen bezahlen, als

10000 Rthlr. gleich baar; in sechs nach einander folgenden Jahren, jedes Jahr 2000 Rthlr. In denen hierauf folgenden vier Jahren, jedesmal 3000 Rthlr. und nach dem eilften Jahre die letzten 2500 Rthr. abzutragen. Das Creditwesen erwählet aber das baare Geld, und verkaufet A das Gut, jedoch unter der Bedingung, daß er zu die gebotene 27000 Rthlr. noch so viel baar erlege, als die Differenz beträgt, welche nach rechtlicher Berechnung in welcher der jährliche Nutzen baarer Gelder zu 5 pro Cent angeschlagen, zwischen seinem und B Gebot sich findet.

A nimmt dieses an, wie viel hat er also bezahlet?

Nach angestellter Berechnung, welche ersterer völlig gleich, sind die von B gebotene

10000	Rthlr.	baar	=	10000	Rthlr.	
2000	=	nach einen Jahr	=	1904	=	18 ggl. 3 pf.
2000	=	nach zwey —	=	1814	=	1 = 5 =
2000	=	nach drey —	=	1727	=	16 = 2 =
2000	=	nach vier —	=	1645	=	9 = 9 =
2000	=	nach fünf —	=	1567	=	1 = 3 =
2000	=	nach sechs —	=	1492	=	10 = 4 =
3000	=	nach sieben —	=	2132	=	1 = 1 =
3000	=	nach acht —	=	2030	=	12 = 5 =

3000 Rthl. nach neun Jahr = 1933 Rthl. 19 ggl. 10 pf.
3000 = nach zehn — = 1841 = 17 = 2 =
2500 = nach eilf — = 1461 = 16 = 9 =

es betragen also
36500 Rthlr. welche B gebot. 29551 Rthlr. 4 ggl. 5 pf.
Da nun A baar zahlen will 27000 Rthlr.

so beträgt die Differenz 2551 Rthlr. 4 ggl. 5 pf.
welche nach dem getroffenen Vergleich A noch zu seinem ersten Gebot baar erlegen muß. Es bezahlet also A das gekaufte Gut mit

29551 Rthlr. 4 ggl. 5 pf.

in baaren Gelde in einem Termin.

§. 111.

Wie wird die richtige Bestimmung des gefundenen Rabats und baaren Zahlung bewiesen?

Man berechnet von der gefundenen baaren Zahlung die Zinse, von eben der Zeit, so lange er zu früh bezahlet, und nach einem eben so großen Zinsfuß als der Rabat festgesetzet ist. Diese gefundene Zinse wird zu der baaren Zahlung addiret; ist alsdenn diese Summa der nach Zeit schuldigen Zahlung gleich, so ist nicht nur gehörig rabattiret, sondern auch der wahre baare Werth der Zahlung nach Zeit bestimmet. Der Grund dieses Verfahren beruhet auf die §. 106. gegebene Erklärung des Rabats.

Da also z. E. in der ersten Aufgabe §. 108. von 1600 Rthlr. welche nach 6 Monat zahlbar mit 4 pro Cent Rabat, die baare Zahlung 1538 Rthlr. 11 ggl. $\frac{12}{13}$ pf. oder $\frac{20000}{13}$ Rthlr. beträgt; so berechnet man
1) von $\frac{20000}{13}$ Rthlr. die Zinse zu 4 pro Cent wovon

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. $\frac{2000}{13}$

100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 4

x = 61 Rthlr. 12 ggl. $11\frac{1}{13}$ pf.

2) addiret man diese gefundene Zinse zu der baaren Zahlung. Da nun

die baare Zahlung 1538 Rthlr. 11 ggl. $\frac{12}{13}$ pf.
die Zinse — — 61 = 12 = $11\frac{1}{13}$ =

so gibt die Summa 1600 Rthlr.

Es ist also nicht nur diese gefundene Summa = dem nach 6 Monat zu zahlen schuldigen Capital, sondern die gefundene Zinse ist auch dem §. 108. in der zweyten Aufgabe berechneten Rabat völlig gleich.

Da ferner in der vierten Aufgabe §. 103. die baare Zahlung von 1600 Rthlr. welche nach 10 Monat zahlbar mit 8 pro Cent Rabat pro Anno nach angestellter Berechnung nur 1500 Rthlr. beträgt; so berechnet man hier

1) die Zinse von 1500 Rthlr. von 10 Monat zu 8 pro Cent Zinse pro anno, wovon

Aufsatz und Berechnung

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. 1500 . 10
12 . 100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 8

x = 100 Rthlr.

2) addiret man diese gefundene Zinse wieder zu der baaren Zahlung, so ist die Summa von 1500 Rthlr. + 100 Rthlr. = 1600 Rthlr. wieder eben so groß, als das nach 10 Monat zu zahlen schuldige Ca-

pital, und die hier gefundene Zinse ist ebenfals wieder gleich dem in ersterwähnter vierten Aufgabe berechneten Rabat.

Auf gleiche Weise verfähret man auch bey der in der 5ten Aufgabe gefundenen baaren Zahlung von 2000 Rthlr. wovon 1000 Rthlr. nach einem Jahr, 1000 Rthlr. aber nach zwey Jahr zahlbar waren, und für baare Zahlung 5 pro Cent pro anno rabattiret wurde.

Von denen 1000 Rthlr. welche nach einem Jahr zahlbar, gaben zu 5 pro Cent Rabat pro anno, 952 Rthlr. 9 ggl. $1\frac{5}{7}$ pf. oder $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{5}$ Rthlr. baar. Von diese beträgt nun hier die Zinse zu 5 pro Cent laut

Auffatz und Berechnung.

x Rthlr. Zinse = Rthlr. Cap. $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{5}$
100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Zinse 5

x = 47 Rthlr. 14 ggl. $10\frac{2}{7}$ pf. Zinse.

Da nun
die baare Zahlung = 952 . 9 = $1\frac{5}{7}$ pf.

so ist die Summa 1000 Rthlr.
also wieder so groß als die nach einem Jahr schuldige Zahlung.

Die nach zwey Jahren zu zahlen schuldige 1000 Rthlr. betrugen nach der Berechnung an baarer Zahlung

907 Rthlr. – ggl. $8\frac{24}{49}$ pf. oder $\frac{4}{4}\frac{0}{4}\frac{0}{4}\frac{0}{1}$ Rthlr.

Sucht man nun hier nach Anleitung der Zinse Zinsrechnung die Größe des Capitals und Zinse zu 5 pro C. nach zwey Jahren von $\frac{4}{4}\frac{0}{4}\frac{0}{4}\frac{0}{1}$ Rthlr. Capital so ist nach dem

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Cap. und Zinse = Rthlr. Cap. $\frac{400}{4}\frac{000}{4}\frac{00}{1}$
100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Cap. und Zinse 105
100 Rthlr. Cap. = Rthlr. Cap. und Zinse 105

---

x = 1000 Rthlr. Cap. und Zinse.

und ist diese gefundene Größe wieder gleich, der nach zwey Jahren zu bezahlen schuldigen 1000 Rthlr.

§. 112.

Daß auch diese in der Rabatrechnung berechnete Aufgaben die Regula detri directa erforderten, wird durch die nach §. 82. angestellte Prüfung hinlänglich bewiesen werden können.

Gesellschaftsrechnung
oder die Eintheilung einer gegebenen Größe in verschiedene ungleiche Theile.

§. 113.

Die Theile in welche eine Größe getheilet werden soll, sind entweder von gleicher oder verschiedener Größe. Sind die Theile gleich groß, so bestimmt bloß die Division die Größe eines jeden der verlangten Theile; es ist alsdenn
die zu der Theilung gegebene Größe der Dividendus,
die Zahl der verlangten Theile der Divisor,
und der Quotient bestimmt die Größe eines jeden der verlangten Theile, z. E.

Man soll 600 Thaler in drey gleiche große Theile theilen; so ist 600 der Dividendus, die Zahl 3 der Divisor, und der Quotient 600 : 3 = $\frac{6}{3}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$ = 200 Rthlr. bestimmt die Größe eines jeden dieser drey verlangten Theile.

Sollen aber die Theile welche verlangt werden, von verschiedener Größe seyn, so muß zugleich eine Vorschrift gegeben werden, nach welcher die Theilung vorgenommen werden soll. Diese Vorschrift bestehet alsdenn allemal aus eben so viel geometrischen Verhältnissen oder Brüchen, als Theile verlangt werden, und der Summa dieser Verhältnisse oder Brüche gehöret alsdenn die zu der Vertheilung gegebene Größe. Da nun dieser Summa das Ganze zukommt, so wird sich jeder verlangte Theil des Ganzen zu dem Ganzen, geometrisch verhalten müssen, wie jeder gegebene Bruch oder jedes geometrische Verhältniß, zu der Summa aller dieser Brüche oder geometrischen Verhältnisse; denn so vielmal jeder Bruch kleiner ist als die Summa aller Brüche, eben so vielmal wird auch der jedem Bruche zugehörige Antheil des zu der Vertheilung gegebenen Ganzen kleiner seyn als dieses Ganze selbst. Die Regula Detri directa wird also auch jedes Antheil bestimmen; sie muß aber auch eben so vielmal angewendet werden, als Theile verlangt werden.

Die Addition der Brüche erfordert wie bekannt, Brüche von gleichen Nennern, es müssen also auch hier die gegebene Verhältnisse oder Brüche gleichartig seyn.

Sind sie gleichartig, so addiret man die Zähler, nimmt deren Summa als die Größe an, welcher das zu der Vertheilung gegebene Ganze zukommt, und sucht durch die Regula Detri directa dem jeden Zähler zugehörigen Antheil des gegebenen Ganzen.

Sind die Nenner aber verschieden, so bringt man die Brüche unter einen Hauptnenner, addiret die neu erhaltene Zähler, nimmt diese Summa wieder als die Größe an, welcher das Ganze zukommt, und sucht wieder wie

zuvor von jedem neu erhaltenen Zähler den ihm zugehörigen Antheil.

Sollte der Fall eintreten, daß die gegebene Verhältnisse aus vermischten Brüchen bestehen, so richtet man solche ein, und behandelt solche alsdenn wie ordinaire Brüche, daß man solche unter einen Hauptnenner bringet, die neu erhaltenen Zähler addiret, deren Summa wieder als die Größe annimmt, welcher das Ganze zukommt, und wieder wie zuvor den Antheil jedes neu erhaltenen Zähler von dem Ganzen durch die Regula Detri directa bestimmt.

Den Hauptnenner lässet man aber auf alle diese erwähnten Fälle in dem Aufsatz weg, wovon der Grund in der Berechnung der ersten Aufgabe gezeiget wird.

Oft sind aber auch anstatt der erforderlichen Verhältnisse nur ganze Zahlen gegeben; man betrachtet aber alsdenn auch diese als Brüche, deren Nenner = 1 ist. Da nun diese gleichartige Brüche sind, so addiret man die gegebene ganzen Zahlen als Zähler betrachtet; so gibt deren Summa ebenfals die Größe, welcher das zu der Vertheilung gegebene Ganze zukommt. Jede gegebene ganze Zahl ist alsdenn ein Theil der Summa und zu jedem dieser Theile sucht man wie zuvor den Antheil vom Ganzen.

Finden sich aber unter denen gegebenen Verhältnissen ganze Zahlen, so betrachtet man selbige wieder als Brüche deren Nenner = 1 ist, bringet solche mit unter dem denen übrigen Brüchen zugehörigen Hauptnenner, und verfähret übrigens wie vorhin.

Diese Art Eintheilung einer Größe kommt bey sehr vielen Fällen vor, z. E. bey Concursen, Compagniehandlungen, Erbschaften, Beyträge zu öffentlichen Abgaben u. s. w. Weil man nun durch selbige bey Compag-

niehandlungen den Antheil jedes Mitgliedes an dem sich gefundenen Gewinn oder Verlust bestimmt; so hat sie den Namen Gesellschaftsrechnung erhalten.

Wie man bey ihrer Anwendung verfahren muß, werden folgende berechnete Aufgaben zeigen.

Erste Aufgabe.

400 Rthlr. sollen unter drey Personen solchergestalt vertheilet werden, daß wenn A $\frac{2}{3}$ bekommt, so soll B $\frac{3}{4}$, und C $\frac{5}{8}$ haben, oder es soll sich der Theil von 400 Rthlr. welchen A bekommt, zu 400 Rthlr. verhalten wie 2 zu 3, und der Theil welchen B erhält, soll sich zu 400 Rthlr. verhalten wie 3 zu 4, ferner der Antheil welchen C an 400 Rthlr. hat, soll sich zu 400 Rthlr. verhalten wie 5 zu 8.

Was bekommt ein jeder?

1) Man setzet die Buchstaben welche die Personen anzeigen, nebst denen ihnen zugehörigen Brüchen unter einander,
2) bringet man die Brüche unter einen Hauptnenner, welcher hier = 24 ist, und addiret die neu erhaltenen Zähler,
3) nimmt man die Summa dieser neuen Zähler, welche hier 16 + 18 + 15 = 49 ist, als die Größe an, welcher die 400 Rthlr. zukommen, und sucht durch die Regula Detri den jeden neuen Zähler von denen 400 Rthlr. zugehörigen Antheil, und setzet selbigen gegen den Zähler, von welchem der Antheil gesucht ist.
4) addiret man die jedem Zähler zugehörige Theile, so muß diese Summa der zu der Vertheilung gegebenen Größe also hier 400 Rthlr. gleich seyn.

Aufsatz

In welchem die gegebenen Brüche, die neu erhaltene Zähler und die jedem neuen Zähler zugehörigen Theile von

denen zu der Vertheilung gegebenen 400 Rthlr. vorhanden, als

A = $\frac{2}{3}$.8 = 16 = 130 Rthlr. 14 ggl. 8 $\frac{1}{4}\frac{6}{9}$ pf.
B = $\frac{3}{4}$.6 = 18 = 146 ″ 22 ″ 6 $\frac{1}{4}\frac{8}{9}$ ″
C = $\frac{5}{8}$.3 = 15 = 122 ″ 10 ″ 9 $\frac{1}{4}\frac{5}{9}$ ″

Summa 49 = 400 Rthlr.

Aufsatz und Berechnung.

1) Von A Antheil.

x Rthlr. = Rthlr. 16
49 Rthlr. = Rthlr. 400

x = 130 Rthlr. 14 ggl. 8 $\frac{1}{4}\frac{5}{9}$ pf.

Aufsatz und Berechnung.

2) Von B Antheil.

x Rthlr. = Rthlr. 18
49 Rthlr. = Rthlr. 400

x = 146 Rthlr. 22 ggl. 6 $\frac{1}{4}\frac{8}{9}$ pf.

Aufsatz und Berechnung.

3) Von C Antheil.

x Rthlr. = Rthlr. 15
49 Rthlr. = Rthlr. 400

x = 122 Rthlr. 10 ggl. 9 $\frac{1}{4}\frac{5}{9}$ pf.

Hätte man hier in jedem der drey Aufsätze den Hauptnenner sowohl unter den Zähler als Summa der Zähler gesetzet, so wäre z. E. in der Berechnung von A Antheil der Aufsatz gewesen

x Rthlr. = Rthlr. $\frac{1}{2}\frac{6}{4}$
$\frac{4}{2}\frac{9}{4}$ Rthlr. = Rthlr. 400

Hier wurden aber, wie bekannt, die Nenner verwechselt; es fallen aber durch vorgenommene Verkleinerung beyde gegen einander weg; es ist dahero überflüssig solche mit in den Aufsatz zu bringen, man lässet selbige also weg.

Man pflegt auch wohl den Aufsatz zu der Berechnung des Antheils aller Zähler, wie folget zu setzen

		A		B		C
x Rthlr.	= Rthlr	16	+	18	+	15
49 Rthlr.	= Rthlr.	400				

Bey der wirklichen Berechnung multiplicirt man 16 mit 400; 18 mit 400; 15 mit 400;

Dividirt jedes dieser Producte durch 49 und setzet die erhaltenen Quotienten wieder wie zuvor bey denen ihnen zugehörigen Zählern.

Es ist also hier 400 der gemeinschaftliche Factor zu 16, 18, und 15; ferner 49 der gemeinschaftliche Divisor zu allen drey Producten.

Der Vortheil dieser Art des Aufsatzes bestehet vorzüglich darinn, daß man allezeit zu allen Dividendis einerley Divisor bekommt, also auch die nach geendigter Division gebliebene Brüche einerley Nenner haben, wenn allenfals der Divisor und die neu erhaltene Zähler durch einerley Zahl verkleinert worden, weil hier nach §. 17. Nr. 4. der Dividendus aus zu summirenden Grössen bestehet, folglich mit diesen und dem Divisor nur alsdenn eine Verkleinerung vorgenommen werden kann, wenn solche mit allen Gliedern des Dividendus zu unternehmen ist.

Zweyte Aufgabe.

600 Rthlr. sollen solchergestalt unter 3 Personen vertheilt werden, daß wenn A 8 Rthlr. bekommt, so soll B 6 Rthlr. und C 4 Rthlr. haben. Was bekommt ein jeder?

1) Man setzet die Buchstaben welche die Personen anzeigen nebst denen zugehörigen ganzen Zahlen unter einander.
2) addiret man diese ganze Zahlen welche als Zähler solcher Brüche, deren Nenner = 1, betrachtet werden, als

A	= 8	= 266 Rthlr.	16 ggr.
B	= 6	= 200 "	= "
C	= 4	= 133 "	8 =
Summa	18	= 600 Rthlr.	

Aufsatz und Berechnung.

		A	B	C
x Rthlr.	= Rthlr.	8	+ 6	+ 4
		4	3	2
3. S.	x 8 Rthlr.	= Rthlr.	8 0 0.	200
	3 x	= 4.200	+ 3.200	+ 2,200
	3 x	= 800	+ 600	+ 400
	x	= $\frac{800}{3}$	+ $\frac{600}{3}$	+ $\frac{400}{3}$

In diesem Aufsatz ist

1) Der gemeinschaftliche Divisor 18 und der gemeinschaftliche Factor 600 des Dividendi durch 3 verkleinert, so wurde 18 : 3 = 6 und 600 : 3 = 200.
2) Der gemeinschaftliche Divisor welcher nunmehro = 6, und jede der zusummirenden Größen des Dividendi als

8 + 6 + 4 durch 2 verkleinert, so entstand nunmehro der gemeinschaftliche Divisor 3, und die zu summirenden Größen wurden 4 + 3 + 2 von welchen jeden mit dem gemeinschaftlichen Factor 200 multiplicirt, und jedes dieser Producte durch den gemeinschaftlichen Divisor 3 dividiret wird.

Es bekommt also von denen 600 Rthlr.

A = $\frac{800}{3}$ Rthlr. = $266\frac{2}{3}$ Rthlr. = 266 Rthlr 16 ggr.
B = $\frac{600}{3}$ Rthlr. = 200 Rthlr. = 200 Rthlr.
C = $\frac{400}{3}$ Rthlr. = $133\frac{1}{3}$ Rthlr. = 133 Rthlr. 8 ggr.

Dritte Aufgabe.

Fünf Personen theilen 133 Rthlr. 8 ggr. solchergestalt, daß A $\frac{1}{4}$, B $\frac{1}{3}$, C $\frac{1}{6}$, D $\frac{1}{8}$ und E den Rest bekommt: was hat ein jeder erhalten?

1) Man setzet wieder die Buchstaben nebst denen dazu gehörigen Brüchen unter einander.

2) Bringt man die Brüche unter einen Hauptnenner, welcher hier = 24 und addiret die neu erhaltene Zähler, da nun hier

3) Die Summe aller neuen Zähler = 21, der Hauptnenner aber = 24, also die Summe dieser neuen Brüche = $\frac{21}{24}$ ist, mithin noch $\frac{3}{24}$ an einem Ganzen fehlen, so ist $\frac{3}{24}$ der Theil, welcher E zukommt, man setzet also den Zähler 3 gegen E so wird die Summa der Zähler = 24; übrigens verfähret man wieder wie zuvor, wenn man zuförderst die zu der Vertheilung gegebene Größe in Gutegroschen verwandelt hat, und sind alsdann 133 Rthlr. 8 ggr. = 3200 ggr.

A = $\frac{1}{4}$. 6 = 6 = 33 Rthlr. 8 ggr.
B = $\frac{1}{3}$. 8 = 8 = 44 = 10 = 8 pf.
C = $\frac{1}{6}$. 4 = 4 = 22 = 5 = 4 =
D = $\frac{1}{8}$. 3 = 3 = 16 = 16 =
E = Rest = 3 = 16 = 16 =

Summa 24 = 133 Rthlr. 8 ggr.

Aufsatz und Berechnung.

A B C D E
x Rthlr. = Rthlr. 6 + 8 + 4 + 3 + 3
3 . 24 Rthlr. = ggr. 3200 . 400 . 50
3 . 24 ggr. = Rthlr. 1

3. 3. x = 6.50 + 8.50 + 4.50 + 3.50 + 3.50
9 x = 300 + 400 + 200 + 150 + 150
x = $\frac{300}{9}$ + $\frac{400}{9}$ + $\frac{200}{9}$ + $\frac{150}{9}$ + $\frac{150}{9}$

Es bekommt also von denen 133 Rthlr. 8 ggr.
A = $\frac{300}{9}$ Rth. = $33\frac{1}{3}$ Rth. = 33 Rth. 8 ggr.
B = $\frac{400}{9}$ = = $44\frac{4}{9}$ = = 44 = 10 = 8 pf.
C = $\frac{200}{9}$ = = $22\frac{2}{9}$ = = 22 = 5 = 4 =
D = $\frac{150}{9}$ = = $16\frac{2}{3}$ = = 16 = 16 =
E = $\frac{150}{9}$ = = $16\frac{2}{3}$ = = 16 = 16 =

In diesem Aufsatz der Berechnung darf man die Factoren des Divisor gegen die zu summirenden Zahlen des Dividendus nicht verkleinern, obgleich erstere, und von denen leztern die 6, die 3, und 3, durch 3 ohne Reste theilbar sind; weil nicht alle zu summirende Zahlen durch 3 ohne Rest theilbar sind; hingegen kann man beyde Factoren des Divisor durch 8 und auch gegen jeden dieser Factoren den gemeinschaftlichen Factor 3200 des Dividendus durch 8 verkleinern, so bekommt man zu dem gemeinschaftlichen Divisor die Factoren 3 . 3 und zum gemeinschaftlichen

Factor des Dividendus 50; übrigens verfährt man wieder wie zuvor.

Vierte Aufgabe.

5 Personen müssen 10050 Rthlr. bezahlen; wenn nun A $\frac{1}{4}$ + 100 Rth. B $\frac{1}{5}$ + 80 Rth. C $\frac{1}{8}$ − 50 Rth. D $\frac{1}{10}$ − 80 Rthlr. und E den Rest bezahlt, was muß jeder bezahlen?

1) Man setzet wieder die gegebene Brüche unter einander, bringet selbige unter einen Nenner, addiret die neu erhaltenen Zähler, und gibt E zu seinem Theil die Differenz, welche durch die Subtraktion der Summa der Zähler von dem Hauptnenner entstehet, da nun hier der Hauptnenner = 40, die Summa der gegebenen Brüche = $\frac{27}{40}$, so bekommt E $\frac{40}{40} - \frac{27}{40} = \frac{13}{40}$ zu seinem Antheil; es beträgt also nunmehro die Summa der Zähler von allen fünf Theilen, 10 + 8 + 5 + 4 + 13 = 40.

2) Addiret man die außer denen Brüchen in der Aufgabe vorhandene ganze Zahlen, wie viel nemlich entweder ein jeder noch außer dem Bruch mehr oder weniger geben muß. Ersteres wird durch das Additionszeichen +, lezteres durch das Subtractionszeichen − angezeiget, und subtrahirt die kleinste Summe von der größesten; die erhaltene Differenz wird alsdenn entweder von der zur Vertheilung gegebene Größe subtrahiret oder zu selbiger addiret. Die Subtraction geschiehet, wenn die Summa derer durch das Additionszeichen verbundenen ganzen Zahlen größer war, als der durch das Subtractionszeichen verbundenen Zahlen, folglich die Differenz eine plus Größe ist; Die Addition geschiehet, wenn hingegen die Summe der durch das Sub-

tractionszeichen verbundenen Größen, die größeste ist, also die Differenz eine Minusgröße wird.

Da nun hier die Summa der plus Größen = 100 + 80 = 180 und die Summa der minus Größen = − 50 − 80 = − 130 so ist die Differenz 180 − 130 = 50, welche also eine plus Größe und von 10050 Rthlr. subtrahiret werden, es bleibt also die zu bezahlende Summa 10050 − 50 = 10000 Rthlr.; zu diese sucht man nun wie zuvor den Beytrag eines jeden; wenn solcher bestimmt, so wird

3) entweder zu selbigen die zuvor bey jeder Person vorhandene ganze Zahl addiret, wenn selbige eine plus Größe, oder subtrahirt, wenn selbige eine minus Größe, im ersten Fall gibt die Summa, im leztern die Differenz den wahren Beytrag jeder Person.

Aufsatz und Berechnung von dem Beytrag einer jeden Person.

A B C D E

x Rthlr. = 10 + 8 + 5 + 4 + 13

1 . ∅ Rthlr. = Rthlr. x∅∅∅∅ . 250

x = 10.250 + 8.250 + 5.250 + 4.250 + 13.250

x = 2500 + 2000 + 1250 + 1000 + 3250

Nach dieser angestellten Berechnung muß also

A bezahlen 2500 Rthlr. und nach der Aufgabe noch 100 Rthlr.

also überhaupt 2600 Rthlr.

B bezahlen 2000 Rthlr. und nach der Aufgabe noch 80 Rthlr.

also überhaupt 2080 Rthlr.

C bezahlen 1250 Rthlr. und nach der Aufgabe
— 50 Rthlr.

---

also überhaupt 1200 Rthlr.

D bezahlen 1000 Rthlr. und nach der Aufgabe
— 80 Rthlr.

---

also überhaupt 920 Rthlr.

E bezahlen 3250 Rthlr. welche ohnverändert bleiben.

Daß die Summa dieser sämtlichen Beyträge = der ganzen Schuld, zeiget folgender Aufsatz, in welchem nicht nur jeder Beytrag, sondern auch die gegebenen Brüche und dieser ihre neue Zähler welche durch die Bestimmung des Generalnenner entstanden, bemerket sind.

A = $\frac{1}{4}$.	10 =	10 =	2600 Rthlr.
B = $\frac{1}{5}$.	8 =	8 =	2080 "
C = $\frac{1}{8}$.	5 =	5 =	1200 "
D = $\frac{1}{10}$.	4 =	4 =	920 "
E = R. $\frac{13}{40}$	=	13 =	3250 "
Summa	40 =		10050 Rthlr.

Fünfte Aufgabe.

Von 4300 Stück Ducaten soll A $\frac{1}{2}$ + 50, B $\frac{1}{3}$ + 100, C $\frac{3}{5}$ + 280 Stück haben, was bekommt ein jeder?

1) Die Brüche werden wieder wie zuvor unter einen Hauptnenner welcher hier = 30, gebracht, und die neuen Zähler addiret.

2) Werden die angezeigten Stück Ducaten welche jede Person noch besonders haben sollen, hier addiret und diese Summa, welche 50 + 100 + 280 = 430 von 4300 subtrahiret, weil diese Summa 430 eine plus Größe ist, so gibt die Differenz 4300 — 430 = 3870 Stück Dukaten, von welchen der Antheil

jeder Person bestimmt, und zu selbigen die erst erwähnten Stücke addiret werden.

Aufsatz der gegebenen Brüche.

A = $\frac{1}{2}$. 15 = 15
B = $\frac{1}{3}$. 10 = 10
C = $\frac{3}{5}$. 6 = 18

Summa 43

Aufsatz und Berechnung des jeder Person zugehörigen Theils.

A B C
x Stück Ducaten = 15 + 10 + 18
AB = Stück Ducaten 3870 . 90

$$x = \frac{15 \cdot 90 + 10 \cdot 90 + 18 \cdot 90}{1350 + 900 + 1620}$$

Es bekommt also

A	1350 + 50	=	1400 Stück
B	900 + 100	=	1000 Stück
C	1620 + 280	=	1900 Stück
		Summa	4300 Stück

Sechste Aufgabe.

Von 10790 Rthlr. soll A $\frac{1}{3}$ + 168 Rthlr. B $\frac{3}{4}$ − 272 Rthlr. C $\frac{5}{8}$ + 253 Rthlr. D $\frac{7}{12}$ − 359 Rthlr. haben, was bekommt ein jeder?

1) Die Brüche werden wieder wie zuvor behandelt und ist alsdann

$$A = \frac{1}{3} \cdot 8 = 8$$
$$B = \frac{3}{4} \cdot 6 = 18$$
$$C = \frac{5}{8} \cdot 3 = 15$$
$$D = \frac{7}{12} \cdot 2 = 14$$
$$\text{Summa } 55$$

2) Werden von denen gegebenen ganzen Zahlen die plus und minus Größen besonders addiret; die plus Größen sind $168 + 253 = 421$. Die minus Größen sind $-272 - 359 = -631$.

3) Werden beyde erhaltene Summen von einander subtrahirt, da nun hier die Summa der minus Größen die größeste ist, so wird die Differenz eine minus Größe, und wird also diese Differenz welche $= -210$ nach der Vorschrift zu der Vertheilung gegebene 10790 Rthlr. addiret, und von der Summa $10790 + 210 = 11000$ Rthlr. jeder Person Antheil gesucht. Wenn solcher gefunden, so wird

4) Zu den Antheil von A noch 168 Rthlr., von C noch 253 Rthlr. addiret, hingegen von B Antheil 272 Rthlr. und von D Antheil 359 Rthlr. subtrahiret.

Aufsatz und Berechnung von dem jeder Person zugehörigen Theil.

	A	B	C	D
x Rthlr.	= 8	+ 18	+ 15	+ 14
55	= Rthlr. xxØØØ	. 200		

$$x = 8 \cdot 200 + 18 \cdot 200 + 15 \cdot 200 + 14 \cdot 200$$
$$x = 1600 + 3600 + 3000 + 2800$$

Es bekommt also von denen gegebenen 10790 Rthlr.

A	1600	+ 168	=	1768 Rthlr.
B	3600	− 272	=	3328 =
C	3000	+ 253	=	3253 =
D	2800	− 359	=	2441 =
			Summa	10790 Rthlr.

Siebente Aufgabe.

A ist schuldig zu zahlen an B 200 Rthlr., an C 340 Rthlr., an D 460 Rthlr. Weil er nicht bezahlen kann, so wird sein Haus zu 620 Rthlr. verkauft und denen Creditoren diese 620 Rthlr. zu ihrer Bezahlung ausgezahlet, wie viel hat ein jeder davon zu seinem Antheil erhalten?

Man setzet sämtliche Forderungen unter einander, addiret selbige, und sucht alsdann zu jeder Forderung den Antheil von denen vorhandenen 620 Rthlr. als

B	h. zu ford. 200	Rth. u. erhalt.	124	Rthl.
C	= = 340	= = =	210 =	19 ggr. $2\frac{4}{10}$ pf.
D	= = 460	= = =	285 =	4 = . $9\frac{6}{10}$ =
Summa	1000	Summa	620	Rthlr.

Aufsatz und Berechnung.

	B	C	D
x Rthlr.	= Rthlr. 20Ø	+ 34Ø	+ 46Ø
100Ø Rthlr.	= Rthlr. 62Ø		

$$10x = 20 \cdot 62 + 34 \cdot 62 + 46 \cdot 62$$

$$10x = 1240 + 2108 + 2852$$

$$x = \frac{1240}{10} + \frac{2108}{10} + \frac{2852}{10}$$

Es bekommt also von obige 620 Rthlr.

B $\frac{1}{1}\frac{2}{0}\frac{4}{0}$ Rth. = 124 Rthlr.
C $\frac{2}{1}\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{8}{}$ = = $210\frac{8}{10}$ Rth. = 210 = 19 ggr $2\frac{4}{10}$ pf.
D $\frac{2}{1}\frac{8}{0}\frac{5}{0}\frac{2}{}$ = = $285\frac{2}{10}$ = = 285 = 4 = $9\frac{6}{10}$ =

Achte Aufgabe.

A ist schuldig zu zahlen an B 200 Rthlr.; an C 340 Rthlr.; an D 460 Rthlr. Er trift aber mit seinen Creditoren den Vergleich, daß selbige für ihre Forderung 80 pro Cent nehmen, was bekommt ein jeder?

Man setzet hier nicht in dem Aufsatz der Berechnung die Summa der Schulden, welche = 200 + 340 + 460 = 1000 Rthlr. weil in der Aufgabe keine Größe vorhanden, welche dieser Summa eigen ist; sondern man setzet statt dieser Summa, 100 Rthlr. und an statt der zu der Vertheilung gegebenen Größe 80 Rthlr. und sucht alsdann zu jeder Schuld die Zahlung. Sind nun alle diese Theile bestimmt, so addiret man solche und sucht zu der Summa der Schulden, welche = 1000 Rthlr. den Betrag der Zahlung zu 80 pro Cent. Trift nun dieser mit der Summa der zuvor berechneten Theile überein, so ist für jeden Creditor der ihm zukommende Theil bestimmt.

B	hat zu fordern	200	Rthlr.	hat erhalten		160	Rthlr.
C	= = =	340	=	= = =	=	272	=
D	= = =	460	=	= = =	=	368	=
	Summa	1000		Summa		800	Rthlr.

Aufsatz und Berechnung.

	B	C	D
x Rthlr. Zahlung = Rthlr. Forderung	200	+ 340	+ 460
100 Rthlr Forderung = Rthlr. Zahlung	80.		

$$\frac{x = 20 \cdot 8 + 34 \cdot 8 + 46 \cdot 8}{x = 160\text{ Rthlr.} + 272\text{ Rthlr.} + 368\text{ Rthlr.}}$$

Sucht man nun zu der Summa der Forderung den Betrag der Zahlung ebenfals zu 80 pro Cent, so ist

Auffatz und Berechnung.

x Rthlr. Zahlung = Rthlr. Forderung 1000
100 Rthlr. Forderung = Rthlr. Zahlung 80

x = 10 . 80 = 800 Rthlr

also wieder gleich der Summa erstberechneter Theile der Zahlung.

Neunte Aufgabe.

A hat zu fordern 1720 Rth. und 3 jähr. Zinse zu 5 pro Cent
B = = = 1360 Rth. und 2 jähr. Zinse zu 4 pro Cent
C = = = 1780 Rth. und 4 jähr. Zinse zu 5 pro Cent

Sämtliche Creditoren vergleichen sich mit ihrem Debitor für die Summa ihrer Forderung an Capital und Zinsen 65 pro Cent zu nehmen; wieviel bekommt ein jeder Creditor für seine Forderung nach diesem Vergleich?

1) Man berechnet zuerst die Zinsen, welche ein jeder Creditor zu fordern, und addiret selbige zu dem schuldigen Capital, so gibt diese Summa die Forderung eines jeden Creditor.

Auffatz und Berechnung des Betrags der Zinsen.

	A	B	C
x Rth. Zinse = Rth. Cap.	172Ø. 3 +	136Ø. 2 +	178Ø. 4
100 Rthlr Cap. = Rth. Zinse	5 +	4 +	5

10 x = 172 . 3 . 5 + 136 . 2 . 4 + 178 . 4 . 5

10 x = 2580 + 1088 + 3560

$x = \frac{2580}{10} + \frac{1088}{10} + \frac{3560}{10}$

Es hat also zu fordern

A an Capital = = = 1720 Rthlr.
an Zinse $\frac{258}{100}$ Rthlr. = 258 Rthlr.

also in Summa 1978 Rthlr.

B an Capital = = = 1360 Rthlr.
an Zinse $\frac{108\frac{8}{10}}{100}$ Rthlr. = $108\frac{8}{10}$ Rthlr.

also in Summa $1468\frac{8}{10}$ Rth. = $\frac{14688}{100}$ Rth.

C an Capital = = = 1780 Rthlr.
an Zinse $\frac{356}{100}$ Rthlr. = 356 Rthlr.

also in Summa 2136 Rthlr.

2) Sucht man zu jeder Forderung nach dem getroffenen Vergleich die Zahlung zu 65 pro Cent wovon

Aufsatz und Berechnung.

	A	B	C
x Rthlr. Zahl = Rthlr. Forder.	1978	+ $\frac{14688}{100}$	+ 2136
100 Rthlr Forderung = Rthlr. Zahlung		65	

$$100\,x = 1978 \cdot 65 + \frac{14688}{100} \cdot 65 + 2136 \cdot 65$$

$$100\,x = 128570 + \frac{954720}{100} + 138840$$

$$x = \frac{1285700}{1000} + \frac{954720}{10000} + \frac{1388400}{10000}$$

Es bekommt also

A $\frac{1285700}{1000}$ Rth. = $\frac{12857}{10}$ Rth. = 1285 Rth. 16 ggl. $9\frac{6}{10}$ d.
B $\frac{954720}{10000}$ Rth. = $\frac{9547}{100}$ Rth. = 954 = 17 = $3\frac{36}{100}$
C $\frac{1388400}{10000}$ Rth. = $\frac{1388}{10}$ Rth. = 1388 = 9 = $7\frac{2}{10}$

3) Sucht man zu der Summa der Forderung sämtlicher Creditoren die Zahlung zu 65 pro Cent, so muß diese der Summa erstgefundener Zahlung gleich seyn.

Da nun nach angestellter Berechnung

die Forderung von		die Zahlung zu 65 pro Cent von
A = 1978 Rthlr.	=	1285 Rthlr. 16 ggl $9\frac{6}{10}$ pf.
B = $1468\frac{8}{10}$ "	=	954 " 17 " $3\frac{36}{100}$ "
C = 2136 "	=	1388 " 9 " $7\frac{2}{10}$ "
$5582\frac{8}{10}$	Summa	3628 Rthlr. 19 ggl. $8\frac{16}{100}$ pf.

so ist

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Zahlung = Rthlr. Forderung $\frac{5582}{10}\frac{8}{0}$

100 Rthlr. Forderung = Rthlr. Zahlung 65

x = $\frac{362}{10}\frac{88}{0}\frac{2}{0}$ Rthlr. = 3628 Rthlr. 19 ggl. $8\frac{16}{100}$ pf.

Zehnte Aufgabe.

5 Personen kaufen ein Schiff, zu diesem Ankauf zahlet A 625 Mrk., B 1250 Mrk., C 1875 Mrk., D 2500 Mrk., E 3750 Mrk.

Was kostet das Schiff und was für einen Theil hat jeder Käufer an dem Schiff?

1) Die Summa der bezahlten Gelder bestimmt den Werth des Schiffs, selbiger ist also

625 + 1250 + 1875 + 2500 + 3750 = 10000 Mrk.

2) Dieser gefundene Werth bestimmt das Ganze, an welchem die 5 Personen Antheil haben, und die von jeder Person bezahlten Gelder bestimmen, wie viele Theile von diesem Ganzen jeder Person zukommt. Es sind also alle bezahlte Gelder die Zähler von Brüchen, deren Nenner = 10000 ist. Setzet man nun

3) Die von jeder Person bezahlten Gelder mit der Summa von 10000 bruchweise, und verkleinert diese Brüche, so bekommt man den jeder Person zugehörigen Antheil. Es hat also an dem Schiff

A $\frac{625}{10000} = \frac{625}{10000} : \frac{625}{625} = \frac{1}{16}$ Theil
B $\frac{1250}{10000} = \frac{1250}{10000} : \frac{1250}{1250} = \frac{1}{8}$
C $\frac{1875}{10000} = \frac{1875}{10000} : \frac{625}{625} = \frac{3}{16}$
D $\frac{2500}{10000} = \frac{2500}{10000} : \frac{2500}{2500} = \frac{1}{4}$
E $\frac{3750}{10000} = \frac{3750}{10000} : \frac{1250}{1250} = \frac{3}{8}$

Man kann aber auch die Größe des Antheils jeder Person an dem Schiff durch die Regula Detri directa bestimmen.

Man nimmt alsdenn den Werth des ganzen Schiffs von 10000 mk. = 1 an, wie folgende Berechnung zeiget

	A	B	C	D	E
x Th. v. Sch. = mk	625	+ 1250	+ 1875	+ 2500	+ 3750

10000 mk. = Schiff 1

16x	=	1	+ 2	+ 3	+ 4	+ 6
x	=	$\frac{1}{16}$	+ $\frac{2}{16}$	+ $\frac{3}{16}$	+ $\frac{4}{16}$	+ $\frac{6}{16}$

Hier waren alle zusummirende Glieder des Dividendus als der Divisor durch 625 ohne Rest theilbar, es entstand durch diese Verkleincrung der gemeinschaftliche Divisor 16, und dieser wird nunmehro der gemeinschaftliche Nenner aller erhaltenen Zähler.

Der Werth des Schiffes ist also in 16 gleiche Theile getheilet, von welchen

A $\frac{1}{16}$, B $\frac{2}{16}$, C $\frac{3}{16}$, D $\frac{4}{16}$, E $\frac{6}{16}$ zugehöret.

Es beträgt also auch hier jeder Theil eben so viel wie vorhin, denn $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ und $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$, ferner $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

Man hat aber durch diese Art der Berechnung den Vortheil, daß alle erhaltene Brüche einerley Nenner haben, und nicht erst unter einerley Benennung dürfen gebracht werden.

Eilfte Aufgabe.

Ein Schiff, welches 2385 Rthlr. kostet, gehöret 5 Rhedern und dem Schiffer.

An diesem Schiffe hat A $\frac{1}{4}$, B $\frac{1}{8}$, C $\frac{1}{6}$, D $\frac{3}{16}$, E $\frac{5}{24}$, und der Schiffer den Rest zu seinem Antheil.

Dieses Schiff wird von folgenden Kaufleuten mit Korn beladen, als

F liefert 24 Last Weizen, die Last frey an Bord zu 62$\frac{1}{2}$ Rthlr.

G liefert 22$\frac{1}{2}$ Last Roggen, die Last frey an Bord zu 53$\frac{1}{3}$ Rthlr.

H liefert 21 Last Gersten, die Last frey an Bord zu 41$\frac{2}{3}$ Rthlr.

I liefert 12$\frac{1}{2}$ Last Haver, die Last frey an Bord zu 24 Rthlr.

Dem Schiffer wird von diesen Befrachtern zu der Fracht versprochen

Von einer Last Weizen 15 Rthlr.
Von einer Last Roggen 12 =
Von einer Last Gersten 10 =
Von einer Last Haver 8 =

Das Schiff leidet auf der Reise durch Sturm einen Schaden, welcher 435 Rthlr. beträgt, und der Schiffer hat, um das Schiff zu erleichtern, von der Ladung 8 Last Weizen, 6 Last Roggen, 3 Last Gersten, 2$\frac{1}{2}$ Last Haver über Bord werfen müssen.

Den sowohl durch das beschädigte Schiff als verlornen Korns entstandenen Verlust müssen sowohl die Rhe-

ders mit dem Schiffer, als auch die Befrachter übernehmen, wie viel müssen erstere und letztere

1) überhaupt übernehmen,

2) wie viel beträgt von jeder Person der Verlust?

Berechnung.

1) Bestimmt man die Größe des ganzen Verlustes, dieser beträgt

a) wegen des beschädigten Schiffes 435 Rthlr.
b) wegen des über Bord geworfenen Korns 1005 "

also in Summa 1440 Rthlr.

Aufsatz und Berechnung des über Bord geworfenen Korns.

	Weizen	Roggen	Gersten	Haver
x Rthlr. = Last	8	+ 6	+ 3	+ $\frac{5}{2}$
1 Last = Rthlr.	$\frac{125}{2}$	+ $\frac{160}{3}$	+ $\frac{125}{3}$	+ 24

$$x = \frac{8.125}{2} + \frac{6.160}{3} + \frac{3.125}{3} + \frac{5.24}{2}$$

$$x = 4.125 + 2.160 + 125 + 5.12$$

$$x = 500 + 320 + 125 + 60$$

Es beträgt also das über Bord geworfene Korn, 500 + 320 + 125 + 60 = 1005 Rthlr. wie oben bemerket.

2) Berechnet man die dem Schiffer zugehörige Fracht. Diese beträgt

360 + 270 + 210 + 100 = 940 Rthlr. wovon

Aufsatz und Berechnung.

	Weizen	Roggen	Gerste	Haver
x Rthlr. Fr. = Last	24	+ $\frac{45}{2}$	+ 21	+ $\frac{25}{2}$
1 Last = Rthlr. Fr.	15	+ 12	+ 10	+ 8

$$x = 24.15 + \frac{45.12}{2} + 21.10 + \frac{25.8}{2}$$

$$x = 24.15 + 45.6 + 21.10 + 25.4$$

$$x = 360 + 270 + 210 + 100$$

3) Addiret man laut der Hanseestädte Seerecht zu dieser Fracht den Werth, zu welchen das Schiff gekauft, so ist

$$940 + 2385 = 3325 \text{ Rthlr.}$$

der Werth des Schiffes, welches denen fünf Rheders und dem Schiffer eigen.

4) Bestimmt man den Werth der Ladung, wovon

Aufsatz und Berechnung.

	Weizen	Roggen	Gerste	Haver
x Rthlr. = Last	24	+ $\frac{45}{2}$	+ 21	+ $\frac{25}{2}$
1 Last = Rthlr.	$\frac{125}{2}$	+ $\frac{160}{3}$	+ $\frac{125}{3}$	+ 24

$$x = \frac{24.125}{2} + \frac{45.160}{2.3} + \frac{21.125}{3} + \frac{25.24}{2}$$

$$x = 12.125 + 15.80 + 7.125 + 25.12$$

$$x = 1500 + 1200 + 875 + 300$$

Der Werth der Schiffsladung ist also

$$1500 + 1200 + 875 + 300 = 3875 \text{ Rthlr.}$$

welche denen vier Befrachters zugehöret. Da nun

5) Den erlittenen Verlust von 1440 Rthlr. sowohl die Rheders mit dem Schiffer, als die Befrachter über-

nehmen müssen; so müssen erstere nach dem Werthe des Schiffes, welcher = 3325; letztere hingegen nach dem Werthe der Ladung, welcher = 3875 Rthlr. den Schaden tragen, es gibt also

3325 + 3875 = 7200

die Summa des Ganzen, welches die 1440 Rthlr. Verlust übernehmen muß. Von diese 1440 Rthlr. müssen die Rheder und Schiffer übernehmen 665 Rthlr. die Befrachter übernehmen 775 Rthlr., wovon

Aufsatz und Berechnung.

	Rheder u. Schiffer		Befrachter
x Rthlr.	= Rthlr. 3325	+	3875 = x
7200 Rthlr.	= Rthlr. 1440		

x = 665 + 775

6) Berechnet man, wie viel jedem Rheder und dem Schiffer dieser Verlust beträgt.

Da nun der Antheil an dem Schiff von

A	= $\frac{1}{4}$	= $\frac{1}{4}$.12	= 12
B	= $\frac{1}{8}$	= $\frac{1}{8}$.6	= 6
C	= $\frac{1}{6}$	= $\frac{1}{6}$.8	= 8
D	= $\frac{3}{16}$	= $\frac{3}{16}$.3	= 9
E	= $\frac{5}{24}$	= $\frac{5}{24}$.2	= 10
Schiffer = Rest		= $\frac{3}{48}$	= 3
		Summa	48

so ist der Werth des Schiffes ohne Ladung in 48 gleiche Theile getheilet, es wird also der Verlust von 665 Rthlr. auch in 48 gleiche Theile getheilet. Von diesen muß also übernehmen

A	= 12 =	166 Rthlr	6 ggl.	
B	= 6 =	83 ″	3 ″	
C	= 8 =	110 ″	20 ″	
D	= 9 =	124 ″	16 ″	6
E	= 10 =	138 ″	13 ″	
Schiffer	= 3 =	41 ″	13 ″	6
	48 =	665 Rthlr.		

wie folgende Berechnung zeiget

	A	B	C	D	E	Schiffer
x Rthlr. =	12	+ 6	+ 8	+ 9	+ 10	+ 3
48 =	Rthlr. 665					

$$x = \frac{12.665}{48} + \frac{6.665}{48} + \frac{8.665}{48} + \frac{9.665}{48} + \frac{10.665}{48} + \frac{3.665}{48}$$

$$x = \frac{665}{4} + \frac{665}{8} + \frac{665}{6} + \frac{1995}{16} + \frac{6650}{48} + \frac{665}{16}$$

Es muß also von denen 665 Rthlr. Verlust übernehmen

A $\frac{665}{4}$ Rthlr.	= $166\frac{1}{4}$ Rthlr.	= 166 Rthlr.	6 ggl.
B $\frac{665}{8}$ ″	= $83\frac{1}{8}$ ″	= 83 ″	3 ″
C $\frac{665}{6}$ ″	= $110\frac{5}{6}$ ″	= 110 ″	20 ″
D $\frac{1995}{16}$ ″	= $124\frac{11}{16}$ ″	= 124 ″	16 ″ 6 pf.
E $\frac{6650}{48}$ ″	= $138\frac{26}{48}$ ″	= 138 ″	13 ″
Sch. $\frac{665}{16}$ Rthlr.	= $41\frac{9}{16}$ Rth.	= 41 Rth.	13 ggl. 6 pf.

7) Die Befrachter müssen 775 Rthlr. Verlust übernehmen, wie viel solches einem jeden beträgt, bestimmt die Größe des Werthes der einem jeden zugehörigen Ladung.

Da nun

F der Weizen zugehöret und dessen Werth = 1500 Rthlr.
G der Roggen — — — — = 1200 "
H der Gersten — — — — = 875 "
I der Haver — — — — = 300 "

also die Ladung in Summa 3875 Rthlr.

so wird hier der Verlust von 775 Rthlr. in 3875 gleiche Theile getheilet, von welchen übernehmen muß

F = 1500 = 300 Rthlr.
G = 1200 = 240 "
H = 875 = 175 "
I = 300 = 60 "

3875 S. 775 Rthlr.

wie folgende Berechnung zeiget.

F G H I
x Rthlr. Verlust = Rthlr. 1500 + 1200 + 875 + 300
3875 Rthlr. = Rthlr. Verlust 775

$$x = \frac{1500}{5} + \frac{1200}{5} + \frac{875}{5} + \frac{300}{5}$$

$$x = 300 + 240 + 175 + 60$$

Zwölfte Aufgabe.

Sieben Kinder fället aus einer Erbschaft ein Vermögen von 124800 mk. zu. Nach dem Vermächtniß soll

A $\frac{1}{8}$, B $\frac{1}{6}$, C $\frac{1}{5}$, D $\frac{1}{10}$, E $\frac{1}{12}$, F $\frac{1}{4}$ und G den Rest haben. Vor der Auszahlung der Gelder sterben C und F, und vermachen ihren übrigen fünf Geschwistern ihren sämmtlichen Nachlaß, welcher außer erst erwähnter Erbportion noch aus 7020 Rthlr. bestehet,

unter der Bedingung, daß ihre Geschwister nach vorigen Verhältnissen die Erbschaft unter sich theilen sollen.

Was beträgt die Erbportion von A, B, D, E, G

1) Vor dem Absterben C und F,
2) nach dem Absterben C und F,
3) in Summa?

Berechnung.

1) Die Summa der gegebenen Brüche von A, B, C, D, E und F ist $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{0}$, es fehlet also noch $\frac{9}{1}\frac{9}{2}\frac{}{0}$ ehe dieser Bruch = 1 ist, also ist der Rest, welchen G haben soll, = $\frac{9}{1}\frac{}{2}\frac{}{0}$.

Die ganze Erbschaft von 124800 mk. wird also in 120 gleiche Theile getheilet, und es bekommt nach dem Vermächtniß

A $\frac{1}{8}$	=	$\frac{1}{8}$. 15	= 15	= 15600 mk.
B $\frac{1}{6}$	=	$\frac{1}{6}$. 20	= 20	= 20800 "
C $\frac{1}{5}$	=	$\frac{1}{5}$. 24	= 24	= 24960 "
D $\frac{1}{10}$	=	$\frac{1}{10}$. 12	= 12	= 12480 "
E $\frac{1}{12}$	=	$\frac{1}{12}$. 10	= 10	= 10400 "
F $\frac{1}{4}$	=	$\frac{1}{4}$. 30	= 30	= 31200 "
Gd. R. = $\frac{9}{120}$	=		9	= 9360 "
			Summa 120	= 124800 mk.

Aufsatz und Berechnung.

A

x mk. = 15 + 20 + 24 + 12 + 10 + 30 + 9
120 = mk. 124800

x = 15.1040 + 20.1040 + 24.1040 + 12.1040
+ 10.1040 + 30.1040 + 9.1040

x = 15600 + 20800 + 24960 + 12480 + 10400
+ 31200 + 9360.

2) Nach dem Absterben C und F bestehet die Erbschaft der übrigen fünf Geschwister wieder aus 77220 mk. als

a) aus denen Theilen, welche C und F aus der ersten Erbschaft erhalten, welche 24960 + 31200 = 56160 mk.

b) aus dem besondern Nachlaß von 7020 Rthlr. oder 7020.3 = 21060 mk.

Von diesen bekommt, weil nach dem Vermächtniß die Theilung auf erstere Art vorgenommen werden soll

A 15 = 17550 mk.
B 20 = 23400 =
D 12 = 14040 =
E 10 = 11700 =
G 9 = 10530 =

Summa 66 = 77220 mk.

Aufsatz und Berechnung.

	A	B	D	E	G
x mk.	= 15	+ 20	+ 12	+ 10	+ 9
66	= mk. 77220				

x = 15.1170 + 20.1170 + 12.1170 + 10.1170 + 9.1170

x = 17550 + 23400 + 14040 + 11700 + 10530

Aus beyder Erbschaften hat also erhalten

A 15600 + 17550 = 33150 mk.
B 20800 + 23400 = 44200 =
D 12480 + 14040 = 26520 =
E 10400 + 11700 = 22100 =
G 9360 + 10530 = 19890 =

Summa 68640 + 77220 = 145860 mk.

Aufgaben von Waaren-Berechnung.

§. 114.

Diese Berechnung lehret den Werth einer Waare in Gelde sowohl im Einkauf als Verkauf zu bestimmen. Sie erfordert aber zuförderst die Kenntniß, die Größe einer jeden Waare zu bestimmen, weil nach selbiger so wohl der Einkauf als Verkauf geschiehet.

§. 115.

Die Größe einer Waare wird bestimmt durch ihre Schwere; die Größe des Raums, welchen sie ausfüllet; ihre Stückzahl; Ausdehnung in der Länge; ihren Flächeninhalt; ihren körperlichen Inhalt.

1) Die Schwere einer Waare wird bestimmt durch das Gewicht, welches ein nach einer gewissen festgesetzten Schwere gewöhnlich von Metall verfertigter Körper ist, und in Deutschland und mehrern Ländern ein Pfund genennet wird. Dieses Pfund wird wieder in gleich große Theile getheilet. Nicht nur diese kleinern Gewichte, sondern auch die aus mehrern Pfunden bestehende Gewichte haben zum Theil wieder ihre besondere Benennungen; so wird z. E. ein Pfund an einigen Orten in Loth, und ein Loth in Quentin getheilet, und es werden eine festgesetzte Anzahl Pfunde ein Stein, Centner, Ließpfund, Schiffpfund, Last ꝛc. genennet. Sowohl die Schwere der Pfunde, ihre Eintheilung in kleinere Gewichte, die Benennung und Entstehung der größern Gewichte sind sehr verschieden. In Nelkenbrecher's Taschenbuch findet man von

dem Verhältniß der Schwere der Pfunde, ihrer Eintheilung, der Benennung größerer und kleinerer Gewichte die beste Anleitung.

2) Die Größe des Raums, welchen die Waaren einnehmen, bestimmt ein zu einer festgesetzten Größe verfertigter hohler Körper, welcher den allgemeinen Namen Maaß hat. Dieses Maaß ist ebenfals wieder in kleinere gleich große Maaße getheilet. Nicht nur diese, sondern auch ersteres, und eine festgesetzte Anzahl von erstern haben ihre besondere Benennungen, welche sowohl, als die Größe des erstern Maaßes, aus welchen sie entstanden, nicht an allen Orten gleich ist. Diese Maaße werden theils zu flüßigen Waaren, als Wein, Brandwein, Eßig, Bier ꝛc. theils zu trockenen Waaren, als Korn, Salz, Kohlen gebraucht, und nach diesen Gebrauch bekommen die Maaße wieder besondre Namen, so nennet man z. E. an einigen Orten

a) das Maaß, welches zu flüßigen Waaren gebraucht wird, und aus welchen die übrigen größern und kleinern Maaßen entstehen, eine Kanne; die größern Maaßen Stübchen, Anker, Eymer, Ohm, Ochshoft ꝛc.; die kleinern Maaßen, Quartier, Nößel ꝛc.

b) das Maaß, welches zu trockenen Waaren gebraucht wird, und aus welchen ebenfals die größern und kleinern Maaßen entstehen, eine Himte; die größern Maaßen Scheffel, Malter, Wispel, Fuder ꝛc. die kleinern Metze, Wieglast ꝛc. Auch hier sind die Maaßen, aus welchen die übrigen entstehen,

eben sowohl in der Größe als in der Benennung, verschieden. In Nelkenbrechers Taschenbuch findet man auch hiervon Nachricht.

3) Die Stückzahl bestimmt bey verschiedenen Waaren ihre Größe, und es entstehen durch die Vielheit der vorhandenen Stücke folgende Benennungen, z. E.

Man nennet 12 Stück ein Dosin oder Dutzend, 12 Dutzend ein Grötgen oder Groß; 15 Stück ein Mandel, 20 Stück eine Steige; 60 Stück ein Schock, 120 Stück ein groß Hundert, 1200 Stück ein groß Tausend. Ferner bey denen Fellen oder Thierhäuten nennt man 10 Stück ein Decher, 4 Decher ein Zimmer.

Bey denen Waaren, welche nach Tonnen verkauft werden, nennt man 12 auch 18 Tonnen eine Last, bey dem Papier nennt man 24 Bogen ein Buch, 20 Buch ein Rieß, 10 Rieß einen Ballen.

Von allen Arten dieser Benennung, welche an diesem oder jenen Ort eingeführt ist, gibt Nelkenbrechers Taschenbuch ebenfals Nachricht.

4) Die Größe einer Waare durch ihre Länge zu bestimmen, geschiehet durch einen nach einer gewissen Länge verfertigten Stock, welcher gewöhnlich den Namen Elle hat; hiemit werden wie bekannt, seiden, wollen und leinen Waaren gemessen. Auch diese Ellen sind von verschiedener Länge, und haben zuweilen auch andre Namen.

5) Die Bestimmung der Größe durch den Flächeninhalt wird bey Berechnung des innern Raum der Figuren gebraucht, sie gründet sich auf die Berechnung eines

Quadrats, man nennet daher auch den berechneten Flächeninhalt, den Quadratinhalt einer Figur. Sie erfordert die Länge und Breite der Figur zu wissen, und diese wird durch einen nach einer festgesetzten Länge verfertigten Stange, Kette oder Schnure gemessen. Man nennt dieses Maaß gewöhnlich eine Ruthe, welche in verschiedene gleich große Theile, welche man Fusse nennet, und diese wieder in gleich große Theile, welche man Zolle nennt, getheilet sind, bestehet der gefundene Flächeninhalt aus einer bestimmten Anzahl Ruthen, welche nun Quadratruthen genennet werden, so nennet man solche an einigen Orten einen Morgen ꝛc.

Bey dieser Maaße ist noch zu bemerken; man nennt überhaupt das Maaß, welches die Länge einer Linie anzeiget, Längenmaaß; das Maaß hingegen, welches durch die Berechnung des Flächeninhalts einer Figur entstanden, Quadratmaaß.

Die Länge und Eintheilung der Ruthen und Fuße ist eben so verschieden, wie die Länge der Ellen. Von beyden findet man auch in Nelkenbrechers Taschenbuch Nachricht.

6) Die Bestimmung der Größe durch den körperlichen Inhalt wird vorzüglich bey der Holzberechnung gebraucht, und erfordert die Länge, Breite und Dicke des Körpers, welchen man berechnet, zu wissen. Durch das Längenmaaß bestimmt man die Länge, Breite und Dicke. Durch die mit diesem Maaß angestellte Berechnung, welche sich auf die Berechnung eines Würfel oder Cubus gründet, entstehet der körperliche oder cubische Inhalt eines Körpers.

§. 116.

Die Waaren, welche nach dem Gewichte eingekaufet oder verkaufet werden, sind entweder mit dem Gefäß oder Emballage, worinn sie befindlich, oder ohne selbiges gewogen.

Im erstern Fall nennet man das Gewicht derselben Sporco oder Brutto, im letztern Fall aber Nettogewicht.

Bey dem Verkauf der Waare nach dem Gewicht wird gewöhnlich in Ganzen der Handel nach Nettogewicht geschloßen, und der Betrag des Nettogewicht bezahlet. Weil aber nicht allemal die Waaren ohne Gefäß oder Emballage gewogen werden können, so wird entweder für jedes Faß, Tonne, Emballage einige Pfund oder für jede 100 Pfund das Bruttogewicht einige Pfund für die Schwere des Gefäßes ꝛc. gerechnet, welche Käufer von dem erhaltenen Bruttogewicht abziehet, und den gebliebenen Rest als Nettogewicht bezahlet. Beyde Arten von Abzug nennet man Thara; und zwar erstere Thara pro Stück, letztere Thara pro Cent.

Thara ist also der Abzug am Gewicht. Die Ursachen dieses Abzuges, welches man Thariren nennet, sind folgende

1) wegen des Gewichts der Fässer, Emballage ꝛc. wie eben angeführet;

2) wenn Verkäufer die Waare in seinem Hause und nicht auf der Stadtwage gewogen, und dieserhalb etwas vergütet. Man nennet dieses Thara für gut Gewicht.

Diese Thara wird allemal procentweise bestimmt.

3) wenn nach eingeführter Gewohnheit ohne die Thara pro Cent für die Emballage ꝛc., noch etwas an dem Gewicht vergütet wird. Dieses nennet man auch Thara für gut Gewicht, und wird auch procentweise bestimmt.

4) wenn unter der Waare unreines vorhanden, oder selbige im Wasser Schaden gelitten. Diese erstere Art der Vergütung nennt man Thara für Fusti, Gerbelur, und letztere Vergütung Refactie.

Auch diese beyden Thara werden procentweise bestimmt.

Alle Thara pro Cent wird allemal in oder von 100 gerechnet, das heißt, man nimmt allemal das Gewicht, von welches abgezogen werden soll, als 100 Pfund, und das Gewicht welches ich an dessen Stelle erhalte, als 100 ℔ – der Thara an, z. E.
es soll 5 pro Cent wegen der Fässer thariret werden,
so sind 100 ℔ Brutto = 95 ℔ Netto,
oder es soll wegen Fusti, Gerbelur, Refactie 3 pro Cent thariret werden, so sind

100 ℔ vor dem Abzug = 97 ℔ nach dem Abzug.

Zuweilen wird auch an einigen Orten die Thara pro Cent wegen des Gewicht der Fässer und Emballage auf 100 berechnet, das heißt, sie nehmen 100 ℔ als Nettogewicht, und 100 ℔ + der Thara als das Bruttogewicht

an. Wenn also z. E. 3 pro Cent auf 100 thariret würde, so sind

103 ℔ Brutto = 100 ℔ Netto.

Es ist also nicht einerley, ob die Thara pro Cent auf oder in 100 gerechnet wird. Erstere ist dem Verkäufer, letztere dem Käufer zuträglicher.

Die Thara für gut Gewicht und Refactie ꝛc. wird allemal vom Bruttogewicht berechnet.

Wenn von einer Waare das Bruttogewicht und die Thara pro Stück gegeben, so bestimmt die Subtraction der Thara von dem Bruttogewicht das Nettogewicht derselben, z. E. die Waare wäget 80 ℔ Brutto, das Gefäß, worinn sie befindlich, wäget 9 ℔, so ist das Nettogewicht dieser Waare = 80 ℔ Brutto − 9 ℔ Thara = 71 ℔ Netto.

Betrüge aber von eben diese 80 ℔ Brutto die Thara 9 pro Cent, so bestimmt die Regula Detri directa sowohl auf als in 100 das Nettogewicht, weil sich hier die Größe der Antwort nach der Größe der Frage richtet. Es wäre also die Berechnung des Nettogewicht von 80 ℔ Brutto

1) auf 100.

x	℔ Netto	=	℔ Brutto 80
109	℔ Brutto	=	℔ Netto 100
109x		=	80 . 100
109x		=	8000
x		=	$\frac{8000}{109}$ = $73\frac{43}{109}$ ℔ Netto.

2) in 100.

x ℔ Netto = ℔ Brutto 80
100 ℔ Brutto = ℔ Netto 91

100x = 80 . 91

100x = 728

x = $\frac{728}{100}$ = $72\frac{8}{10}$ ℔ Netto.

Die hier berechnete Aufgaben sind folgende.

§. 117.

Bestimmung des Preises einer Waare nach der Größe der Waare.

Erste Aufgabe.

Wenn 300 ℔ mit 60 Rthlr. bezahlt werden, was kosten 40 ℔ von eben dieser Waare in eben dem Gelde, mit welchen erstere 300 ℔ bezahlet sind?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. = ℔ 40
300 ℔ = Rthlr. 60

x = 4 . 2 = 8 Rthlr.

Zweyte Aufgabe.

300 ℔ werden mit $28\frac{2}{3}$ Rthlr. bezahlet, was muß man in eben diesem Gelde vor $22\frac{1}{2}$ ℔ eben der Waare geben?

1) Der Preis von 300 ℔ wird eingerichtet, so wird
$28\frac{2}{3}$ Rthlr. = $\frac{86}{3}$ Rthlr.

2) Der vermischte Bruch $22\frac{1}{2}$ ℔ wird eingerichtet, so wird $22\frac{1}{2}$ ℔ = $\frac{45}{2}$ ℔.

Alsdenn ist.

Auffatz und Berechnung.

2 . 3 . x Rthlr. = ℔ $\frac{45}{2}$

300 ℔ = Rthlr. $\frac{86}{3}$

x = $\frac{43}{2}\frac{0}{0}$ Rthlr. = 2 Rthlr. 3 ggl. $7\frac{1}{3}$ pf.

Dritte Aufgabe.

36 ℔ werden mit 2 Rthlr. 17 ggl. 6 pf. bezahlet, was kosten 300 ℔ von eben dieser Waare, in eben dem Gelde?

Man bestimmt den Preis der 36 ℔ in Pfennige, so sind 2 Rthlr. 17 ggl. 6 pf. = 786 pf. Alsdenn ist

Auffatz und Berechnung

x Rthlr. = ℔ 300
36 ℔ = pf. 786
12 pf. = ggl. 1
24 ggl. = Rthlr. 1

4 . 36x = 25 . 131

144 x = 3275

x = $\frac{3}{1}\frac{2}{4}\frac{7}{4}\frac{5}{4}$ Rthl. = 22 Rth. 17 ggl. 10 pf.

Vierte Aufgabe.

Ein Oxhoft Wein wird auf der Stelle mit 40 Rthlr. bezahlet, die Fracht beträgt 3 Rthlr., an Lagergeld wird 2 Rthlr. und an Accise 14 Rthlr. 4 ggl. entrichtet. Da

nun 1 Orhoft = 6 Anker, ein Anker = 10 Stübchen, ein Stübchen = 4 Quartier, was kostet ein Quartier von diesem Wein in eben dem Gelde, worinn diese sämtliche Ausgabe bezahlet ist?

1) Man addiret alle bezahlten Gelder, so gibt deren Summa den wahren Werth des Orhofts.

Da nun der Wein auf der Stelle kostet 40 Rthlr.
Die Fracht beträgt 3 =
Das Lagergeld 2 =
Die Accise 14 = 4 ggl.

so kostet das Orhoft Wein 59 Rthlr. 4 ggl.

2) Verwandelt man entweder diesen gefundenen Werth in Gutegroschen, so sind 59 Rthlr. 4 ggl. = 1420 ggl. oder man verwandelt die 4 ggl. in dem Werth eines Thalers, so sind 4 ggl. = $\frac{4}{24}$ Rthlr. = $\frac{1}{6}$ Rthlr. und richtet alsdenn den vermischten Bruch $59\frac{1}{6}$ Rthlr. ein, so wird selbiger = $\frac{355}{6}$ Rthlr.

Nimt man nun diesen eingerichteten Bruch zu dem Preise des gekauften Weins an, so ist von dem Preise eines Quartier

Aufsatz und Berechnung.

x ggl	=	Quartier	1
4 Quartier	=	Stübchen	1
10 Stübchen	=	Anker	1
6 Anker	=	Orhoft	1
1 Orhoft	=	Rthlr.	$\frac{355}{6}$
24 ggl.	=	Rthlr.	1

2 . 6 x = 71

12x = 71

x = $\frac{71}{12}$ ggl. = 5 ggl. 11 pf.

Fünfte Aufgabe.

Eine Kanne Wein kostet 14 mgl. was kostet ein Anker Wein, wenn eine Kanne = 2 Quartier?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr.	=	Anker 1
1 Anker	=	Stübchen 10
1 Stübchen	=	Quartier 4
2 Quartier	=	mgl. 14
36 mgl	=	Rthlr. 1
x	=	7 Rthlr. 28 mgl.

Sechste Aufgabe.

Von Hamburg werden zweyerley Waaren gekauft, nehmlich

Von A 31 Centner, 7 Liespfund, 8 Pfund, den Centner zu $41\frac{2}{3}$ Mrk.

Von B 49 Centner, 1 Liespfund, 12 Pfund, den Centner zu $42\frac{9}{16}$ Mrk.

Was beträgt für beyderley Waare die Zahlung in Hamburger Gelde?

1) Verwandelt man die Schwere jeder Waare in die kleinste gegebene Gewichtsbenennung, also hier in Pfunde. Da nun in Hamburg
ein Centner = 112 Pfund
ein Liespfund = 14 Pfund
so sind die
von A angegebene 31 Centner, 7 Liespfund, 8 Pfund
= 3578 Pfund.
Von B angegebene 49 Centner, 1 Liespfund, 12 Pfund
= 5514 Pfund.

2) Richtet man die vermischten Brüche beyder Waaren Preise ein; so wird

der Preis von A $41\frac{2}{3}$ Mrk. = $\frac{1}{-}\frac{2}{3}\frac{5}{-}$ Mrk.

der Preis von B $42\frac{9}{16}$ Mrk. = $\frac{6}{-}\frac{8}{1}\frac{1}{6}$ Mrk.

3) Weil die Schwere der gekauften Waare nunmehro in Pfund angegeben, der Einkaufpreis aber von einem Centner bekannt, so setzet man in dem Aufsatz anstatt 1 Centner, den Werth desselben in Pfunde, also 112 Pfund; alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

	A		B
x Mrk.	= ℔ 3578	+	5514
112 ℔	= Mrk. $\frac{125}{3}$	+	$\frac{681}{16}$

$$112\,x = \frac{3578 \cdot 125}{3} + \frac{5514 \cdot 681}{16}$$

$$112\,x = \frac{447250}{3} + \frac{3755034}{16}$$

$$x = \frac{447250}{3 \cdot 112} + \frac{3755034}{16 \cdot 112}$$

$$x = \frac{447250}{336} + \frac{3755034}{1792}$$

Es beträgt also der Preis von

3578 ℔ = $\frac{447250}{336}$ Mrk. = 1331 Mrk. 1 ß $7\frac{3}{7}$ pf.

5514 ℔ = $\frac{3755034}{1792}$ Mrk. = 2095 = 7 = $1\frac{1}{14}$ pf.

in Summa 3426 Mrk. 8 ß. $8\frac{1}{2}$ pf.

Siebente Aufgabe.

Eine Tonne Butter wäget 360 ℔ Brutto, die Thara für die Tonne ist 40 ℔, 280 ℔ Netto werden mit $78\frac{3}{4}$ Mrk. bezahlet, was kostet die Tonne Butter?

1) Man sucht das Netto Gewicht der Tonne. Dieses ist 360 ℔ Brutto – 40 ℔ Thara = 320 ℔ Netto.

2) Richtet man den vermischten Bruch $78\frac{3}{4}$ Mrk ein, so wird selbiger = $\frac{3}{-}\frac{1}{4}\frac{5}{-}$ Mrk. alsdenn ist

Auffatz und Berechnung

x Mrk. = ℔ Netto 320
280 ℔ Netto = Mrk. $\frac{3}{-}\frac{1}{4}\frac{5}{-}$

x = 2 . 45 = 90 Mrk.

Achte Aufgabe.

Was kosten 3510 Pfund Brutto, wenn Thara 10 pro Cent und 100 ℔ Netto $7\frac{1}{4}$ Mrk. kosten?

Der vermischte Bruch $7\frac{1}{4}$ Mrk. wird eingerichtet, so ist selbiger = $\frac{2}{-}\frac{9}{4}$ Mrk. alsdann ist

Auffatz und Berechnung

x Mrk. = ℔ Brutto 3510
100 ℔ Brutto = ℔ Netto 90
100 ℔ Netto = Mkr. $\frac{2}{-}\frac{9}{4}$

100 . 4 . x = 351 . 9 . 29

400 x = 91611

$x = \frac{9}{4}\frac{1}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{-}\frac{1}{-}$ Mrk.

x = 229 Mrk. = $5\frac{7}{2}\frac{}{5}$ pf.

Neunte Aufgabe.

12 Fässer Zucker wägen 11400 ℔ Brutto, die Thara pro Fässer ist 14 pro Cent, 1 ℔ Netto wird mit $7\frac{1}{2}$ Grot Blämisch in Hamburg bezahlt, was beträgt die Zahlung in Mark

1) Wenn die Thara auf 100

2) Wenn die Thara in 100 gerechnet wird?

Der vermischte Bruch von $7\frac{1}{2}$ Grot Blämisch wird eingerichtet; so ist solcher = $\frac{15}{2}$ Grot Blämisch, alsdann ist

Aufsatz und Berechnung von Thara auf 100

x Mrk. = ℔ Brutto 11400
114 ℔ Brutto = ℔ Netto 100
1 ℔ Netto = Grot Bl. $\frac{15}{2}$
1 Grot Bl. = pf. lübsch 6
12 pf. lübsch = ß lübsch 1
16 ß lübsch = Mrk. 1

16 x = 25 . 100 . 15

16 x = 37500

x = $\frac{37500}{16}$ Mrk. = 2343 Mrk. 12 ß.

Aufsatz und Berechnung von Thara in 100

x Mrk. = ℔ Brutto 11400
100 ℔ Brutto = ℔ Netto 86
1 ℔ Netto = Grot Bl. $\frac{15}{2}$
1 Grot Bl. = pf. lübsch 6
12 pf. lübsch = ß lübsch 1
16 ß lübsch = Mrk. 1

16 x = 36765

x = $\frac{36765}{16}$ Mrk. = 2297 Mrk. 13 ß.

Es beträgt also die Zahlung, wenn

Thara auf 100 gerechnet wird,	2343 Mrk. 12 ß
Thara in 100 gerechnet wird,	2297 = 13 =
Käufer verliehret also bey Thara auf.	45 Mrk. 15 ß

Zehnte Aufgabe.

8 Kisten Indigo wägen 1750 ℔ Brutto, Thara vor alle 8 Kisten 324 ℔, für gut Gewicht wird $\frac{1}{2}$ pro Cent gerechnet und 1 ℔ Netto mit $7\frac{1}{8}$ ß Vlämisch in Hamburg bezahlet, was beträgt die Zahlung?

1) Man berechnet von 1750 ℔ Brutto, das gut Gewicht wovon

Aufsatz und Berechnung.

2 . x ℔ gut Gewicht = ℔ Brutto 1750
100 ℔ Brutto = ℔ gut Gewicht $\frac{1}{\text{x}}$

x = $\frac{3\frac{5}{4}}{} = 8\frac{3}{4}$ ℔.

2) addiret man anstatt dieser $8\frac{3}{4}$ ℔ gut Gewicht, 9 ℔ zu obige 324 ℔ Thara, weil der Bruch $\frac{3}{4}$ mehr als $\frac{1}{2}$; und ziehet diese Summa 9 + 324 = 333 ℔ von 1750 ℔ Brutto ab, so gibt 1750 - 333 = 1417 ℔ Netto.

Alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

8 . x Mrk. = ℔ Netto 1417
1 ℔ Netto = ß Vl. $\frac{57}{8}$
1 ß Vl. = ß lübsch 6
16 ß lübsch = Mrk. 1

x = 3786 Mrk. - ß. 9 pf.

Eilfte Aufgabe.

Eine Waare wäget 4288 ℔ Brutto, Thara pro Fässer 10 pro Cent, Thara für gut Gewicht $\frac{3}{4}$ pro Cent, für den durch Seewasser erlittenen Schaden wird 6 pro

Cent thariret, ein Pfund Netto wird in Hamburg mit 12 pf. Vlämisch bezahlet, was kostet die Waare?

Aufsatz und Berechnung.

x Mrk. = ℔ Brutto 4288
100 ℔ Brutto = ℔ gut Gew. $\frac{397}{4}$
100 ℔ gut Gewicht = ℔ Netto 90
100 ℔ Netto = ℔ Netto 94
1 ℔ Netto = pf. Vlämisch 12
32 pf. Vl. = Mrk. 1

---

x = 1350 Mrk. 2 ß $7\frac{36}{5}\frac{30}{0}\frac{4}{0}$ pf.

Da die Thara für gut Gewicht = $\frac{3}{4}$ pro Cent, so wurde $100 - \frac{3}{4} = 99\frac{1}{4} = \frac{397}{4}$ ℔ gut Gewicht.

Zwölfte Aufgabe.

10 Bahl oder Säcke Mandeln wägen 5793 ℔ Brutto, Thara pro Bahl 4 ℔, Thara pro gut Gewicht $\frac{3}{4}$ pro Cent. Weil aber viele zerbrochene Mandeln darunter sind, so soll 10 pro Cent gerbeltret oder ausgeschossen werden, und von diesem Ausschuß 100 ℔ mit $14\frac{1}{2}$ Mrk. die guten Mandeln aber 100 ℔ mit $21\frac{1}{2}$ Mrk in Hamburg bezahlet werden. Was kosten sämtliche Mandeln?

1) Man bestimmt, wie viel 5793 ℔ Brutto nach Abzug der $\frac{3}{4}$ pro Cent vom gut Gewicht geben. Da nun 100 ℔ Br. = $99\frac{1}{4}$ ℔ gut Gewicht, oder 100 ℔ Brutto = $\frac{397}{4}$ ℔ gut Gewicht, so ist

Aufsatz und Berechnung.

4 : x ℔ gut Gewicht = ℔ Brutto 5793
100 ℔ Brutto = ℔ gut Gewicht $\frac{397}{4}$

---

x = $\frac{2297}{4}\frac{98}{0}\frac{21}{0}$ = 5749 $\frac{2}{4}\frac{2}{0}\frac{1}{0}$ ℔

weil hier der gebliebene Bruch $\frac{2}{4}\frac{2}{0}\frac{1}{0}$ mehr als $\frac{1}{2}$ ist, so rechnet man anstatt $5749\frac{2}{4}\frac{2}{0}\frac{1}{0}$ nunmehro 5750 ℔.

2) Subtrahiret man von diese 5750 ℔, die Thara für die 10 Säcke welche = 10. 4 = 40 ℔, so gibt 5750 ℔ gut Gewicht − 40 ℔ Thara = 5710 ℔ Netto.

3) Sucht man von diese 5710 ℔ Netto, wie viele schlechte Mandeln nach der Vorschrift zu 10 pro Cent darunter sind, wovon

Aufsatz und Berechnung.

x ℔ schlechte	=	℔ vermischte	5710
100 ℔ vermischte	=	℔ schlechte	10
x	=	571 ℔.	

4) Subtrahiret man diese 571 ℔ von 5710 ℔, so gibt 5710 − 571 = 5139 ℔ gute Mandeln.

5) Berechnet man den Preis der guten Mandeln 100 ℔ zu $21\frac{1}{2}$ Mrk. = $\frac{4}{2}\frac{3}{2}$ Mrk. und der schlechten 100 ℔ zu $14\frac{1}{2}$ Mrk. = $\frac{2}{2}\frac{9}{2}$ Mrk. wovon

Aufsatz und Berechnung.

		gute		schlechte
x Mrk	= ℔	5139	+	571
100 ℔	= Mrk	$\frac{4}{2}\frac{3}{2}$	+	$\frac{2}{2}\frac{9}{2}$

x = $\frac{2}{2}\frac{2}{0}\frac{0}{2}\frac{9}{0}\frac{7}{0}\frac{7}{-}$ Mrk. + $\frac{1}{2}\frac{6}{0}\frac{5}{0}\frac{5}{0}\frac{9}{-}$ Mrk.

Es werden also bezahlet

5139 ℔ g. Mand. mit $\frac{2}{2}\frac{2}{0}\frac{0}{2}\frac{9}{0}\frac{7}{0}\frac{7}{-}$ mk. = 1104 mk. 14 ß 2 pf. ($1\frac{9}{1}\frac{2}{0}\frac{2}{0}$ pf.)

571 ℔ schl. Mand. mit $\frac{1}{2}\frac{6}{0}\frac{5}{0}\frac{5}{0}\frac{9}{-}$ mk. = 82 mk. 12 ß 9 pf. ($8\frac{6}{1}\frac{4}{0}\frac{4}{0}$ pf.)

mithin kosten

5710 ℔ g. u. schl. Mand. in Summa 1187 mk. 10 ß 11 pf.

Dreyzehnte Aufgabe.

18 Stiege 11 Ellen Leinwand werden bezahlt die Elle mit $10\frac{1}{2}$ ß. was kostet das Leinwand, wenn eine Stiege = 20 Ellen?

Man verwandelt die 18 Stiege in Ellen und addires zu selbigen die 11 Ellen so sind 18 Stiege 11 Ellen = 371 Ellen.

Der vermischte Bruch $10\frac{1}{2}$ ß wird eingerichtet; so ist selbiger = $\frac{21}{2}$ ß; alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

x mrk. = Rthlr. 371
1 Rthlr. = ß $\frac{21}{2}$
16 ß = mrk. 1

x = $\frac{7791}{32}$ mrk. = 243 mrk. 7 ß 6 pf.

Vierzehnte Aufgabe.

45 Last 2 Wispel 3 Scheffel Roggen werden in Hamburg mit 8831 mrk. 4 ß bezahlt, was kostet eine Last, wenn eine Last = 30 Scheffel, ein Wispel = 10 Scheffel?

1) Man verwandelt die 45 Last in Scheffel, so sind selbige = 45 . 30 = 1350 Scheffel.

Ferner die 2 Wispel in Scheffel, so sind selbige = 2 . 30 = 60 Scheffel.

2) Addiret man sämtliche Scheffel, so ist deren Summa = 1350 + 60 + 3 = 1413 Scheffel.

3) Bestimmt man obige 8831 mrk. 4 ß in Schillinge so sind selbige = 141300 ß. alsdann ist

Auffatz und Berechnung.

x mrk.	=	Last 1
1 Last	=	Scheffel 30
1413 Scheffel	=	ß 141300
16 ß	=	mrk. 1
x	=	$\frac{3000}{16}$ mrk. = 187 mrk. 8 ß.

Funfzehnte Aufgabe.

Ein Braunschweigischer Himte Korn wird mit 28 mgl bezahlet, was kostet ein Braunschweigischer Wispel oder 40 Himten?

Auffatz und Berechnung.

x Rthlr.	=	Himte 40
1 Himte	=	mgl. 28
36 mgl.	=	Rthlr. 1
x	=	$\frac{1120}{36}$ Rthlr. = 31 Rthr. 4 l.mgl.

Anmerkung.

Wenn der Preis eines Braunschweigischen Himten in Mariengroschen bekannt, so kann man den Preis eines Wispels oder 40 Himten sehr leicht auch auf folgende Art bestimmen.

Bestehet der Himten Preis nur aus einer einfachen Zahl, z. E. aus 6, 7, 8, 9 mgl.; so geben diese eben so viel Thaler für den Preis des Wispels, diese Zahl der Thaler multipliciret man allemahl mit 4, so gibt dieses Produkt Mariengroschen, welche zu erst erhaltene Thaler addiret, den wahren Werth des Wispels bestimmen z. E. der Himte kostet 8 mgl. so kostet der Wispel

1) 8 Rthl.

2) 8 . 4 = 32 mgl.
also überhaupt 8 Rthlr. 32 mgl.

Wenn der Himte 9 mgl. kostet, so kostet der Wispel 9 Rthlr. + 9 . 4 mgl. oder 9 Rthlr. 36 mgl., oder weil 36 mgl. = 1 Rthlr. so kostet der Wispel 9 + 1 = 10 Rthlr.

Bestehet der Preis des Himten aus einer doppelten Zahl oder einer Zahl und 0; z. E. aus 19, 27, 30 ꝛc. so addiret man zu beyde Zahlen die vorderste Zahl der Zehner, aber blos als Einheit der Einer betrachtet, so gibt diese Summa ebenfals wieder Thaler, es geben also 19 mgl. hier 19 + 1 = 20 Rthlr.; 27 mgl. geben 27 + 2 = 29 Rthlr.; 30 mgl. geben 30 + 3 = 33 Rthlr. Von diese erhaltene Thaler multiplicirt man allemahl die Zahl, welche in der Klasse der Einer stehet, mit 4, so gibt dieses Produkt wieder Mariengroschen; ist nun in der Klasse der Einer keine Zahl, sondern o vorhanden, so nimt man solche als 10 an und multiplicirt diese mit 4, so gibt ebenfals dieses Produkt Mariengroschen und diese mit erstern Thalern den Werth eines Wispels. z. E. 19 Mariengroschen geben 20 Rthlr., weil nun hier die Klasse der Einer = 0, so nimmt man solche als 10 an und multiplicirt diese 10 mit 4; dieses Produkt gibt 10 . 4 = 40 Mariengroschen = 1 Rthlr. 4 mgl. es kostet also der Wispel 20 Rthlr. + 1 Rthlr. 4 mgl. oder 21 Rthlr. 4 mgl. wenn der Himte mit 19 mgl. bezahlt wird. Wäre hingegen der Preis eines Himten = 30 mgl. so kostet der Wispel
30 + 3 = 33 Rth. und 3 . 4 = 12 mgl. also 33 Rth. 12 mgl.

Wenn der Himten Preis in Gutegroschen gegeben, so verwandelt man selbige in Mariengroschen; alsdann bekommt man auch außer denen Mariengroschen auch

Pfennige. Mit denen Mariengroschen verfährt man eben so wie vorhin. Die Pfennige aber multiplicirt man allemahl mit 5, so gibt dieses Produkt Mariengroschen, welche zu denen durch die Multiplication der Einheit der Thaler mit 4, erhaltenen Mariengroschen addiret werden.

Z. E. der Himte kostet 19 ggr. so sind 19 ggr. = 28 mgl. 4 pf. es kostet also der Wispel

1) 28 + 2 = 30 Rthlr.
2) 10 . 4 = 40 mgl. = 1 Rthlr. 4 mgl.
3) 4 pf. . 5 = 20 mgl.

also in Summa 31 Rthlr. 24 mgl.

Kostet der Himte ausser denen Mariengroschen und Pfennigen auch Thaler; so multipliciret man diese Thaler mit 40 und addiret dieses Produkt zu der auf erst gezeigte Art erhaltene Summa z. E. wenn der Himte 2 Rthlr. 19 mgl. 6 pf. kostet, so kostet der Wispel

1) 2 . 40 = 80 Rthlr.
2) 19 + 1 = 20 Rthlr.
3) 10 . 4 = 40 mgl. = 1 Rthlr. 4 mgl.
4) 6 pf. . 5 = 30 =

also in Summa 101 Rthlr. 34 mgl.

Auf diese Art lassen sich überhaupt alle Berechnungen anstellen, wenn von einer Einheit der Werth gegeben und nach solchen der Werth von 40 Einheiten gesucht wird.

Z. E. wenn ein Stübchen Wein 28 mgl. kostet, so kostet ein Ohm oder 40 Stübchen

1) 28 + 2 = 30 Rthlr.
2) 10 . 4 = 40 mgl. = 1 Rthlr 4 mgl.

also in Summa 31 Rthlr. 4 mgl.

Sechszehnte Aufgabe.

Ein Hamburger kauft 19 Ballen, 7 Ries, 18 Buch Papier, den Ballen zu 69 mrk. 6 ß; ferner

21 Ballen, 3 Buch, den Ballen zu 68 mrk. 7 ß.

Was hat er in Summa bezahlet, wenn ein Balle = 10 Ries, ein Ries = 20 Buch?

1) Man verwandelt beyde gekaufte Sorten Papier in Buch; so sind

19 Ballen, 7 Ries 18 Buch = 3958 Buch.

21 Ballen, 3 Buch = 4203 Buch.

2) bestimmt man den Einkaufspreis in Schilling, so sind

69 mrk. 6 ß = 1110 ß

68 mrk. 7 ß = 1095 ß

Alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

x mrk. = Buch 3958 + 4203

200 Buch = ß 1110 + 1095

16 ß = mrk. 1

16 . 200 . x = 3958 . 1110 + 4203 . 1095

3200 x = 4393380 + 4602285

3200 x = 8995665

$x = \frac{8995665}{3200}$

x = 2811 mrk. 2 ß. $3\frac{9}{10}$ pf.

Weil laut der Aufgabe nur die Summa der ganzen Zahlung zu wissen verlangt wird, so sind hier beyde erhaltene Produkte des Dividendus addiret, und ist deren Summa durch den gemeinschaftlichen Divisor getheilet.

Siebzehnte Aufgabe.

Wenn 100 ℔ Allaun in Hamburg mit 27 mrk. courrent bezahlet werden, was kosten 460 ℔ Braunschweigisch Gewicht in Braunschweigischem Gelde, wenn

1) ein Hamburger Pfund = 10080 holländische Aß
   ein Braunschw. Pfund hingegen = 9716 holländ. Aß
2) ein mrk. Hamburger courrent = 9 ggl. 5 pf = 113 pf.
   Braunschweigisch?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Brschw.	=	℔ Brschw. 460
1 ℔ Brschw.	=	holl. Aß 9716
10080 holl. Aß	=	℔ hamb. 1
100 ℔ hamb.	=	mrk. courr. 27
1 mrk. courr.	=	pf. Brschw. 113
12 pf. Brschw.	=	ggl. Brschw. 1
24 ggl. Brschw.	=	Rthlr. Brschw. 1

x = 46 Rthlr. 23 ggl. 4 pf. ($3\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{1}{0}\frac{3}{0}$)

Achtzehnte Aufgabe.

Wenn ein Pfund Netto in Hamburg mit 29 Grote Blämisch Banco im Einkauf bezahlet werden, was kosten 100 ℔ Brschw. Netto im Verkauf in Braunschweigschem Gelde mit 20 pro Cent Gewinn, wenn 32 Grot Blämisch Banco = 1 mrk. Banco, 1 mrk. Banco = 11 ggl. 7 pf. oder 139 pf. Brschw. ein Pfund Hamburger Gewicht = 10080 holl. As, ein Pfund Brschw. Gewicht = 9716 holl. As?

Anmerkung.

Wenn der Verkauf mit Gewinn pro Cent geschiehet, so setzet man in dem Aufsatz

100 Rthlr. Einkauf = Rthlr. Verkauf 100 + den Gewinn.

Wenn aber der Verkauf mit Verlust pro Cent geschehet, so setzet man in dem Aufsatz

100 Rthlr. Einkauf = Rthlr. Verkauf 100 − den Verlust,

wird also z. E. wie hier 20 pro Cent gewonnen, so sind

100 Rthlr. Einkauf = Rthlr. Verkauf 120

würden aber 20 pro Cent verlohren, so sind

100 Rthlr. Einkauf = Rthlr. Verkauf 80.

Wenn in denen Aufgaben die Benennungen Einkauf und Verkauf vorkommen, so setzet man diese Namen allemal bey das Geld, niemals bey die Größe der Waare; gewöhnlich setzet man der Kürze wegen anstatt Einkauf und Verkauf die Anfangsbuchstaben E. K. und V. K.

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Brschw. V. K.	=	℔ Brschw. 100
1 ℔ Brschw.	=	holl. As 97 16
10080 holl. As	=	℔ hamb. 1
1 ℔ hamb.	=	Gr. Bl. Banco E. K. 29
32 Grot Bl. E. K. B.	=	mrk. Banco E. K. 1
1 mrk. B. E. K.	=	pf. Brschw. E. K. 139
12 pf. E. K. Brschw.	=	ggl. Brschw. E. K. 1
24 ggl. Brschw. E. K.	=	Rthlr. Brschw. E. K. 1
100 Rthlr. Brschw. E. K.	=	Rth. Brschw. V. K. 120

x = 50 Rthlr. 14 ggl. 2 $\frac{2}{6}\frac{5}{7}\frac{9}{2}$ pf.

§. 118.

Bestimmung der Größe der Waare nach der Größe des Geldes, welches zu dem Einkauf oder Verkauf verwendet wird.

Erste Aufgabe.

Wenn 100 ℔ mit $6\frac{2}{3}$ Rthlr. bezahlet werden, wie viel Pfund bekommt man für 5 Rthlr.?

Wenn der vermischte Bruch $6\frac{2}{3}$ Rthlr. eingerichtet, so ist selbiger = $\frac{20}{3}$ Rthlr. alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

x ℔	=	Rthlr. 5
$\frac{20}{3}$ Rthlr.	=	℔ 100

x = 5 · 3 · 5 = 75 ℔

Zweyte Aufgabe.

Wenn 100 ℔ zu 5 Rthlr. verkauft werden und der Gewinn 12 pro Cent beträgt, wie viel Pfund hat man im Einkauf für 20 Rthlr. erhalten?

Aufsatz und Berechnung.

x ℔	=	Rthlr. E. K. 20
100 Rthlr. E. K.	=	Rthlr. V. K. 112
5 Rthlr. V. K.	=	℔ 100

x = 4 · 112 = 448 ℔

Dritte Aufgabe.

100 Pfund werden mit 12 pro Cent Verlust zu 5 Rthlr. verkauft, wie viel Pfund hat man für 20 Rthlr. im Einkauf erhalten?

Aufsatz und Berechnung

x ℔	=	Rthlr. E. K 20
100 Rthlr. E. K.	=	Rthlr. V. K. 88
5 Rthlr. V. K.	=	℔ 100

x = 4 , 88 = 352 ℔.

Vierte Aufgabe.

300 ℔ werden mit $60\frac{2}{3}$ Rthlr. bezahlet, wie viel Pfund bekommt man für 5 Rthlr.?

Wenn der vermischte Bruch eingerichtet, so wird $60\frac{2}{3}$ Rthlr. $= \frac{182}{3}$ Rthlr. alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

x ℔	=	Rthlr.	5
$\frac{182}{3}$ Rthlr.	=	℔	300 . 3

x = $\frac{1500}{182}$ ℔ = $24\frac{66}{91}$ ℔.

Resolvirt man den Bruch $\frac{66}{91}$ ℔ in Loth, so ist selbiger = $23\frac{9}{91}$ Loth.

Man pflegt aber bey Bestimmung der Größe des Gewichtes der Waare, wenn nicht ausdrücklich eine genaue Berechnung erfordert wird, anstatt die durch die Resolution des gebliebenen Bruchs von Pfunden erhaltene Loth, so viel Loth nur anzugeben, daß selbige halbe, viertel, achtel oder höchstens sechzehntel Pfunde betragen. Hier könnte man also anstatt 24 ℔ $23\frac{9}{91}$ Loth füglich 24 ℔ 22 Loth oder 24 $\frac{11}{16}$ ℔ setzen, weil 22 Loth = $\frac{22}{32}$ ℔ = $\frac{11}{16}$ ℔. Man bekommt also unter obigen Bedingungen der Aufgabe $24\frac{11}{16}$ ℔ für 5 Rthlr.

Fünfte Aufgabe.

Eine Parthey Weitzen wird in Hamburg mit 1771 mrk. 14 ß bezahlet. Wenn nun die Last mit 75 Rthlr. bezahlet und noch $1\frac{1}{2}$ Faß Weitzen in den Kauf gegeben, wie viel Last zu 60 Faß gerechnet, hat die Parthey Weitzen betragen?

Man bestimmt die bezahlten Gelder in Schillinge, so werden 1771 mrk. 14 ß = 28350 ß. Alsdann ist

Aufsatz und Berechnung.

x Last = ß 28350
16 ß = mrk. 1
3 mrk. = Rthlr. 1
75 Rthlr. = Last 1

x = $\frac{6}{8}$ Last = 7 $\frac{7}{8}$ Last.

Resolvirt man die $\frac{7}{8}$ Last zu Faß, so geben solche
$\frac{7 \cdot 60}{8}$ Faß = $\frac{7 \cdot 15}{2}$ Faß = $\frac{105}{2}$ Faß = 52 $\frac{1}{2}$ Faß

Es sind also

7 $\frac{7}{8}$ Last = 7 Last 52 $\frac{1}{2}$ Faß
addiret man die Uebermasse = 1 $\frac{1}{2}$ Faß

so beträgt die Parthey Weitzen 7 Last 54 Faß.

§. 119.

Bestimmung des Gewinn und Verlustes bey dem Verkauf einer Waare.

Erste Aufgabe.

100 Pfund sind für 9 Rthlr. eingekauft, werden zu 12 Rthlr. verkauft, was beträgt der Gewinn auf jede 100 Rthlr. im Einkauf, oder nach dem gewöhnlichen Ausdruck, mit wie viel pro Cent Gewinn ist verkauft?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Verkauf = Rthlr. Einkauf 100
9 Rthlr. E. K. = ℔ 100
100 ℔ = Rthlr. V. K. 12

x = $\frac{400}{3}$ Rthlr. = 133 $\frac{1}{3}$ Rthlr.

Da man nun
durch den Verkauf wieder erhalten 133 $\frac{1}{3}$ Rthlr.
hingegen zu dem Einkauf verwendet 100 Rthlr.

so beträgt der Gewinn pro Cent 33 $\frac{1}{3}$ Rthlr.

Zweyte Aufgabe.

100 ℔ sind für 9 Rthlr. eingekauft, werden aber wieder zu 8 Rthlr. verkauft, wie viel pro Cent ist der Verlust?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. V. K. = Rthlr. E. K. 100
9 Rthlr. E. K. = Rthlr. V. K. 8

x = $\frac{800}{9}$ Rthlr. = $88\frac{8}{9}$ Rthlr.

es beträgt also hier der pro Cent Verlust

100 Rthlr. E. K. − $88\frac{8}{9}$ Rthlr. V. K. = $11\frac{1}{9}$ pro Cent.

Dritte Aufgabe.

100 ℔ kosten im Einkauf 30 Rthlr. und 15 ℔ werden um 5 Rthlr. wieder verkauft, was wird

1) durch den Verkauf der 100 ℔ gewonnen oder verloren,

2) was beträgt der Gewinn oder Verlust pro Cent?

Die erste Frage zu beantworten sucht man den Verkaufspreis von 100 ℔, übersteigt dieser den Einkaufspreis, so ist gewonnen; ist solcher aber geringer, so ist verlohren, und auf beyde Fälle zeigt die Differenz, wie viel der Gewinn oder Verlust beträgt. Hier sind $3\frac{1}{3}$ Rthlr. gewonnen, weil der Verkauf von 100 ℔ = $33\frac{1}{3}$ Rthlr. der Einkauf aber 30 Rthlr. war.

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Verkauf = ℔ 100
15 ℔ = Rthlr. Verkauf 5

x = $\frac{100}{3}$ Rthlr. = $33\frac{1}{3}$ Rthlr.

Da nun 100 ℔ im Verkauf betragen 33⅓ Rthlr.
und im Einkauf gekostet 30 Rthlr.

so ist mit denen 30 Rthlr. gewonnen 3⅓ Rthlr.

Von der Beantwortung der zweyten Frage ist ohne vorher den Verkauf von die 100 ℔ zu bestimmen

Auffatz und Berechnung.

x Rthlr. Verkauf = Rthlr. Einkauf 100
30 Rthlr. Einkauf = ℔ 100
15 ℔ = Rthlr. V. K. 5

x = 1500/9 Rthlr. = 111⅑ Rthlr.

Da man nun durch den Verkauf für 100 Rthlr. eingekaufter Waare 111⅑ Rthlr. wieder erhalten, so beträgt der Gewinn pro Cent

111⅑ Rthlr – 100 Rthlr. = 11⅑ Rthlr.

Eben diese Antwort würde man auch bekommen, wenn man den Gewinn von 100 Rthlr. sucht, da man weiß, daß 30 Rthlr. an Gewinn 3⅓ = 10/3 Rthlr gegeben; wovon

Auffatz und Berechnung

x Rthlr. Gewinn = Rthlr. E. K. 100
30 Rthlr. E. K. = Rthlr Gewinn 10/3

x = 1000/90 Rthlr = 11⅑ Rthlr. Gewinn.

Vierte Aufgabe.

110 ℔ werden zu 20 Rthlr. eingekauft, man verkauft 5½ ℔ zu 1 Rthlr. was beträgt

1) der Gewinn oder Verlust pro Cent,

2) der Gewinn oder Verlust an der ganzen Waare, wenn

a) die gekauften 110 ℔ wieder zu 110 ℔ ausgewogen,

b) wenn an dem Gewicht 2 pro Cent bey dem Auswägen verloren gegangen?

Wenn der vermischte Bruch $5\frac{1}{2}$ ℔ eingerichtet, so wird selbiger $= \frac{11}{2}$ ℔; alsdenn ist

Aufsatz und Berechnung zu der Beantwortung der ersten Frage.

x Rthlr. Verk. = Rthlr. Eink. 100
20 Rthlr. Eink. = ℔ 110
$\frac{11}{2}$ ℔ = Rthlr. Verk. 1

---

x = 100 Rthlr.

Weil hier die im Einkauf angewendete 100 Rthlr. im Verkauf ebenfals nur 100 Rthlr. wieder aufbringen, so ist weder gewonnen noch verlohren; denn

100 Rthlr. E. K. − 100 Rthlr. V. K. = 0.

Aufsatz und Berechnung zu der Beantwortung der zwoten Frage.

a) wenn die eingekauften 110 ℔ wieder zu 110 ℔ verkauft sind.

x Rthlr. Verk. = ℔ 110
$\frac{11}{2}$ ℔ = Rthlr. Vk. 1

---

x = 10 . 2 = 20 Rthlr. Verkauf.

Da hier 110 ℔ zu 20 Rthlr. eingekauft, und um denselben Preis wieder verkauft sind, so ist weder gewonnen noch verlohren.

Aufsatz und Berechnung.

b) wenn an dem Gewicht bey dem Verkauf der eingekauften 110 ℔ 2 pro Cent verloren gehen.

1) Man bestimmt, wie viel die eingekauften 110 ℔ bey dem Verkauf gewogen, als

x ℔ = ℔ 110
100 ℔ = ℔ 98

x = $\frac{5}{5}\frac{3}{9}\frac{9}{2}$ ℔.

2) Berechnet man von diese $\frac{5}{5}\frac{3}{9}\frac{9}{2}$ ℔ den Verkaufpreis.

x Rthlr. Vk. = ℔ $\frac{5}{5}\frac{3}{9}\frac{9}{2}$
$\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ ℔ = Rthlr. Vk. 1

x = $\frac{9}{5}\frac{8}{2}$ Rthlr. = $19\frac{3}{5}$ Rthlr.

Da nun die verkaufte Waare im Einkauf mit 20 Rthlr. bezahlet, hingegen zu $19\frac{3}{5}$ Rthlr. wieder verkauft ist, so beträgt der Verlust an der ganzen Waare

20 Rthlr. − $19\frac{3}{5}$ Rthlr. = $\frac{2}{5}$ Rthlr. = 9 ggl. $7\frac{1}{5}$ pf.

Wollte man wissen, wie viel dieser Verlust pro Cent beträgt, so ist der

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. Verl. = Rthlr. Eink. 100
20 Rthlr. Eink. = Rthlr. Verl. $\frac{2}{5}$

x = 2 pro Cent Verlust.

Fünfte Aufgabe.

Eine Waare wird zu 60 mk. eingekauft und zu 90 mk. wieder verkauft. Wenn nun entweder

1) mit dem Einkauf 15 mk. Kosten verbunden, welche Käufer übernehmen muß, oder
2) mit dem Verkauf 15 mk. Kosten verbunden, welche der Verkäufer tragen muß, was beträgt auf beyde Fälle der Gewinn pro Cent?

Aufsatz und Berechnung.

Wenn der Käufer die 15 mk. Kosten übernimmt.

x mk. Verk. = mk. Eink. 100
75 mk. Eink. = mk. Verk. 90

x = 4 . 30 = 120 mk. Verkauf.

wenn also 100 mk. zu dem Einkauf verwendet, wieder 120 mk. durch den Verkauf aufbringen, so gewinnt man

120 mk. Verk. – 100 mk. Eink. = 20 pro Cent.

Aufsatz und Berechnung.

Wenn der Verkäufer bey dem Verkauf die Kosten tragen muß.

x mk. Verk. = mk. Eink. 100
60 mk. Eink. = mk. Verk. 75

x = 5 . 25 = 125 mk. Verkauf.

Werden also zu dem Einkauf 100 mk. verwendet, und man bekommt 125 mk. durch den Verkauf wieder, so gewinnt man

125 mk. Verk. – 100 mk. Eink. = 25 pro Cent.

Sind also bey dem Einkauf außer dem bestimmten Preise Kosten, welche Käufer übernehmen muß, so addiret man solche zu dem Einkaufpreise; sind mit dem Verkauf aber Kosten verbunden, welche Verkäufer übernehmen muß, so subtrahiret man selbige von dem bestimmten Verkaufpreise, und auf diese Art ist in der ersten Berech-

nung der Einkaufspreis = 60 + 15 = 75 mk., und in der zweyten Berechnung der Verkaufspreis = 90 — 15 = 75 mk.

Sechste Aufgabe.

Es kaufet ein Hamburger in verschiedenen Tagen aber in einem Jahr an Korn wie folget

den 19ten Junius 10 Last, die Last zu 58 Rthlr. h. Courr.
den 25ten — 6 Last, — — — 56 = — —
den 27ten Julius 11¼ Last, — — — 52 = — —
den 5ten August 8 Last, — — — 45½¼ Rthlr. hamburger Courrent.

Er verkauft in eben diesem Jahre

den 13ten September 16½ Last, die Last zu 60 Rthlr. h. C.
den 23ten — 18¾ Last, die Last zu 66 Rthlr. h. C.

Bey dem Verkauf muß der Verkäufer 149 mk. 2 ß. 8 pf. Kosten abtragen.

Wie viel pro Cent pro Anno hat obiger Hamburger mit diesem Kornhandel gewonnen?

Diese Berechnung wird auf folgende Art angestellet:

1) bestimmt man die zu dem Einkauf verwendete Gelder in Mark, welches eigentlich durch die Anwendung der Regula Detri directa von jeder empfangener Parthey Korn geschehen müßte; weil aber die bezahlten Gelder von Lasten gesucht werden und von einer Last bekannt sind, so multiplicirt man nur die Zahl der Lasten mit der Zahl der Thaler, welche für eine Last ausgegeben, und verwandelt diese Produkte, welche Thaler sind, durch die Multiplication mit 3 in Mark. Es kosten demnach

10 Last a 58 Rthlr. = 10 . 58 = 580 Rthlr. = 580 . 3
= 1740 mk.

6 Last a 56 = 6 . 56 = 336 Rthlr. = 336 . 3
= 1008 mk.

$11\frac{1}{4}$ Last a 52 = $\frac{45}{4}$. 52 = 45 . 13 = 585 Rthlr. = 585 . 3
= 1755 mk.

8 Last a $45\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ Rthlr. = 8 . $\frac{1\,0\,9\,7}{2\,4}$ = $\frac{1\,0\,9\,7}{3}$ Rthl. =
$\frac{1\,0\,9\,7\cdot 3}{3}$ = 1097 mk.

2) addiret man sämmtliche bey dem Einkauf bezahlte Gelder, und sucht zu dieser Summa den Tag, an welchem selbige auf einmal hätte bezahlt werden können, daß weder Käufer oder Verkäufer Schaden gelitten. Dieses geschiehet nach der §. 103. gelehrten Zeitrechnung. Man nimmt nämlich hier den 19ten Junius als den Zeitpunkt an, von welchen bis den 5ten August die Tage für jedes bezahlte Capital gerechnet werden. Da nun vom 19ten Junius angerechnet

der 25ste Junius = 6 Tag,
der 27ste Julius = 38 Tag,
der 5te August = 46 Tag,

so ist der Aufsatz zu der Bestimmung des Zahlungstermin der ganzen Einkaufsumme wie folget:

Capital	.	Tage	=	Produkt.
1740 mk.	.	0	=	0
1008 =	.	6	=	6048
1755 =	.	38	=	66690
1097 =	.	46	=	50462
5600 mk.		Summa		123200

Der Zahlungstermin der Summa von 5600 mk. ist also $\frac{1\,2\,3\,2\,0\,0}{5\,6\,0\,0}$ Tag = 22 Tag, welcher in dem Tageweiser vom 19ten Junius an gerechnet den 11ten Ju-

lius gibt; denn der 19te Junius ist = 169 Tag, zu welchen die gefundene 22 Tage addiret, die Summa von 169 + 22 = 191 Tage geben, und dieser ist = dem 11ten Julius.

3) Bestimmt man die durch den Verkauf erhaltene Gelder in Mark wieder auf vorige Art. Er hat also durch den Verkauf erhalten für

16½ Last a 60 Rthlr. = $\frac{33}{2}$. 60 = 33 . 30 = 990 Rthlr.
= 990 . 3 = 2970 mk.

18¾ Last a 66 Rthlr. = $\frac{75}{4}$. 66 = $\frac{75 \cdot 33}{2}$ = $\frac{2475}{2}$ =
$\frac{2475}{2}$. 3 = $\frac{7425}{2}$ mk. = 3712½ mk. = 3712 mk. 8 ß.

Durch den Verkauf sind also aufgenommen

für 16½ Last	–	–	2970 mk.
für 18¾ Last	–	–	3712 = 8 ß.
für 35¼ Last in Summa			6682 mk. 8 ß.
Hiervon gehen ab die bey dem Verkauf verwendete			149 = 2 = 8 pf.
bleibt baare Einnahme durch den Verkauf			6533 mk. 5 ß. 4 pf.

4) Subtrahiret man von denen durch den Verkauf erhaltene Gelder die zu dem Einkauf verwendete Gelder, so gibt diese Differenz den wahren Gewinn.

Da nun

durch den Verkauf erhalten	6533 mk. 5 ß. 4 pf.
zu dem Einkauf verwendet	5600 ,
so ist gewonnen	933 mk. 5 ß. 4 pf.

5) Den durch den Verkauf erhaltenen Gewinn pro Cent pro Anno zu bestimmen, sucht man zuerst die Tage, welche von dem Tage des Einkaufs bis zu dem Tage

des Verkaufs verflossen sind; der Einkauftag ist der 11te Julius und der Verkauftag der 23ste September; nach dem Tageweiser ist ersterer der 191 Tag, letzterer der 263 Tag des Jahrs; es sind also 263 – 191 = 72 Tage seit dem Einkauf bis zu dem Empfang der Verkaufgelder verflossen. Es haben also

5600 mk. in 72 Tagen, 933 mk. 5 ß. 4 pf. oder $933\frac{1}{3}$ mk. oder $\frac{2800}{3}$ mk. Gewinn gegeben.

Wie viel nun solches pro Cent pro Anno beträgt, zeigt folgender Aufsatz und Berechnung.

x mk. Gewinn = mk. 100 . 360
5600 . 72 mk. = mk. Gewinn $\frac{2800}{3}$

x = $\frac{250}{3}$ = $83\frac{1}{3}$ pro Cent.

Siebente Aufgabe.

Ein Hamburger kauft folgende Waaren, als

2150 ℔ zu 54 mk., 100 ℔ den 17ten May,
2048 ℔ zu $56\frac{1}{4}$ mk., – – den 29sten Junius,
3040 ℔ zu $58\frac{3}{4}$ mk., – – den 10ten Julius,
1658 ℔ zu 50 mk., – – den 5ten August,
1820 ℔ zu 50 mk., – – den 15ten December.

Außer diesen Geldern hat Käufer bey dem Einkauf den 25sten Julius 37 mk. Kosten bezahlet.

Er verkauft von diesen Waaren wieder

4160 ℔ zu $57\frac{1}{2}$ mk., die 100 ℔ den 15ten November
3400 ℔ zu 55 mk. – – – – – –
3052 ℔ zu $66\frac{2}{3}$ mk., – – – – – –

Die fehlenden 104 ℔ verliert er bey dem Auswägen und bey dem Verkauf hat Verkäufer noch 30 mk. Kosten.

Wie viel hat Verkäufer bey diesem Handel pro Cent pro Anno gewonnen?

Die Berechnung ist ersterer gleich, und es beträgt der Einkaufpreis von

2150 ℔	= $\frac{116100}{100}$ mk.	=	1161 mk.
2048 ℔	= $\frac{115200}{100}$ mk.	=	1152 mk.
3040 ℔	= $\frac{178600}{100}$ mk.	=	1786 mk.
1658 ℔	= $\frac{82900}{100}$ mk.	=	829 mk.
1820 ℔	= $\frac{91000}{100}$ mk.	=	910 mk.
10716 ℔	in Summa		5838 mk.
	Hierzu werden die Kosten addirt		37 =
	Es beträgt also der Einkauf		5875 mk.

Man sucht ferner den Zahlungstermin, an welchem diese Summa ohne Nachtheil hätte auf einmal bezahlt werden können, es ist hier aber der 17te May, der Tag von welchem bis zu den 15ten December die Tage für jedes bezahlte Capital gerechnet werden, man sucht also vom 17ten May bis 15ten December von jedem Tage, an welchem nicht nur für das erhaltene Korn, sondern auch für die besondern Kosten, Gelder bezahlet sind, die verflossene Tagezahl.

Die erste Auszahlung geschahe den		17ten May =	0 Tag.
die zweyte	— — —	29ten Jun. =	42 =
die dritte	— — —	10te Jul. =	53 =
die vierte	— — —	25ten Jul. =	68 =
die fünfte	— — —	5ten Aug. =	78 =
die sechste	— — —	15ten Dec. =	208 =

Mit diesen gefundenen Zahlen der verflossenen Tage multipliciret man jedes bezahlte Capital, und verfährt übrigens wie bekannt.

Capital	.	Tage	=	Produkt
1161 mk.	.	0	=	0
1152 ″	.	42	=	48384
1786 ″	.	53	=	94658
37 ″	.	68	=	2516
829 ″	.	78	=	64662
910 ″	.	208	=	189280
5875 mk.		Summa		399500

Der Zahlungstermin von 5875 mk. ist also = $\frac{3\,9\,9\,5\,0\,0}{5\,8\,7\,5}$ Tage = 68 Tage von dem 17ten May angerechnet; da nun der 17ten May = 137 Tag, so gibt 137 + 68 = 205 Tag, welcher = der 25ste Julius.

Durch den Verkauf der Waaren sind nach angestellter Berechnung welche der vorigen gleich aufgenommen, als von

4160 ℔	= $\frac{2\,3\,9\,2\,0\,0}{1\,0\,0}$	mk.	= 2392 mk.
3400 ℔	= $\frac{1\,8\,7\,0\,0\,0}{1\,0\,0}$	″	= 1870 ″
3052 ℔	= $\frac{6\,1\,0\,4\,0\,0}{3\,0\,0}$	″	= $2034\frac{2}{3}$ mk.
10612 ℔		in Summa	$6296\frac{2}{3}$ mk.

Von denen durch den Verkauf erhaltene	$6296\frac{2}{3}$ mk.
gehen ab die Kosten	30 ″
bleibt durch den Verkauf erhalten	$6266\frac{2}{3}$ mk.
Hiervon die Einkaufssumma abgezogen	5875 ″
Bleibt Gewinn	$391\frac{2}{3}$ mk.

welche 5875 mk. vom 25sten Julius bis den 15ten November aufgebracht. Da nun der 25ste Julius = 205 Tag, der 15te November = 315 Tag, so gibt 315 − 205 = 110 Tage, in welcher Zeit die 5875 mk. obigen Gewinn von $391\frac{2}{3}$ mk. = $\frac{1\,1\,7\,5}{3}$ mk. verschaffet.

Von der Berechnung des Gewinn pro Cent pro Anno ist

Auffatz.

x mk. = mk. 100 . 360
5875 . 110 mk. = mk. $\frac{1175}{3}$

x = $\frac{240}{11}$ mk. = $21\frac{9}{11}$ pro Cent.

Aufgaben
aus der Stich- Tausch - Baratrechnung.

§. 120.

Barattiren oder Stechen ist einerley Ausdruck, wodurch man die Vertauschung der Waaren mit Waaren anzeiget und benennet.

Die hier berechnete Aufgaben sind folgende.

Erste Aufgabe.

A empfängt von B 15000 ℔ Pottasche, wovon 100 ℔ $5\frac{5}{6}$ Rthlr. kosten, und liefert dagegen Stahl, das Fässel zu $8\frac{3}{4}$ Rthlr.; wie viel Fässel Stahl muß A an B liefern?

Man richtet die vermischten Brüche ein; so wird $5\frac{5}{6}$ Rthlr. = $\frac{35}{6}$ Rthlr. und $8\frac{3}{4}$ Rthlr. = $\frac{35}{4}$ Rthlr.; alsdann ist

Auffatz und Berechnung.

6 . x Fässel Stahl = ℔ Pottasche 15000
100 ℔ Pottasche = Rthlr. $\frac{35}{6}$
$\frac{35}{4}$ Rthlr. = Fässel Stahl 1 . 4

x = 25 . 4 = 100 Fässel Stahl.

Berechnet man nun sowohl den Betrag der 15000 ℔ Pottasche als der 100 Fässel Stahl, so müssen beyder Werthe einander gleich seyn.

Hier beträgt der Werth

von 15000 ℔ Pottasche 875 Rthlr.
und von 100 Fässel Stahl 875 Rthlr.

also ist der eine Werth dem andern gleich.

Zweyte Aufgabe.

A hat Butter 6800 ℔ Brutto, rechnet für das Holz 20 pro Cent, für gut Gewicht 1 pro Cent, Thara; 100 ℔ Netto zu 20 Rthlr.; vertauschet die Butter an B gegen Caffee, wovon 100 ℔ Netto 24 Rthlr. kosten.

Wie viel ℔ Caffee bekommt A für die Butter?

Aufsatz und Berechnung.

x ℔ Caffee = ℔ Br. 6800
100 ℔ Br. = ℔ g. G. 99
100 ℔ g. G. = ℔ Netto 80
100 ℔ Netto = Rthlr. 20
24 Rthlr. = ℔ Caffee 100

$$\frac{x = 68 \cdot 33 \cdot 2}{x = 4488 \text{ ℔ Caffee.}}$$

Berechnet man hier den Preis sowohl von der Butter als Caffee, so sind nach solchen

6800 ℔ Br. Butter = 4488 ℔ Caffee

denn 6800 ℔ Butter kosten 1077 Rthlr. 2 ggl. $10\frac{5}{1}\frac{6}{0}\frac{0}{0}$ pf.
und 4488 ℔ Caffee kosten 1077 Rthlr. 2 ggl. $10\frac{5}{1}\frac{6}{0}\frac{0}{0}$ pf.

Dritte Aufgabe.

A hat 2480 ℔ Brutto, rechnet Thara 4 pro Cent, für gut Gewicht 1 pro Cent, 30 ℔ Netto zu 12 Rthlr.; B hat 620 ℔ Brutto, rechnet Thara 5 pro Cent, für gut Gewicht 1 pro Cent, 30 ℔ Netto zu 48 Rthlr.

Wenn nun beyde Barattirende diese Waaren einander abliefern, welcher von beyden Theilen wird baar Geld zugeben müssen, und wie viel beträgt solches?

Man bestimmt den Werth von beyderley Waaren nach denen gegebenen Preisen, subtrahiret den geringern Betrag von dem größern, so zeiget diese Differenz nicht nur wer, sondern auch wie viel derselbe an baarem Gelde nachzahlen muß.

Aufsatz und Berechnung.

			A		B
x Rthlr.	=	℔ Br.	2480	+	620
100 ℔ Br.	=	℔ gut G.	99	+	99
100 ℔ gut G.	=	℔ Netto	96	+	95
30 ℔ Netto	=	Rthlr.	12	+	48

$x = \frac{2427968}{100}$ Rthlr. $+ \frac{932976}{100}$ Rthlr.

Da nun

A Waare beträgt
$\frac{2427968}{100}$ Rthlr. = 942 Rthlr. 19 ggl. 1 pf. ($\frac{4784}{100}$

B Waare beträgt
$\frac{932976}{100}$ Rthlr. = 932 = 23 = 5 = ($\frac{88}{100}$

so hat A noch zu fordern 9 Rthlr. 19 ggl. 8 pf.
welche B baar vergüten muß.

Vierte Aufgabe.

A liefert an B $423\frac{3}{4}$ ℔ Waare, von welcher ein Pfund $4\frac{1}{2}$ mk. kostet, und zugleich $509\frac{5}{8}$ mk. baar Geld; für diese Waare und dem baaren Gelde bekommt er von B Waare das Pfund zu $1\frac{1}{8}$ mk., wie viel Pfund hat B an A geben müssen?

Man richtet sämmtliche vermischte Brüche ein, so wird

$$423\tfrac{3}{4}\text{ ℔} = \tfrac{1695}{4}\text{ ℔}$$
$$4\tfrac{1}{2}\text{ mk.} = \tfrac{9}{2}\text{ mk.}$$
$$509\tfrac{5}{8}\text{ mk.} = \tfrac{4077}{8}\text{ mk.}$$
$$1\tfrac{1}{8}\text{ mk.} = \tfrac{9}{8}\text{ mk.}$$

alsdenn ist Aufsatz und Berechnung.

x ℔ von B = ℔ A $\frac{1695}{4}$ + mk. baar $\frac{4077}{8}$
1 ℔ A = mk. $\frac{9}{2}$
$\frac{9}{8}$ mk. = ℔ von B 1

$$\frac{9}{8}x = \frac{1695}{4} \cdot \frac{9}{2} + \frac{4077}{8}$$
$$\frac{9}{8}x = \frac{15255}{8} + \frac{4077}{8}$$
$$\frac{9}{8}x = \frac{15255 + 4077}{8}$$
$$\frac{9}{8}x = \frac{19332}{8}$$
$$x = \frac{19332}{8} : \frac{8}{9}$$
$$x = \frac{19332}{8} \cdot \frac{8}{9}$$
$$x = \frac{19332}{9}\text{ ℔} = 2148\text{ ℔},$$

welche B an A für empfangene Waare und baares Geld geben muß.

§. 121.

In den mehresten Rechenbüchern findet man auch eine Anleitung wie man verfahren müsse, wenn die Ver-

tauschung der Waaren mit Uebersatz geschiehet. Uebersatz wird daselbst genennet, wenn der Prets der Waare im Tausch höher als gegen baar Geld gesetzet wird, ich übergehe hier aber solches, wegen der in Kästners Fortsetzung der Rechenkunst §. 332. gemachten Anmerkung.

§. 122.

In allen bisher berechneten Aufgaben sind in denen Aufsätzen die Glieder mit dem Gleichheitszeichen verbunden, da doch §. 75. die Regel gegeben, zwischen diese Glieder das Verhältnißzeichen : zu setzen, ich glaube aber, daß auch füglich in dem Aufsatz nach der Kette das Gleichheitzeichen gebraucht werden kann; denn sind gleich die gegen einander überstehende Glieder jeder Reihe sich weder am Namen und der Einheit gleich, wie billig der Gebrauch des Gleichheitszeichen erfordert; so sind sie dennoch dem innern Werthe nach, welcher ihnen beygelegt, einander gleich, und in dieser Rücksicht kann man alle unter einander gesetzte Glieder in dem Aufsatz nach der Kette als Gleichungen betrachten, folglich auch selbige durch das Gleichheitszeichen verbinden. Wenn also z. E. 40 Pfund mit 8 Thaler bezahlet werden, so sind 40 Pfund = 8 Thaler, und es machen diese beyden Glieder durch das Gleichheitszeichen verbunden, eine Gleichung aus, wenn gleich beyde Glieder so wohl dem Namen als der Einheit nach, sehr verschieden sind, denn man siehet hier bloß auf den innern Werth, welcher gleich gesetzet ist.

Von allen denen §. 75. gezeigten Arten des Aufsatzes ist nur bisher die erste Art nämlich der Kettenaufsatz erwählet. Der Bewegungsgrund war, wie §. 82. bereits angeführet, daß diese Art denen Anfängern ohnstreitig

die bequemste ist. Den Beweis hievon mag §. 117. die achtzehnte Aufgabe geben. Sollte ein noch ungeübter diese Berechnung durch eine so oftmalige Anwendung der Regula Detri als unbekannte Größen in der Aufgabe enthalten sind; sollte er den Aufsatz nach denen übrigen gezeigten Arten vornehmen; wie schwer würde es ihm in solchen Aufgaben oft werden, den Namen des unbekannten Gliedes und die Ordnung der Glieder zu finden! Alles dieses erleichtert aber der Aufsatz nach der Kette. Kennet er nur den Namen der Sache, die er sucht, so hat er das erste Glied, für dessen Zahl er x setzet. Ist ihm das Glied, wovon x gesucht gesucht wird, bekannt, so hat er das zweyte Glied, also die erste Reihe des Aufsatzes: beydes wird ihm durch eine geringe Prüfung nicht fehlen.

Ist nun die erste Reihe des Aufsatzes gefunden, die übrigen folgen von selbst, wenn er nur der Regel folget: jede Reihe mit dem Gliede anzufangen, welches den Namen des letzten Gliedes der vorhergehenden Reihe hat.

Ist nun der Aufsatz geendiget, sind die Glieder nach angestellter Prüfung, ob selbige verwechselt werden müssen oder nicht, geordnet; so kann man aus diesem Aufsatz nach der Kette alle übrige Arten von Aufsätze sehr leicht bilden.

Wolte man z. E. den Aufsatz nach der Kette der §. 117 berechneter 18ten Aufgabe solchergestalt aufsetzen, daß nicht nur die Namen aller darinn vorhandenen unbekannten Größen; deren Bestimmung die Beantwortung der Hauptfrage zum voraussetzet, besonders angegeben, sondern auch alle Glieder wieder in 2 Reihen unter einander gesetzet würden, so bezeichnet man

1) in folgenden Aufsatz nach der Kette, welcher dem §. 117 befindlichen völlig gleich, alle Glieder, die unter x stehen mit 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17; Die Glieder

Aufsatz nach der Kette.

Nr. des Gliedes							Nr. des Gliedes
1	–	–	x Rthlr. Brschw. V. K.	=	℔ Brschw. 100	– –	2
3	–	–	1 ℔ Brschw.	=	holl. As 9716	– –	4
5	–	–	10080 holl. As	=	℔ Hamb. 1	– –	6
7	–	–	1 ℔ Hamb.	=	gr. Bl. B. E. K. 298	– –	8
9	–	–	32 gr. Bl. B. E. K.	=	mrk. B. E. K. 1	– –	10
11	–	–	1 mrk. B. E. K.	=	pf. Bsch. E. K. 139	– –	12
13	–	–	12 pf. Brschw. E. K.	=	ggl. Brschw. E. K. 1	– –	14
15	–	–	24 ggl. Brschw. E. K.	=	Rth. Bschw. E. K. 1	– –	16
17	–	–	100 Rth. Bsch. E. K.	=	Rth. Bsch. B. K. 120	– –	18

der gegen x über befindlichen Reihe mit 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18.

2) nennet man in dem neuen Aufsatz das erste Glied wie der x, und gibt solchen den Namen des vierten Gliedes des des ersten Aufsatzes also

x holl. Ås

Die übrigen drey Glieder sind auch hier denen in dem ersten Aufsatz befindlichen 2, 3, und 4ten Gliede sowohl dem Namen als der Ordnung nach gleich, und ist der Aufsatz zu der Bestimmung der Größe dieser ersten unbekannten Größe

x holl. Ås = ℔ Brschw. 100
1 ℔ Brschw, = holl. Ås 9716

3) Das folgende unbekannte Glied nennet man y; und gibt selbigen den Namen des sechsten Gliedes des ersten Aufsatzes also

y ℔ hamb.

Mit diesem Gliede fänget man die neue Reihe wieder an, und setzet gegen selbiges zum zweiten Gliede das vorher mit x bezeichnete Glied. Die übrigen beyden Glieder geben das 5te und 6te Glied des ersten Aufsatzes, und ist von der Bestimmung des Werthes von y der Aufsatz

y ℔ hamb. = holl. Ås x
10080 holl. Ås = ℔ hamb. 1

4) Das dritte folgende unbekannte Glied nennet man z und gibt solchen den Namen des achten Gliedes des ersten Aufsatzes also

z gr. Vl. B. E. K.

und setzet dagegen zum zweyten Gliede das vorige y ℔ hamb. Die übrigen beyden Glieder geben das 7te und 8te Glied des ersten Aufsatzes, und ist alsdann der Aufsatz

z gr. Vl. B. E. K. = ℔ hamb. y
1 ℔ hamb. = gr. Vl. B. E. K. 29

5) Die folgenden noch vorhandenen unbekannten Glieder benennet man mit denen übrigen lezten Buchstaben des kleinen lateinischen Alphabets als, w, v, u, t, p

und benennet jedes mit dem Namen des letzten Gliedes jeder folgenden Reihe des ersten Aufsatzes; setzet gegen jedes neue unbekannte Glied das vorhergehende unbekannte Glied, und unter diese die beyden Glieder der Reihe, von dessen letzten Gliede das unbekannte Glied den Namen erhalten Auf solche Art fähret man so lange fort, bis das lezte Glied in dem neuen Aufsatz = dem letzten Gliede in dem ersten Aufsatz ist.

Nach dieser Anleitung wäre also der neue Aufsatz der 18ten Aufgabe

x holl. As	=	℔ Brschw. 100
1 ℔ Brschw.	=	holl. As 9716
y ℔ hamb.	=	holl. As x
100800 holl. As	=	℔ hamb. 1
z grot Vl. B. E. K.	=	℔ hamb. y
1 ℔ hamb.	=	gr. Vl. B. E. K. 29
w mrk. B. E. K.	=	gr. Vl. B. E. K. z
32 gr. Vl. B. E. K.	=	mrk. B. E. K. 1
v pf. Brschw. E. K.	=	mrk. B. E. K. w
1 mrk. B. E. K.	=	pf. Brschw. E. K. 139
u ggl. Bschw. E. K.	=	pf. Brschw. E. K. v
12 pf. Brschw. E. K.	=	ggl. Brschw. E. K. 1
t Rth. Bschw. E. K.	=	ggl Brschw. E. K. u
24 ggl. Bschw. E. K.	=	Rthlr. Brschw. E. K. 1
p Rth. Bschw. V. K.	=	Rthlr. Brschw. E. K. t
100 Rth. Bsch. E. K.	=	Rthlr. Brschw. V. K. 120

Verwechselte man in diesem leztern gezeigten Aufsatz die übereinander stehende Glieder der zweyten Reihe rechter Hand, solchergestalt, daß das erste Glied des zweyten, das dritte Glied des vierten, das fünfte Glied des sechsten Gliedes ꝛc. Stelle erhält und verbindet die Glieder durch das Zeichen des Verhältnisses, so entstehet der Auf-

satz nach der §. 75 gelehrten zweyten Art und ist wie folget.

x holl. As	:	holl. As 9716
1 ℔ Brschw.	:	℔ Brschw. 100
y ℔ hamb.	:	℔ hamb. 1
10080 holl. As	:	holl. As x
z gr. Bl. B. E. K.	:	gr. Bl. B. E. K. 29
1 ℔ hamb.	:	℔ hamb. y
w mrk. B. E. K	:	mrk. B. E. K. 1
32 gr. Bl. B. E. K.	:	gr. Bl. B. E. K. z
v pf. Brschw. E. K.	:	pf. Brschw. E. K. 139
1 mrk. B. E. K.	:	mrk. B. E. K. w
u ggl. Brschw. E. K.	:	ggl. Brschw. E. K. 1
12 pf. Brschw. E. K.	:	pf. Brschw. E. K. v
t Rthlr. Bschw. E. K.	:	Rthlr. Brschw. E. K. 1
24 ggl. Brschw. E. K.	:	ggl. Brschw. E. K. u
p Rth. Bschw. B. K.	:	Rthlr. Brschw. B. K. 120
100 Rth. Bschw. E. K.	:	Rthlr. Brschw, E. K. t

Die Berechnung ist in diesen beyden Aufsätzen mit der §. 117 vorhandenen völlig gleich, es wäre denn, daß man von jeder unbekannten Größe den wahren Werth besonders berechnen wollte, alsdann würde, weil 8 unbekannte Größen vorhanden, auch eine achtmalige Anwendung der Regula Detri erforderlich seyn. Der durch die jedesmalige Anwendung der Regula Detri gefundene Werth der unbekannten Größe wird alsdann in dem folgenden Aufsatz anstatt des dieser unbekannten Größe gleichnamigten Buchstaben gesetzet.

Beyde letztere Arten von Aufsätzen geben nun auch die beste Anleitung die Glieder dieser Aufgabe nach der §. 75 gezeigten dritten und vierten Art aufzusetzen, und es entstehet

1) Aus dem ersten neuen Aufsatz die dritte Art, wie folget

1 ℔ Brschw.	:	9716 holl. As	=	100 ℔ Brschw.	:	x holl. As
10080 holl. As	:	1 ℔ Hamb.	=	x holl. As	:	y ℔ Hamb.
1 ℔ Hamb.	:	29 gr. Vl. B. E. K.	=	y ℔ Hamb.	:	z gr. Vl. B. E. K.
32 grot Vl. B. E. K.	:	1 mrk. B. E. K.	=	z gr. Vl. B. E. K.	:	w mrk. B. E. K.
1 mrk. B. E. K.	:	139 pf. Brschw. E. K.	=	w mrk. B. E. K.	:	v pf. Brschw. E. K.
12 pf. Brschw. E. K.	:	1 ggl. Brschw. E. K.	=	v pf. Brschw. E. K.	:	u ggl. Brschw. E. K.
24 ggl. Brschw. E. K.	:	1 Rthlr. Brschw. E. K.	=	u ggl. Brschw. E. K.	:	t Rthlr. Brschw. E. K.
100 Rthlr. Brschw. E. K.	:	120 Rthlr. Brschw. V. K.	=	t Rthlr. Brschw. E. K.	:	q Rthlr. Brschw. V. K.

2) Aus dem zweyten neuen Aufsatz die vierte Art; als

1 ℔ Brschw.	:	100 ℔ Brschw.	=	9716 holl. As	:	x holl. As
10080 holl. As	:	x holl. As	=	1 ℔ Hamb.	:	y ℔ Hamb.
1 ℔ Hamb.	:	y ℔ Hamb.	=	29 gr. Vl. B. E. K.	:	z gr. Vl. B. E. K.
32 gr. Vl. B. E. K.	:	z gr. Vl. B. E. K.	=	1 mrk. B. E. K.	:	w mrk. B. E. K.
1 mrk. B. E. K.	:	w mrk. B. E. K.	=	139 pf. Brschw. E. K.	:	v pf. Brschw. E. K.
12 pf. Brschw. E. K.	:	v pf. Brschw. E. K.	=	1 ggl. Brschw. E. K.	:	u ggl. Brschw. E. K.
24 ggl. Brschw. E. K.	:	u ggl. Brschw. E. K.	=	1 Rthlr. Brschw. E. K.	:	t Rthlr. Brschw. E. K.
100 Rthlr. Brschw. E. K.	:	t Rthlr. Brschw. E. K.	=	120 Rthlr. Brschw. V. K.	:	p Rthlr. Brschw. V. K.

Vergleicht man diese leztern zwey Aufsätze mit denen, aus welchen sie entstanden; so wird ohne weitere Anleitung der Platz, welcher jedem Gliede eigen, sich deutlich zeigen.

Beyde Arten von Aufsätzen werden auf eine zwiefache Art berechnet.

Man bestimmt entweder den Werth einer jeden unbekannten Größe besonders, und in diesem Fall muß man die Regula Detri wieder so vielmal anwenden, als unbekannte Größen vorhanden, oder man berechnet nur den Werth der letztern unbekannten Größe, welche hier = p Rthlr. B. K. Brschw. und in diesem Fall multipliciret man die unter einander stehende mittlern und äußern Glieder besonders, so gibt das Produkt der mittlern Glieder den Dividendus, das Produkt der äußern Glieder den Divisor und der durch die Division entstandene Quotient gibt alsdann den Werth der gesuchten unbekannten Größe also hier von p Rthlr. Brschw. B. K.

Die Factoren der mittlern Glieder sind

9716. 1. 29. 1. 139. 1. 1. 120. 100. x. y. z. w. v. u. t.

Die Factoren der äußern Glieder sind

1. 10080. 1. 32. 1. 12. 24. 100. x. y. z. w. v. u. t. p.

Streichet man die in beyden Theilen der Gleichung vorhandene gleichnamigte und die blos aus 1 bestehende Factoren weg, und verkleinert man die übrig gebliebene Factoren beyder Theile durch einerley Zahl; so bleiben die Factoren

1008. 32. 6. p = 2429. 29. 139

deren Produkt = 193536 p = 9791299

also p = $\frac{2}{1}\frac{7}{9}\frac{9}{3}\frac{1}{5}\frac{2}{3}\frac{9}{6}\frac{9}{6}$ Rthlr. B. K. Brschw.

oder p = 50 Rthlr. 14 ggl. $2\frac{2}{6}\frac{5}{7}\frac{9}{2}$ pf.

= dem §. 117. in der 18ten Aufgabe gefundenen Werth von x.

Lassen sich denn alle Aufgaben, deren Glieder eine oder mehrere geometrische Proportionen ausmachen, durch den Aufsatz nach der Kette berechnen?

Diese Frage beantwortet das §. 82. gegebene Kennzeichen derer durch den Kettenaufsatz zu berechnenden Aufgaben.

Welchen Aufsatz erwählet man alsdann am sichersten und wie findet man in solchen Fällen den Namen des fehlenden Gliedes?

Von denen leztern gezeigten Arten ist alsdann ohnstreitig die erste denen Anfängern die vortheilhafteste; und es wird alsdann auch einem Anfänger, der nur die bisher gezeigten Aufgaben durchgearbeitet, die Bestimmung des Namen der unbekannten Größe nicht mehr schwer fallen, wenn er nur aufmerksam untersucht, welches Glied in der Aufgabe die Frage ausmacht, und aus welchen Gliedern die Antwort hergeleitet werden muß.

Die §. 117. berechnete 18te Aufgabe mag auch zum Beyspiel dienen, wie aus einer jeden Aufgabe die §. 82. gelehrten zwo Fragen:

Was wird gesucht? Was ist bekannt? hergeleitet werden können, und wie aus denen erfolgten Antworten zu erforschen, wie vielmal die Regula Detri anzuwenden sey.

Die auf die angestellten Fragen erhaltene Antworten sind folgende. Als

Die Antwort auf die erste Frage: Was wird gesucht?

x Rthlr. Brschw. Verkauf von 100 ℔ Brschw.

oder was kosten im Verkauf 100 ℔ Brschw.

Die Antwort der zwoten Frage: Was ist bekannt?

1 ℔ Brschw. ist gleich 9716 holl. As

Die Antwort der dritten Frage: Was ist bekannt?

10080 holl. As sind gleich 1 ℔ Hamburger.

Die Antwort der vierten Frage: Was ist bekannt?

1 ℔ Hamburger kostet im Einkauf 29 grot Vl. B.

Die Antwort der fünften Frage: Was ist bekannt?

32 gr. Vl. B. sind gleich 1 mrk. Banco

Die Antwort der sechsten Frage: Was ist bekannt?

1 mrk. Banco ist gleich 139 pf. Brschw.

Die Antwort der siebenten Frage: Was ist bekannt?

12 pf. Brschw. sind gleich 1 ggl. Brschw.

Die Antwort der achten Frage: Was ist bekannt?

24 ggl. Brschw. sind gleich 1 Rthlr. Brschw.

Die Antwort der neunten Frage: Was ist bekannt?

100 Rth. Bsch. im Einkauf geben 120 Rth. Bschw. im Verkauf.

Da nun hier die zwote Frage: Was ist bekannt? achtmal angestellt werden konnte, so erfordert die Berechnung eigentlich auch eine achtmalige Anwendung der Regula Detri, wenn der Werth jeder unbekannten Größe deren auch achte vorhanden, besonders berechnet werden solte. Weil aber in allen Antworten das erste Glied den Namen des letzten Gliedes der vorhergehenden Antwort, und das letzte Glied der letztern Antwort den Namen des ersten Gliedes der erstern Antwort hat, so konnte diese Aufgabe durch den Kettenaufsatz auf einmal beantwortet werden. In dem §. 117. befindlichen Kettenaufsatz dieser berechneten Aufgabe enthält eine jede Reihe die Glie-

der der jedesmahligen auf die angestelten Fragen erhaltenen Antworten.

Aufgaben

deren Beantwortung die Regula Detri inversa oder verkehrte Regula Detri erfordern.

§. 123.

Erste Aufgabe.

Ein Schiff kann in 20 Wochen von 16 Personen verfertiget werden, wie viel Wochen werden 24 Personen darauf zubringen?

Auffatz vor angestellter Prüfung.

x Wochen = Arbeiter 24
16 Arbeiter = Wochen 20

Nach angestellter Prüfung müssen die Glieder 24 und 16 mit einander verwechselt werden, weil 24 Arbeiter natürlich weniger Wochen als 16 Arbeiter gebrauchen, es ist also hier die Frage zwar gros, aber die Antwort wird klein und ist

Auffatz und Berechnung.

x Wochen = Arbeiter 16
24 Arbeiter = Wochen 20

$$3x = 2 \cdot 20$$

$$3x = 40$$

$$x = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3} \text{ Wochen}$$

Zweyte Aufgabe.

Ein Fuhrmann bekommt für 8 Centner Waare 15 Meilen weit zu fahren ein bedungenes Fuhrlohn. Er

will aber lieber für dieses Lohn 24 Meilen weit Fracht haben, wie viel Centner muß er um ersteres Lohn fahren?

Aufsatz vor angestellter Prüfung.

x Centner = Meilen 24
15 Meilen = Centner 8

Nach angestellter Prüfung werden auch hier die Glieder 24 und 15 mit einander verwechselt, weil es sehr natürlich, daß, da dies Lohn sich gleich bleibt, das Gewicht der Fracht bey zunehmender Weite des Weges abnehmen muß. Es ist also

Aufsatz und Berechnung.

x Centner = Meilen 15
24 Meilen = Centner 8

x = 5 Centner

Dritte Aufgabe.

Zu einer Mantel werden $5\frac{1}{4}$ Elle $\frac{1}{-}\frac{0}{4}$ breites Tuch erfordert, wie viel Futter gebraucht man zu selbiger, welches $\frac{1}{-}\frac{5}{8}$ Ellen breit ist?

Nach eingerichteten Bruch $5\frac{1}{4}$ welcher = $\frac{2}{-}\frac{1}{4}$ ist der

Aufsatz vor angestellter Prüfung.

x Ell. lang = Ell. breit $\frac{1}{-}\frac{5}{8}$
$\frac{1}{-}\frac{0}{4}$ Ell. breit = Ell. lang $\frac{2}{-}\frac{1}{4}$

Nach angestellter Prüfung werden die Glieder $\frac{1}{-}\frac{5}{8}$ und $\frac{1}{-}\frac{0}{4}$ mit einander verwechselt, weil von dem Futter, welches schmaler als das Tuch zu der Mantel, mehr als $5\frac{1}{4}$ Ell. erfordert werden. Es ist also

Aufsatz und Berechnung

4 . 4 . x Ell. lang = Ell. breit $\frac{10}{4}$

$\frac{15}{8}$ Ell. breit = Ell. lang $\frac{21}{4}$. 8

x = 7 Ell.

Vierte Aufgabe.

Ein Schiffs Capitain ist für 150 Mann auf 12 Monat mit Lebensmittel versehen, wie lange kann er mit diesem Vorrath 120 Mann erhalten?

Aufsatz vor angestellter Prüfung.

x Monat = Mann 120
150 Mann = Monat 12

Nach angestellter Prüfung werden die Glieder 120 und 150 mit einander verwechselt, weil 120 Mann mit diesem Vorrath länger als 150 Mann können erhalten werden, es ist also

Aufsatz und Berechnung

x Monat = Mann 150
120 Mann = Monat 12

x = 15 Monat.

Fünfte Aufgabe.

Wenn der Himte Roggen 1 Rthlr. kostet, so bekommt man 12 ℔ Brodt für 6 mgl., wie viel ℔ Brodt wird man für 6 mgl. bekommen, wenn der Himte 27 Mariengroschen kostet?

Da ein Thaler = 36 mgl., so setzet man diese anstatt einen Thaler in dem Aufsatz, weil der andere Preis des Korns auch in Mariengroschen gegeben.

Aufsatz vor angestellter Prüfung.

x ℔ = mgl. 27
36 mgl. = ℔ 12

Nach angestellter Prüfung werden die beyden Glieder 27 und 36 mit einander verwechselt, weil die Pfundezahl von Brodt für einerley Preis zunehmen, wenn der Kornpreis abnimmt. Es ist also

Aufsatz und Berechnung.

x ℔ = mgl. 36
27 mgl. = ℔ 12

x = 4 . 4 = 16 ℔.

Sechste Aufgabe.

Wenn der Himte Roggen 1 Rthlr. kostet, so wäget ein Sechsmariengroschen-Brod 12 ℔, wie schwer muß ein Neunmariengroschen-Brod wägen, wenn der Himte 27 mgl. kostet?

In dieser Aufgabe sind eigentlich zwey unbekannte Größen, welche man x und y nennen kann, nämlich

1) x ℔ von einem Neunmariengroschen-Brodt, wenn ein Sechsmariengroschen-Brodt 12 ℔ wäget; hier nimmt man alsdenn den Kornpreis von beyden Brodten zu 1 Rthlr. an.

2) y ℔ von einem Neunmariengroschen-Brod, wenn der Himte 27 mgl. kostet, da eben dieses Neunmariengroschen-Brodt x ℔ gewogen, wenn der Himte 1 Rthlr. gekostet.

Aufsatz vor angestellter Prüfung.

x ℔ = mgl. 9
6 mgl. = ℔ 12
y ℔ = mgl. 27
36 mgl. = ℔ x

Nach angestellter Prüfung werden in der zweyten Anwendung der Regula Detri die Glieder 27 und 36 wieder verwechselt, weil man mehr Pfund Brodt für 9 mgl. bekommt, wenn das Korn wohlfeiler eingekauft ist. In der ersten Anwendung der Regula Detri bleiben die Glieder aber ohnverändert stehen, weil man bey einerley Kornpreis für 9 mgl. mehr Pfund Brod bekommt als für 6 mgl., es ist also

Aufsatz und Berechnung.

x ℔ = mgl. 9
6 mgl. = ℔ 12
y ℔ = mgl. 36
27 mgl. = ℔ x

y = 24 ℔.

Siebente Aufgabe.

Ein Weber verspricht aus 40 Pfund Garn $1\frac{1}{2}$ Elle breite Leinwand zu verfertigen, und rechnet auf $2\frac{3}{4}$ Elle

Leinwand ein Pfund Garn. Wie viel Ellen 2 Ellen breite Leinwand muß er aus obige 40 Pfund liefern?

Man berechnet zuförderst, wie viel Ellen $1\frac{1}{2}$ Elle breite Leinwand der Weber aus die überlieferten 40 Pfund Garn verfertigen müsse; und wie viel alsdenn diese Ellenzahl an 2 Ellen breite Leinwand betragen. Man nennet die erste unbekannte Größe wieder x, die zweyte y.

Aufsatz vor angestellter Pfrüfung.

x Ell. lang = ℔ 40
1 ℔ = Ell. lang $\frac{1}{4}$
y Ell. lang = Ell. breit 2
$\frac{3}{2}$ Ell. breit = Ell. lang x

Nach angestellter Prüfung werden in der zweyten Berechnung die beyden Glieder 2 und $\frac{3}{2}$ wieder verwechselt, weil der Weber ohnmöglich von 2 Ellen breiter Leinwand so viel aus dem empfangenen Garn liefern kann, als $1\frac{1}{2}$ Elle breite Leinwand.

Aufsatz und Berechnung.

x Ell. lang = ℔ 40
1 ℔ = Ell. lang $\frac{1}{4}$
y Ell. lang = Ell. breit $\frac{3}{2}$
2 Ell. breit = Ell. lang x

---

y = $82\frac{1}{2}$ Elle.

Man hätte auch diesen Aufsatz solchergestalt einrichten können, daß man weder zwey unbekannte

Größen, noch die Verwechselung der Glieder nöthig gehabt hätte.

Auffatz und Berechnung.

x Ell. lang	=	℔ 40
1 ℔	=	Ell. lang $\frac{1}{\frac{1}{4}}$
1 Ell. lang	=	Ell. breit $\frac{3}{2}$
2 Ell. breit	=	Ell. lang 1
x	=	$82\frac{1}{2}$ Elle.

Achte Aufgabe.

Ein Weber verlanget zu 20 Ellen $\frac{1}{\frac{1}{8}}$ breite Leinwand 25 Löppe Garn, von welchen der Lopp $3\frac{3}{4}$ Elle weit und 900 Faden hält. Man will ihm aber anderes Garn von gleicher Güte geben, es ist aber der Lop 4 Ellen weit und hat 1000 Faden. Wie viele Löppe muß er von diesem Garn zu obige Leinwand haben?

Man multipliciret die Weite des Loppes mit der ihm eigenen Fadenzahl, so gibt dieses Produkt die Ellenzahl der Faden des Lops. Alsdenn ist

Auffatz vor der Prüfung.

x Löppe	=	Elle Garn 1000 . 4
900 . $\frac{1}{\frac{5}{4}}$ Ell. G.	=	Löppe 25

Nach der Prüfung werden aber die Glieder 1000.4 und 900. $\frac{1}{\frac{5}{4}}$ mit einander verwechselt, indem der Weber hier von denen Löppen, welche mehr Faden enthalten, natürlich weniger haben muß, es ist also

Aufsatz und Berechnung.

x Löppe = Ell. Garn 900 . $\frac{1}{4}\frac{5}{}$
4 . 1000 Ell. G. = Löppe 25

4 . 4 . 2 . x = 9 . 3 . 25

32x = 675

x = $\frac{6}{3}\frac{7}{2}\frac{5}{}$ = 21 $\frac{3}{2}$ Lopp.

Durch folgenden Aufsatz wäre aber wieder die Verwechselung der Glieder vermieden

x Löppe = Löppe 25
1 Lopp = Ell. lang 900 . $\frac{1}{4}\frac{5}{}$
4 . 1000 Ell. lang = Lopp 1

4 . 4 . 2 . x = 9 . 3 . 25

32x = 675

x = $\frac{6}{3}\frac{7}{2}\frac{5}{}$ = 21 $\frac{3}{2}$ Lopp.

§. 124.

Zum Beschluß der gegebenen Anleitung des Gebrauchs der Regula Detri bey Berechnung auf verschiedene Gegenstände gerichteter Aufgaben folgen noch vier Tabellen, von welchen

die erste, die Quentin und Lothe in Theile eines Pfundes;

die zweyte, die braunschweigischen Rechnungsmünzen in Theile eines braunschweigischen Thalers;

die dritte, die hamburger Rechnungsmünzen in Theile einer hamburger Mark;

die vierte, die holländischen Rechnungsmünzen in Theile eines holländischen Gulden bestimmet.

Bey allen vier Tabellen ist das Ganze, von welchem die übrigen Benennungen Theile sind, zu 1000000 gleich große Theile angenommen; wie viel nun von diesen Theilen einer jeden Benennung zukommt, findet man gegen selbige unter der Rubrik, welche Theile von 1000000 benennet ist, gesetzet.

Die unter dieser eben erwähnten Rubrik befindliche Zahlzeichen sind also die Zähler eines Bruchs, dessen Nenner = 1000000 ist. Sie sind alle kleiner als der Nenner, folglich sind sie alle Zähler von ächten Brüchen. Diese Brüche sind aber in Ansehung des Nenners, Decimalbrüche; man kann also alle die unter erwähnter Rubrik befindliche Zahlzeichen als ohne Nenner geschriebene Decimalbrüche ansehen, wenn man nur vor das forderste Zahlzeichen ein Comma zur Gränze der Einheit der Ganzen, und vor dieses Comma anstatt der Ganzen eine Null setzet. So wäre also z. E. in der ersten Tabelle der Werth eines $\frac{1}{2}$ Quentin = $\frac{3906}{1000000}$ Pfund, und ohne Nenner wäre dieser Bruch = 0,003906 Pfund.

Der Gebrauch dieser Tabellen könnte sehr oft eine mühsame Multiplication, welche die Verwandlung einer Größe in die erforderliche kleinste Benennung z. E. einer Anzahl Pfunde in Quentin, oder Thaler in Pfennige erleichtern. Es würde aber auch sehr oft sich der gesuchte Vortheil verlieren, wenn man wo nicht mehr, doch eben so viele Decimalstellen zum Factor wieder erhielte.

Diese Tabellen sind daher vorzüglich nur bestimmt, die Resolution des nach geendigter Division bey berechneten Proportionsexempeln gebliebenen Restes, dessen Benennung entweder Pfunde, oder braunschweigische Thaler,

homburg r Mark, holländische Gulden ist, zu erspa-ren.

Verwandelt man nur nach der in der Lehre von Decimalbrüchen §. 49. gegebenen Anweisung den gebliebenen Rest in einen Decimalbruch ohne Nenner, und bestimmt den Werth dieses Restes, wenn er sich nicht genau bestimmen lässet, nur durch sechs Decimalstellen, so kann man von diesen den wahren Werth so genau finden, daß das noch fehlende für nichts zu achten ist.

Ein Beyspiel von dem Gebrauch einer dieser Tabellen wird hinreichend seyn, auch von denen übrigen dreyen Tabellen Gebrauch zu machen. Es mag die zwote Tabelle seyn, welche die braunschweigische Rechnungsmünzen in 1000000 Theile eines braunschweigischen Thaler bestimmet.

Man hätte z. E. nach geendigter Division eines berechneten geometrischen Proportionsexempel zum Quotienten folgenden vermischten Bruch erhalten $248\frac{3}{9}\frac{9}{8}\frac{7}{7}\frac{4}{5}$ Thaler. Verwandelt man hier den Bruch $\frac{3}{9}\frac{9}{8}\frac{7}{7}\frac{4}{5}$ in einen Decimalbruch ohne Nenner, so wird $\frac{3}{9}\frac{9}{8}\frac{7}{7}\frac{4}{5} = 0{,}402430$; folglich ist $248\frac{3}{9}\frac{9}{8}\frac{7}{7}\frac{4}{5}$ Thaler $= 248{,}402430$ Thaler.

Man sucht nun in der zwoten Tabelle unter der Rubrik

Theile von 1000000

diese Decimalstellen 402430 auf. Völlig genau findet man solche nicht, sondern sie fallen zwischen die Decimalstellen von 9 ggl. 7 pf. und 9 ggl. 8 pf.

Man erwählet also hier für ihren Werth 9 ggl. 7 pf. Es wäre also der Werth von $248\frac{3}{9}\frac{9}{8}\frac{7}{7}\frac{4}{5}$ Rthlr. $= 248{,}402430$ Rthlr. $= 248$ Rthlr. 9 ggl. 7 pf.

Will man aber auch wissen, ob etwa das noch fehlende einen halben Pfennig beträgt, um für selbigen anstatt 7 pf. nun 8 pf. zu rechnen; so subtrahiret man die gewählten Decimalstellen von denen durch Rechnung gefundenen, und untersucht diese Differenz nach den Werth des in dieser Tabelle befindlichen halben Pfennigs; ist nun die Differenz eben so groß, oder noch größer als dieser Werth, so rechnet man noch einen Pfennig mehr, also 8 pf. ist hingegen die Differenz kleiner, als dieser Werth, so lässet man solche weg.

Hier sind nun die durch Rechnung gefundene Decimaltheile = 402430
die in der Tabelle gewählten = 399304

die Differenz ist also = 003126

In der Tabelle findet sich der Werth eines halben Pfennigs zu 001736 angegebenen. Da nun erstere Differenz größer als der Werth eines halben Pfennig, so rechnet man anstatt 7 pf. nun einen Pfennig mehr, also 8 pf. Es ist also alsdenn

$248\frac{3}{9}\frac{9}{8}\frac{7}{7}\frac{4}{5}$ Rthlr. = 248,402430 Rthlr. = 248 Rthlr.
9 ßgl. 8 pf.

Bestimmung der Quentin und Lothe in 1000000 Theile eines Pfundes.

Lt.	Qu.	Theile von 1000000	Lt.	Qu.	Theile von 1000000	Lt.	Qu.	Theile von 1000000
	½	0 0 3 9 0 6	6		1 8 7 5 0 0	12		3 7 5 0 0 0
	1	0 0 7 8 1 3	6	1	1 9 5 3 1 3	12	1	3 8 2 8 1 3
	2	0 1 5 6 2 6	6	2	2 0 3 1 2 6	12	2	3 9 0 6 2 6
	3	0 2 3 4 3 9	6	3	2 1 0 9 3 9	12	3	3 9 8 4 3 9
1		0 3 1 2 5 0	7		2 1 8 7 5 0	13		4 0 6 2 5 0
1	1	0 3 9 0 6 3	7	1	2 2 6 5 6 3	13	1	4 1 4 0 6 3
1	2	0 4 6 8 7 6	7	2	2 3 4 3 7 6	13	2	4 2 1 8 7 6
1	3	0 5 4 6 8 9	7	3	2 4 2 1 8 9	13	3	4 2 9 6 8 9
2		0 6 2 5 0 0	8		2 5 0 0 0 0	14		4 3 7 5 0 0
2	1	0 7 0 3 1 3	8	1	2 5 7 8 1 3	14	1	4 4 5 3 1 3
2	2	0 7 8 1 2 6	8	2	2 6 5 6 2 6	14	2	4 5 3 1 2 6
2	3	0 8 5 9 3 9	8	3	2 7 3 4 3 9	14	3	4 6 0 9 3 9
3		0 9 3 7 5 0	9		2 8 1 2 5 0	15		4 6 8 7 5 0
3	1	1 0 1 5 6 3	9	1	2 8 9 0 6 3	15	1	4 7 6 5 6 3
3	2	1 0 9 3 7 6	9	2	2 9 6 8 7 6	15	2	4 8 4 3 7 6
3	3	1 1 7 1 8 9	9	3	3 0 4 6 8 9	15	3	4 9 2 1 8 9
4		1 2 5 0 0 0	10		3 1 2 5 0 0	16		5 0 0 0 0 0
4	1	1 3 2 8 1 3	10	1	3 2 0 3 1 3	16	1	5 0 7 8 1 3
4	2	1 4 0 6 2 6	10	2	3 2 8 1 2 6	16	2	5 1 5 6 2 6
4	3	1 4 8 4 3 9	10	3	3 3 5 9 3 9	16	3	5 2 3 4 3 9
5		1 5 6 2 5 0	11		3 4 3 7 5 0	17		5 3 1 2 5 0
5	1	1 6 4 0 6 3	11	1	3 5 1 5 6 3	17	1	5 3 9 0 6 3
5	2	1 7 1 8 7 6	11	2	3 5 9 3 7 6	17	2	5 4 6 8 7 6
5	3	1 7 9 6 8 9	11	3	3 6 7 1 8 9	17	3	5 5 4 6 8 9

Lt.	Qu.	Theile von 1000000	Lt.	Qu.	Theile von 1000000	Lt.	Qu.	Theile von 1000000
18		5 6 2 5 0 0	24		7 5 0 0 0 0	30		9 3 7 5 0 0
18	1	5 7 0 3 1 3	24	1	7 5 7 8 1 3	30	1	9 4 5 3 1 3
18	2	5 7 8 1 2 6	24	2	7 6 5 6 2 6	30	2	9 5 3 1 2 6
18	3	5 8 5 9 3 9	24	3	7 7 3 4 3 9	30	3	9 6 0 9 3 9
19		5 9 3 7 5 0	25		7 8 1 2 5 0	31		9 6 8 7 5 0
19	1	6 0 1 5 6 3	25	1	7 8 9 0 6 3	31	1	9 7 6 5 6 3
19	2	6 0 9 3 7 6	25	2	7 9 6 8 7 6	31	2	9 8 4 3 7 6
19	3	6 1 7 1 8 9	25	3	8 0 4 6 8 9	31	3	9 9 2 1 8 9
20		6 2 5 0 0 0	26		8 1 2 5 0 0			
20	1	6 3 2 8 1 3	26	1	8 2 0 3 1 3			
20	2	6 4 0 6 2 6	26	2	8 2 8 1 2 6			
20	3	6 4 8 4 3 9	26	3	8 3 5 9 3 9			
21		6 5 6 2 5 0	27		8 4 3 7 5 0			
21	1	6 6 4 0 6 3	27	1	8 5 1 5 6 3			
21	2	6 7 1 8 7 6	27	2	8 5 9 3 7 6			
21	3	6 7 9 6 8 9	27	3	8 6 7 1 8 9			
22		6 8 7 5 0 0	28		8 7 5 0 0 0			
22	1	6 9 5 3 1 3	28	1	8 8 2 8 1 3			
22	2	7 0 3 1 2 6	28	2	8 9 0 6 2 6			
22	3	7 1 0 9 3 9	28	3	8 9 8 4 3 9			
23		7 1 8 7 5 0	29		9 0 6 2 5 0			
23	1	7 2 6 5 6 3	29	1	9 1 4 0 6 3			
23	2	7 3 4 3 7 6	29	2	9 2 1 8 7 6			
23	3	7 4 2 1 8 9	29	3	9 2 9 6 8 9			

Bestimmung der braunschweigischen Rechnungsmünzen in 1000000 Theile eines Thalers.

ggl	pf.	Theile von 1000000	ggl	pf.	Theile von 1000000	ggl	pf.	Theile von 1000000
	½	0 0 1 7 3 6	2		0 8 3 3 3 2	4		1 6 6 6 6 6
	1	0 0 3 4 7 2	2	1	0 8 6 8 0 4	4	1	1 7 0 1 3 6
	2	0 0 6 9 4 4	2	2	0 9 0 2 7 6	4	2	1 7 3 6 0 8
	3	0 1 0 4 1 6	2	3	0 9 3 7 4 8	4	3	1 7 7 0 8 0
	4	0 1 3 8 8 8	2	4	0 9 7 2 2 0	4	4	1 8 0 5 5 2
	5	0 1 7 3 6 0	2	5	1 0 0 6 9 2	4	5	1 8 4 0 2 4
	6	0 2 0 8 3 2	2	6	1 0 4 1 6 4	4	6	1 8 7 4 9 6
	7	0 2 4 3 0 4	2	7	1 0 7 6 3 6	4	7	1 9 0 9 6 8
	8	0 2 7 7 7 6	2	8	1 1 1 1 0 8	4	8	1 9 4 4 4 0
	9	0 3 1 2 5 0	2	9	1 1 4 5 8 0	4	9	1 9 7 9 1 2
	10	0 3 4 7 2 2	2	10	1 1 8 0 5 2	4	10	2 0 1 3 8 4
	11	0 3 8 1 9 4	2	11	1 2 1 5 2 4	4	11	2 0 4 8 5 6
1		0 4 1 6 6 6	3		1 2 5 0 0 0	5		2 0 8 3 2 8
1	1	0 4 5 1 3 8	3	1	1 2 8 4 7 2	5	1	2 1 1 8 0 0
1	2	0 4 8 6 1 0	3	2	1 3 1 9 4 4	5	2	2 1 5 2 7 2
1	3	0 5 2 0 8 2	3	3	1 3 5 4 1 6	5	3	2 1 8 7 4 4
1	4	0 5 5 5 5 4	3	4	1 3 8 8 8 8	5	4	2 2 2 2 1 6
1	5	0 5 9 0 2 5	3	5	1 4 2 3 0 0	5	5	2 2 5 6 8 8
1	6	0 6 2 5 0 0	3	6	1 4 5 8 3 2	5	6	2 2 9 1 6 0
1	7	0 6 5 9 7 2	3	7	1 4 9 3 0 4	5	7	2 3 2 6 3 2
1	8	0 6 9 4 4 4	3	8	1 5 2 7 7 6	5	8	2 3 6 1 0 4
1	9	0 7 2 9 1 6	3	9	1 5 6 2 4 8	5	9	2 3 9 5 7 6
1	10	0 7 6 3 8 8	3	10	1 5 9 7 2 0	5	10	2 4 3 0 4 8
1	11	0 7 9 8 6 0	3	11	1 6 3 1 9 2	5	11	2 4 6 5 3 0

ggl	pf.	Theile von 1000000	ggl	pf.	Theile von 1000000	ggl	pf.	Theile von 1000000
6		250000	8		333333	10		416666
6	1	253472	8	1	336804	10	1	420136
6	2	256944	8	2	340276	10	2	423608
6	3	260416	8	3	343748	10	3	427080
6	4	263888	8	4	347220	10	4	430552
6	5	267360	8	5	350692	10	5	434024
6	6	270832	8	6	354164	10	6	437496
6	7	274304	8	7	357636	10	7	440968
6	8	277776	8	8	361108	10	8	444440
6	9	281250	8	9	364580	10	9	447912
6	10	284722	8	10	368052	10	10	451384
6	11	288194	8	11	371524	10	11	454856
7		291666	9		375000	11		458333
7	1	295138	9	1	378472	11	1	461805
7	2	298610	9	2	381944	11	2	465271
7	3	302082	9	3	385416	11	3	468749
7	4	305554	9	4	388888	11	4	472221
7	5	309026	9	5	392360	11	5	475693
7	6	312500	9	6	395832	11	6	479165
7	7	315972	9	7	399304	11	7	482637
7	8	319444	9	8	402776	11	8	486109
7	9	322916	9	9	406248	11	9	489581
7	10	326388	9	10	409720	11	10	493053
7	11	329860	9	11	413192	11	11	496525

ggl	pf.	Theile von 1000000	ggl	pf.	Theile von 1000000	ggl	pf.	Theile von 1000000
12		500000	14		583333	16		666666
12	1	503472	14	1	586805	16	1	670138
12	2	506944	14	2	590277	16	2	673610
12	3	510416	14	3	593749	16	3	677082
12	4	513888	14	4	597221	16	4	680554
12	5	517360	14	5	600693	16	5	684026
12	6	520832	14	6	604165	16	6	687498
12	7	524304	14	7	607637	16	7	690970
12	8	527776	14	8	611109	16	8	694442
12	9	531248	14	9	614581	16	9	697914
12	10	534720	14	10	618053	16	10	701386
12	11	538192	14	11	621525	16	11	704858
13		541666	15		625000	17		708333
13	1	545138	15	1	628472	17	1	711805
13	2	548610	15	2	631944	17	2	715277
13	3	552082	15	3	635416	17	3	718749
13	4	555554	15	4	638888	17	4	722221
13	5	559026	15	5	642360	17	5	725693
13	6	562498	15	6	645832	17	6	729165
13	7	565970	15	7	649304	17	7	732637
13	8	569442	15	8	652776	17	8	736109
13	9	572914	15	9	656248	17	9	739581
13	10	576386	15	10	659720	17	10	743053
13	11	579858	15	11	663192	17	11	746525

ggl	pf.	Theile von 1000000	ggl	pf.	Theile von 1000000	ggl	pf.	Theile von 1000000
18		750000	20		833333	22		916666
18	1	753472	20	1	836805	22	1	920138
18	2	756944	20	2	840277	22	2	923610
18	3	760416	20	3	843749	22	3	927082
18	4	763888	20	4	847221	22	4	930554
18	5	767360	20	5	850693	22	5	934026
18	6	770832	20	6	854165	22	6	937498
18	7	774304	20	7	857637	22	7	940970
18	8	777776	20	8	861109	22	8	944442
18	9	781248	20	9	864581	22	9	947914
18	10	784720	20	10	868053	22	10	951386
18	11	788192	20	11	871525	22	11	954858
19		791666	21		875000	23		958333
19	1	795138	21	1	878472	23	1	961805
19	2	798610	21	2	881944	23	2	965277
19	3	802082	21	3	885416	23	3	968749
19	4	805554	21	4	888888	23	4	972221
19	5	809026	21	5	892360	23	5	975693
19	6	812498	21	6	895832	23	6	979165
19	7	815970	21	7	899304	23	7	982637
19	8	819442	21	8	902776	23	8	986109
19	9	822914	21	9	906248	23	9	989581
19	10	826386	21	10	909720	23	10	993053
19	11	829858	21	11	913192	23	11	996525

Bestimmung der hamburger Rechnungsmünzen in 1000000 Theile einer Mark.

ß	pf.	Theile von 1000000	ß	pf.	Theile von 1000000	ß	pf.	Theile von 1000000
	½	00 26 04	2		12 50 00	4		25 00 00
	1	00 52 08	2	1	13 02 08	4	1	25 52 08
	2	01 04 16	2	2	13 54 16	4	2	26 04 16
	3	01 56 25	2	3	14 06 25	4	3	26 56 25
	4	02 08 32	2	4	14 58 33	4	4	27 08 33
	5	02 60 41	2	5	15 10 41	4	5	27 60 41
	6	03 12 50	2	6	15 62 50	4	6	28 12 50
	7	03 64 58	2	7	16 14 58	4	7	28 64 58
	8	04 16 66	2	8	16 66 66	4	8	29 16 66
	9	04 68 75	2	9	17 18 75	4	9	29 68 75
	10	05 20 83	2	10	17 70 83	4	10	30 20 83
	11	05 72 91	2	11	18 22 91	4	11	30 72 91
1		06 25 00	3		18 75 00	5		31 25 00
1	1	06 77 08	3	1	19 27 08	5	1	31 77 08
1	2	07 29 16	3	2	19 79 16	5	2	32 29 16
1	3	07 81 25	3	3	20 31 25	5	3	32 81 25
1	4	08 33 33	3	4	20 83 33	5	4	33 33 33
1	5	08 85 41	3	5	21 35 41	5	5	33 85 41
1	6	09 37 50	3	6	21 87 50	5	6	34 37 50
1	7	09 89 58	3	7	22 39 58	5	7	34 89 58
1	8	10 41 66	3	8	22 91 66	5	8	35 41 66
1	9	10 93 75	3	9	23 43 75	5	9	35 93 75
1	10	11 45 83	3	10	23 95 83	5	10	36 45 83
1	11	11 97 91	3	11	24 47 91	5	11	36 97 91

ß	pf.	Theile von 1000000	ß	pf.	Theile von 1000000	ß	pf.	Theile von 1000000
6		375000	8		500000	10		625000
6	1	380208	8	1	505208	10	1	630208
6	2	385416	8	2	510416	10	2	635416
6	3	390625	8	3	515625	10	3	640625
6	4	395833	8	4	520833	10	4	645833
6	5	401041	8	5	526041	10	5	651041
6	6	406250	8	6	531250	10	6	656250
6	7	411458	8	7	536458	10	7	661458
6	8	416666	8	8	541666	10	8	666666
6	9	421875	8	9	546875	10	9	671875
6	10	427083	8	10	552083	10	10	677083
6	11	432291	8	11	557291	10	11	682291
7		437500	9		562500	11		687500
7	1	442708	9	1	567708	11	1	692708
7	2	447916	9	2	572916	11	2	697916
7	3	453125	9	3	578125	11	3	703125
7	4	458333	9	4	583333	11	4	708333
7	5	463541	9	5	588541	11	5	713541
7	6	468750	9	6	593750	11	6	718750
7	7	473958	9	7	598958	11	7	723958
7	8	479166	9	8	604166	11	8	729166
7	9	484375	9	9	609375	11	9	734375
7	10	489583	9	10	614583	11	10	739583
7	11	494791	9	11	619791	11	11	744791

ß	pf.	Theile von 1000000	ß	pf.	Theile von 1000000	ß	pf.	Theile von 1000000
12		750000	14		875000			
12	1	755208	14	1	880208			
12	2	760416	14	2	885416			
12	3	765625	14	3	890625			
12	4	770833	14	4	895833			
12	5	776041	14	5	901041			
12	6	781250	14	6	906250			
12	7	786458	14	7	911458			
12	8	791666	14	8	916666			
12	9	796875	14	9	921875			
12	10	802083	14	10	927083			
12	11	807291	14	11	932291			
13		812500	15		937500			
13	1	817708	15	1	942708			
13	2	822916	15	2	947916			
13	3	828125	15	3	953125			
13	4	833333	15	4	958333			
13	5	838541	15	5	963541			
13	6	843750	15	6	968750			
13	7	848958	15	7	973958			
13	8	854166	15	8	979166			
13	9	859375	15	9	984375			
13	10	864583	15	10	989583			
13	11	869791	15	11	994791			

Bestimmung der Holländischen Rechnungsmünzen in 1000000 Theile eines Gulden.

Stüv.	pf.	Theile von 1000000	Stüv.	pf.	Theile von 1000000	Stüv.	pf.	Theile von 1000000
	½	0 0 1 5 6 2	1	8	0 7 5 0 0 0	3		1 5 0 0 0 0
	1	0 0 3 1 2 5	1	9	0 7 8 1 2 5	3	1	1 5 3 1 2 5
	2	0 0 6 2 5 0	1	10	0 8 1 2 5 0	3	2	1 5 6 2 5 0
	3	0 0 9 3 7 5	1	11	0 8 4 3 7 5	2	3	1 5 9 3 7 5
	4	0 1 2 5 0 0	1	12	0 8 7 5 0 0	3	4	1 6 2 5 0 0
	5	0 1 5 6 2 5	1	13	0 9 0 6 2 5	3	5	1 6 5 6 2 5
	6	0 1 8 7 5 0	1	14	0 9 3 7 5 0	3	6	1 6 8 7 5 0
	7	0 2 1 8 7 5	1	15	0 9 6 8 7 5	3	7	1 7 1 8 7 5
	8	0 2 5 0 0 0	2		1 0 0 0 0 0	3	8	1 7 5 0 0 0
	9	0 2 8 1 2 5	2	1	1 0 3 1 2 5	3	9	1 7 8 1 2 5
	10	0 3 1 2 5 0	2	2	1 0 6 2 5 0	3	10	1 8 1 2 5 0
	11	0 3 4 3 7 5	2	3	1 0 9 3 7 5	3	11	1 8 4 3 7 5
	12	0 3 7 5 0 0	2	4	1 1 2 5 0 0	3	12	1 8 7 5 0 0
	13	0 4 0 6 2 5	2	5	1 1 5 6 2 5	3	13	1 9 0 6 2 5
	14	0 4 3 7 5 0	2	6	1 1 8 7 5 0	3	14	1 9 3 7 5 0
	15	0 4 6 8 7 5	2	7	1 2 1 8 7 5	3	15	1 9 6 8 7 5
1		0 5 0 0 0 0	2	8	1 2 5 0 0 0	4		2 0 0 0 0 0
1	1	0 5 3 1 2 5	2	9	1 2 8 1 2 5	4	1	2 0 3 1 2 5
1	2	0 5 6 2 5 0	2	10	1 3 1 2 5 0	4	2	2 0 6 2 5 0
1	3	0 5 9 3 7 5	2	11	1 3 4 3 7 5	4	3	2 0 9 3 7 5
1	4	0 6 2 5 0 0	2	12	1 3 7 5 0 0	4	4	2 1 2 5 0 0
1	5	0 6 5 6 2 5	2	13	1 4 0 6 2 5	4	5	2 1 5 6 2 5
1	6	0 6 8 7 5 0	2	14	1 4 3 7 5 0	4	6	2 1 8 7 5 0
1	7	0 7 1 8 7 5	2	15	1 4 6 8 7 5	4	7	2 2 1 8 7 5

Stüv.	pf.	Theile von 1000000	Stüv.	pf.	Theile von 1000000	Stüv.	pf.	Theile von 1000000
4	8	225000	6		300000	7	8	375000
4	9	228125	6	1	303125	7	9	378125
4	10	231250	6	2	306250	7	10	381250
4	11	234375	6	3	309375	7	11	384375
4	12	237500	6	4	312500	7	12	387500
4	13	240625	6	5	315625	7	13	390625
4	14	243750	6	6	318750	7	14	393750
4	15	246875	6	7	321875	7	15	396875
5		250000	6	8	325000	8		400000
5	1	253125	6	9	328125	8	1	403125
5	2	256250	6	10	331250	8	2	406250
5	3	259375	6	11	334375	8	3	409375
5	4	262500	6	12	337500	8	4	412500
5	5	265625	6	13	340625	8	5	415625
5	6	268750	6	14	343750	8	6	418750
5	7	271875	6	15	346875	8	7	421875
5	8	275000	7		350000	8	8	425000
5	9	278125	7	1	353125	8	9	428125
5	10	281250	7	2	356250	8	10	431250
5	11	284375	7	3	359375	8	11	434375
5	12	287500	7	4	362500	8	12	437500
5	13	290625	7	5	365625	8	13	440625
5	14	293750	7	6	368750	8	14	443750
5	15	296875	7	7	371875	8	15	446875

Stüb.	pf.	Theile von 1000000	Stüb.	pf.	Theile von 1000000	Stüb.	pf.	Theile von 1000000
9		4|5|0|0|0|0	10	8	5|2|5|0|0|0	12		6|0|0|0|0|0
9	1	4|5|3|1|2|5	10	9	5|2|8|1|2|5	12	1	6|0|3|1|2|5
9	2	4|5|6|2|5|0	10	10	5|3|1|2|5|0	12	2	6|0|6|2|5|0
9	3	4|5|9|3|7|5	10	11	5|3|4|3|7|5	12	3	6|0|9|3|7|5
9	4	4|6|2|5|0|0	10	12	5|3|7|5|0|0	12	4	6|1|2|5|0|0
9	5	4|6|5|6|2|5	10	13	5|4|0|6|2|5	12	5	6|1|5|6|2|5
9	6	4|6|8|7|5|0	10	14	5|4|3|7|5|0	12	6	6|1|8|7|5|0
9	7	4|7|1|8|7|5	10	15	5|4|6|8|7|5	12	7	6|2|1|8|7|5
9	8	4|7|5|0|0|0	11		5|5|0|0|0|0	12	8	6|2|5|0|0|0
9	9	4|7|8|1|2|5	11	1	5|5|3|1|2|5	12	9	6|2|8|1|2|5
9	10	4|8|1|2|5|0	11	2	5|5|6|2|5|0	12	10	6|3|1|2|5|0
9	11	4|8|4|3|7|5	11	3	5|5|9|3|7|5	12	11	6|3|4|3|7|5
9	12	4|8|7|5|0|0	11	4	5|6|2|5|0|0	12	12	6|3|7|5|0|0
9	13	4|9|0|6|2|5	11	5	5|6|5|6|2|5	12	13	6|4|0|6|2|5
9	14	4|9|3|7|5|0	11	6	5|6|8|7|5|0	12	14	6|4|3|7|5|0
9	15	4|9|6|8|7|5	11	7	5|7|1|8|7|5	12	15	6|4|6|8|7|5
10		5|0|0|0|0|0	11	8	5|7|5|0|0|0	13		6|5|0|0|0|
10	1	5|0|3|1|2|5	11	9	5|7|8|1|2|5	13	1	6|5|3|1|2|5
10	2	5|0|6|2|5|0	11	10	5|8|1|2|5|0	13	2	6|5|6|2|5|0
10	3	5|0|9|3|7|5	11	11	5|8|4|3|7|5	13	3	6|5|9|3|7|5
10	4	5|1|2|5|0|0	11	12	5|8|7|5|0|0	13	4	6|6|2|5|0|0
10	5	5|1|5|6|2|5	11	13	5|9|0|6|2|5	13	5	6|6|5|6|2|5
10	6	5|1|8|7|5|0	11	14	5|9|3|7|5|0	13	6	6|6|8|7|5|0
10	7	5|2|1|8|7|5	11	15	5|9|6|8|7|5	13	7	6|7|1|8|7|5

Gulden	pf.	Theile von 1000000	Gulden	pf.	Theile von 1000000	Gulden	pf.	Theile von 1000000
13	8	675000	15		750000	16	8	825000
13	9	678125	15	1	753125	16	9	828125
13	10	681250	15	2	756250	16	10	831250
13	11	684375	15	3	759375	16	11	834375
13	12	687500	15	4	762500	16	12	837500
13	13	690625	15	5	765625	16	13	840625
13	14	693750	15	6	768750	16	14	843750
13	15	696875	15	7	771875	16	15	846875
14		700000	15	8	775000	17		850000
14	1	703125	15	9	778125	17	1	853125
14	2	706250	15	10	781250	17	2	856250
14	3	709375	15	11	784375	17	3	859375
14	4	712500	15	12	787500	17	4	862500
14	5	715625	15	13	790625	17	5	865625
14	6	718750	15	14	793750	17	6	868750
14	7	721875	15	15	796875	17	7	871875
14	8	725000	16		800000	17	8	875000
14	9	728125	16	1	803125	17	9	878125
14	10	731250	16	2	806250	17	10	881250
14	11	734375	16	3	809375	17	11	884375
14	12	737500	16	4	812500	17	12	887500
14	13	740625	16	5	815625	17	13	890625
14	14	743750	16	6	818750	17	14	893750
14	15	746875	16	7	821875	17	15	896875

Stüv.	pf.	Theile von 1000000	Stüv.	pf.	Theile von 1000000	Stüv.	pf.	Theile von 1000000
18		900000	19	8	975000			
18	1	903125	19	9	978125			
18	2	906250	19	10	981250			
18	3	909375	19	11	984375			
18	4	912500	19	12	987500			
18	5	915625	19	13	990625			
18	6	918750	19	14	993750			
18	7	921875	19	15	996875			
18	8	925000						
18	9	928125						
18	10	931250						
18	11	934375						
18	12	937500						
18	13	940625						
18	14	943750						
18	15	946875						
19		950000						
19	1	953125						
19	2	956250						
19	3	959375						
19	4	962500						
19	5	965625						
19	6	968750						
19	7	971875						

Eine kurze aber auch untrügliche Probe auf die vier Rechnungsarten in ganzen und gebrochenen, ohnbenamten und benamten Zahlen; auf berechnete geometrische Proportionsexempel gefundenen Potenzen und Wurzeln.

Einleitung.

Durch alle angestellte Berechnungen überhaupt, also auch durch die vier Rechnungsarten, wird durch Beyhülfe gegebener bekannter Größen eine unbekannte Größe gesucht und gefunden.

Eine jede Rechnungsart erfordert bekannte Größen, und nicht nur diese sondern auch die durch selbige gesuchte unbekannte Größe haben ihre besondern Namen. Es werden nämlich

Bey einem Additionsexempel

die erforderlichen bekannten Größen, die zusammtirende Größen

die gesuchte unbekannte Größe, die Summa;

Bey einem Subtractionsexempel

die erforderlichen bekannten Größen, der Minuendus und Subtrahendus,

die gesuchte unbekannte Größe, die Differenz;

Bey einem Multiplicationsexempel
die erforderlichen bekannten Größen, die Factoren, wenn aber nur zwey vorhanden, der Multiplicandus und Multiplicator;
die gesuchte unbekannte Größe das Produkt;

Bey einem Divisionsexempel
die erforderlichen bekannten Größen, der Dividendus und Divisor,
die gesuchte unbekannte Größe der Quotient genennet.

Eine jede Rechnungsart hat ihr besonderes Zeichen, durch welches bey der Anzeige die erforderlichen bekannten Größen verbunden sind. So ist das Zeichen

der Addition ein stehendes Kreuz +
der Subtraction ein Querstrich −
der Multiplication ein Punkt . oder auch wohl ein liegendes Kreuz ×
der Division ein Colon :
durch die Verbindung der erforderlichen bekannten mit der gefundenen unbekannten Größe einer jeden Rechnungsart entstehet eine Gleichung, diese Verbindung geschiehet durch das Zeichen der Gleichheit, welches = ist.

Man kann eine jede Rechnungsart allgemein vorstellen oder anzeigen. Diese Anzeige geschiehet gewöhnlich durch den Anfangsbuchstaben der denen erforderlichen bekannten und der gesuchten unbekannten Größe eigenen Namen. Ist der Name aber allgemein wie z. E. bey der Addition die erforderlichen bekannten Größen, zusammirende Größen benennet sind, so zeiget man diese durch

zwey oder mehrere willkührlich erwählte Buchstaben an. Wenn also allgemein

die zusummirende Größen = a + b
die Summa = S
der Minuendus = M
der Subtrahendus = S
die Differenz = D
der Multiplicandus = M
der Multiplicator = m
das Produkt = P
der Dividendus = D
der Divisor = d
der Quotient = Q genennet wird,

so entstehet durch die Verbindung der erforderlichen bekannten und gesuchten unbekannten Größen

der Addition die Gleichung a + b = S
der Subtraction – – M – S = D
der Multiplication – – M . m = P
der Division – – – D : d = Q

und alle diese Gleichungen stellen die vier Rechnungsarten allgemein vor.

Man kann auch beweisen, daß die durch jede Rechnungsart gefundene unbekannte Größe die wahre gesuchte ist. Diesen Beweiß nennet man die **Probe** der vier Rechnungsarten.

Zu dieser Probe wird gewöhnlich eine der gebrauchten entgegengesetzte Rechnungsart erwählet. Dieses geschiehet aber nur bey der Subtraction, Multiplication und Division, weil die Erfahrung gelehret, daß bey der Addition eine oft wiederholte Zusammenzählung der gegebenen zusummirenden Größen die kürzeste Probe ist.

Wenn also:

1) In einem Subtraktionsexempel

$$M - S = D$$

so muß $M = D + S$ seyn.

2) In einem Multiplicationsexempel

$$M \cdot m = P$$

so muß $M = P : m$ seyn.

3) In einem Divisionsexempel

$$D : d = Q$$

so muß $D = Q \cdot d$ seyn,

wenn man nämlich in allen erwählten Rechnungsarten die unbekannte Größe gehörig gefunden hat. Oder ohne Zeichen:

Nach geendigter Subtraction addiret man die gefundene unbekannt gewesene Differenz zu den Subtrahendus, so muß diese Summa gleich dem Minuendus seyn.

Nach vollendeter Multiplication dividiret man das erhaltene Produkt durch den Multiplicator, so muß dieser Quotient gleich dem Multiplicandus seyn.

Nach geendigter Division multipliciret man den Quotienten mit dem Divisor, so muß dieses Produkt gleich dem Dividendus seyn.

Diese Eigenschaften werden die gefundene unbekannt gewesene Größen haben, wenn, wie schon erwähnet, in der Berechnung sich kein Fehler eingeschlichen.

Durch die zu der allgemeinen Benennung der erforderlichen bekannten und gesuchten unbekannten Größe jeder Rechnungsart erwählten Anfangsbuchstaben des jeder Größe eigenen Namen tritt der Fall ein, daß ein Buchstabe mehr als eine Größe anzeiget, so kann z. E. S die Summa und Subtrahendus, M den Minuendus und Multiplicandus, D die Differenz und Dividendus vorstellen. Es wird aber hierdurch kein Zweifel entstehen, was für eine Größe der Buchstabe anzeiget, indem das Zeichen der Rechnungsart, mit welches die Größen verbunden, die Größe sehr leicht und deutlich bestimmt, welche durch den Buchstaben vorgestellet wird.

Clausberg erwähnet in seiner demonstrativen Rechenkunst S. 676. einer Probe durch die sogenannte Probezahl. Er zeiget ihre Entstehung, ihren Gebrauch bey denen vier Rechnungsarten und bey berechneten geometrischen Proportionsexempeln.

Ich habe mich in vielen zum Druck beförderten Anleitungen zum Rechnen umgesehen, bis jetzt aber habe ich nur in dem zu Leipzig vorigen Jahres gedruckten Entwurf der Lehre von denen vier Rechnungsarten von dieser Probe Erwähnung gefunden, wo ihr Gebrauch bey denen vier Rechnungsarten gezeiget wird.

Vielfältige angestellte Versuche lassen mich mit Gewißheit behaupten, daß diese Art sich von der Richtigkeit der geführten Rechnung zu überzeugen, denen gewöhnlichen Proben vorzuziehen ist, weil sie in vielen Fällen, z. E. in großen Multiplications- und Divisionsexempeln weit kürzer und doch eben so untrüglich als jene ist. Ich glaube also denen Rechnungsliebhabern einen Dienst zu

leisten, wenn ich diese Probe zu mehrern Gebrauch bekannt mache.

Ich werde also zuerst erklären, was unter dieser Probezahl verstanden wird, wie man sie von allen ganzen und gebrochenen, ohnbenamten und benamten Zahlen finden kann, und wie man sie überhaupt bey denen Berechnungen, von denen mich die selbst angestellten Versuche überzeuget, mit Nutzen gebrauchen kann.

Vielleicht bestätigen die von andern angestellte Versuche das Urtheil, der Gebrauch dieser Probezahl verdiene Nachahmung.

Holzminden 1789.

L. Schäffer.

§. 1.

Was verstehet man unter einer Probezahl und wie entsteht sie?

Probezahl nennet man den Rest, welcher nach geendigter Division einer jeden Zahl durch 11 übrig bleiben kann.

Sie entstehet also durch die Division mit 11.

Aus der Lehre der Division ist bekannt, daß der am Ende einer jeden Division sich zeigende Rest nie so gros seyn kann als der Divisor ist, sondern allemal kleiner seyn muß. Da nun hier die Probezahlen durch die Division mit 11 zum Rest entstehen, so können zwar nicht mehr als folgende 11 Probezahlen seyn, nehmlich

0, 1, 2 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10;

es werden aber auch diese von unendlich vielen Zahlen, deren Einheiten sehr verschieden sind, die Probezahlen seyn können.

§. 2.

Wie findet man diese Probezahlen von ganzen unbenamten Zahlen?

Man dividiret die gegebene Zahl durch 11, so gibt der gebliebene Rest die Probezahl.

Es würde aber oft mühsam seyn, durch jedesmalige Division mit 11 diese Probezahlen zu suchen. Man kann sich aber diese Arbeit erleichtern, wenn man

1) die Klassen der Zahlen von der rechten gegen die linke Hand durch die Benennungen ungerade und gerade Klassen unterscheidet.

Unter Klassen verstehet man hier die Zahlzeichen, aus welcher eine Zahl bestehet, so bestehet z. E. 987 aus drey Zahlzeichen, also auch aus drey Klassen.

Unter die ungeraden Klassen rechnet man von der rechten gegen die linke Hand die 1te, 3te, 5te also überhaupt alle Klassen, deren Benennung aus einer ungeraden Zahl bestehet. Unter die geraden Klassen gehören also alle Klassen, deren Benennungen aus einer geraden Zahl bestehen z. E. die 2te, 4te, 6te Klasse ꝛc. Man siehet hier also blos auf die Benennung der Stelle, welche die Zahl hat und nicht auf ihre Einheit.

2) Addiret man die Einheiten der ungeraden und geraden Klasse jede besonders.

3) Subtrahiret man die Summa der Einheiten der geraden Klassen von der Summa der Einheiten der ungeraden Klassen, so gibt diese Differenz die wahre Probezahl der gegebenen Zahlen.

Hieraus folget wieder, daß wenn eine Zahl nur aus einer Klasse bestehet, oder wenn sie zwar zwo Klassen hat, aber nur = 10 ist, diese einzelne Zahlen und 10 selbst die Probezahlen sind.

4) Wenn bey der Subtraction der Summa der Einheiten der geraden Klassen von der Summa der Einheiten der ungeraden Klassen der Fall eintritt, daß die Summa der Einheiten der geraden Klasse größer ist, als die Summa der Einheiten der ungeraden Klassen, mithin erstere von lezterer nicht subtrahiret werden kann; so addiret man allemal zu der Summa der Einheiten der ungeraden Klassen 11 und ziehet von dieser neuen Summa die Summa der Einheiten der geraden Klassen ab.

Einige Beyspiele werden diese Regeln von einer ohnbenamten Zahl die Probezahl zu finden, deutlicher machen. Es wäre also

die Probezahl von 18 = 7
denn die ungerade Klasse ist = 8
die gerade Klasse = 1
und 8 − 1 = 7.
Von 81 ist die Probezahl = 4.
denn die ungerade Klasse ist = 1
die gerade Klasse ist = 8
also 1 − 8 = 11 + 1 − 8 = 12 − 8 = 4

Hier konnte man die gerade Klasse von der ungeraden nicht abziehen, man muste also zu der ungeraden erst 11 addiren und von dieser Summa die gerade Klasse subtrahiren.

Ferner wäre von 427 die Probezahl = 9 denn die Summa der Einheiten der ungeraden Klassen ist 7 + 4 = 11; die gerade Klasse ist = 2, also 11 − 2 = 9.

Von 100 ist die Probezahl = 1
denn 0 + 1 − 0 = 1 − 0 = 1

Von 1000 ist die Probezahl = 10
denn 0 + 0) − (0 + 1 = 0 − 1 = 11 + 0 − 1 = 10

Hier wurde wieder zu der Summa der Einheiten der ungeraden Klasse 11 addiret.

Von 2397468 ist die Probezahl = 7
denn (8 + 4 + 9 + 2) − (6 + 7 + 3) = 23 − 16 = 7

Von 8746892 ist die Probezahl = 0
denn (2 + 8 + 4 + 8) − (9 + 6 + 7) = 22 − 22 = 0

Dividirte man die Zahlen, von welchen hier die Probezahlen angezeiget sind, durch 11; so wird allemal der Rest eben so groß seyn, wie die gefundene Probezahl ist.

§. 3.

Wie findet man die Probezahl von ohnbenamten Brüchen?

Die Brüche sind, wie bekannt, in Ansehung ihrer Zähler entweder ächt oder unächt, ausser diesen gibt es auch vermischte Brüche.

1) Bey ächten und unächten Brüchen suchet man die Probezahlen, wie bey ganzen Zahlen gelehret, sowohl von dem Zähler als dem Nenner, und setzet diese Probezahlen wieder Bruchweise unter einander. Es ist also

Von $\frac{3}{4}$ die Probezahl $= \frac{3}{4}$

Von $\frac{2}{9}\frac{7}{9}$ die Probezahl $= \frac{5}{0}$

denn die Probezahl des Zähler ist $7 - 2 = 5$

und des Nenners ist $9 - 9 = 0$

Von $\frac{4}{3}\frac{4}{7}$ ist die Probezahl $= \frac{0}{4}$

denn die Probezahl des Zähler ist $= 4 - 4 = 0$

und des Nenner ist $= 7 - 3 = 4$

Von $3\frac{7}{8}\frac{8}{9}$ ist die Probezahl $= 4$

denn die Probezahl des Zähler ist $8 + 3 - 7 = 11 - 7 = 4$

und des Nenner ist $9 - 8 = 1$

die Probezahl wäre also eigentlich hier $= \frac{4}{1}$, es ist aber $\frac{4}{1} = 4$.

2) Bey vermischten Brüchen sucht man die Probezahl von denen ganzen Zahlen und dem Bruch besonders betrachtet, beyde Probezahlen wieder als einen vermischten Bruch, und richtet selbigen ein, ist alsdann der Zähler und Nenner dieses eingerichteten Bruchs wieder größer als 10, so sucht man von beyden wie zuvor die Probezahl, z. E.

Von $27\frac{1}{1}\frac{5}{9}$ ist die Probezahl $= \frac{0}{8}$

denn von 27 ist die Probezahl $7 - 2 = 5$

und von $\frac{1}{1}\frac{5}{9}$ ist die Probezahl $= \frac{5}{9} - \frac{1}{1} = \frac{4}{8}$

es ist aber $5\frac{4}{8} = \frac{4}{8}\frac{4}{8} = \frac{4}{8} - \frac{4}{8} = \frac{0}{8}$

Ferner von $7\frac{2}{3}$ ist die Probezahl $= \frac{1}{3}$

denn $7\frac{2}{3} = \frac{2}{7}\frac{3}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{7} = \frac{1}{3}$

§. 4.

Wie überzeuget man sich bey der Subtraction Multiplication und Division ohnbenamter ganzen Zahlen durch den Gebrauch der Probezahl, daß die gefundene unbekannte Größe die wahre gesuchte sey?

1) Bey der Subtraction sucht man

a) die Probezahl des Minuendus
— — — des Subtrahendus
— — — der gefundenen Differenz

b) Subtrahiret man die Probezahl des Subtrahendus von der Probezahl des Minuendus, so muß diese Differenz der Probezahlen gleich seyn der Probezahl der zuerst gefundenen Differenz.

Wenn also z. E.

$$89473 - 73682 = 15791$$

so ist die Probezahl des

Minuendus $89473 = (3 + 4 + 8) - (7 + 9) =$
$15 - 16 = 11 + 15 - 16 = 26 - 16 = 10$

Subtrahendus $73682 = (2 + 6 + 7) - (8 + 3) =$
$15 - 11 = 4$

der gefundenen Differenz $15791 = (1 + 7 + 1) -$
$(9 + 5) = 9 - 14 = 11 + 9 - 14 = 20 - 14 = 6$

Subtrahiret man nun die Probezahl des Subtrahendus von der Probezahl des Minuendus, so ist hier $10 =$
$4 = 6 =$ der Probezahl der zuvor gefundenen Differenz.

2) Bey der Multiplication sucht man

a) Die Probezahl des Multiplicandus
— — — des Multiplicator
— — — des gefundenen Produkts

b) Multipliciret man die Probezahlen beyder Factoren, so muß das Produkt dieser Probezahlen gleich seyn der Probezahl des zuvorgefundenen Produkts. Wenn also z. E.

2493 . 723 = 1802439

so ist die Probezahl

des Multiplicandus 2493 = (3 + 4) − (9 + 2) = 7 − 11 = 11 + 7 − 11 = 18 − 11 = 7

des Multiplicator 723 = (3 + 7) − 2 = 10 − 2 = 8

des gefundenen Produkts 1802439 = (9 + 4 + 0 + 1) − (3 + 2 + 8) = 14 − 13 = 1

des Produkt der Probezahlen beyder Factoren 7 . 8 = 56 = 6 − 5 = 1 = der Probezahl des zuvor gefundenen Produkts.

3) Bey der Division sucht man

a) Die Probezahl des Dividendus
— — — des Divisor
— — — des gefundenen Quotienten
— — — des gebliebenen Restes.

b) Multiplicirt man die Probezahl des Divisor mit der Probezahl des Quotienten, und addiret zu dieses Produkt die Probezahl des gebliebenen Restes, so muß diese Summa = seyn der Probezahl des Dividendus z. E. es wäre

der Dividendus = 3987463298
der Divisor = 5743297
der erhaltene Quotient = 694
der übrig gebliebene Rest = 1615180

so ist die Probezahl

des Dividendus = (8 + 2 + 6 + 7 + 9) − (9 + 3 + 4 + 8 + 3) = 32 − 27 = 5.

des Divisor = (7 + 2 + 4 + 5) − (9 + 3 + 7) =
18 − 19 = 11 + 18 − 19 = 29 − 19 = 10
des Quotienten = (4 + 6) − (9) = 10 − 9 = 1.
des gebliebenen Restes = (0 + 1 + 1 + 1) − (8 + 5 + 6)
= 3 − 19 = 3 − 8 = 11 + 3 − 8 = 14 − 8 = 6.

Multiplicirt man nun die Probezahlen des Divisor und Quotienten, so ist das Produkt 10 . 1 = 10.

Addiret man ferner zu dieses Produkt die Probezahl des gebliebenen Restes, so ist die Summa 10 + 6 = 16 = 6 − 1 = 5 = der Probezahl des Dividendus.

§. 5.

Wie findet und gebraucht man die Probezahl bey benamten Zahlen?

Bestehet die benamte Größe nur aus einer Benennung, so bleibt die Probezahl ihrer Einheiten auch die ihr eigene Probezahl und man gibt dieser nur eben den Namen, welchen die Größe hat. Es ist also z. E.

Von 324 Thaler die Probezahl = 5 Thaler, denn 4 + 3 − 2 = 7 − 2 = 5 und der Name ist hier Thaler.

Hingegen von 17 ggl. ist die Probezahl = 6 ggl. denn 7 − 1 = 6 und der Name ist hier Gutegroschen.

Ferner von 11 pf. ist die Probezahl = 0 pf. denn 1 − 1 = 0 und der Name ist hier Pfennig.

Bestehet aber die benamte Größe aus verschiedenen Benennungen, z. E. aus Thaler, Gutegroschen, Pfennig; oder Gulden, Stüver, Pfennig; oder Mark, Schilling, Pfennig; oder Pfund, Loth, Quentin ꝛc. so bestimmt man, die Probezahl der gegebenen Größen in die kleinste vorhandene Benennung, also hier bey denen erwähnten Münzen in Pfennige, bey dem Gewicht in Quentin.

Diese Bestimmung erfordert nun jedesmahl die Resolution der gegebenen Größen in die vorhandene kleinste Benennung. Dieses geschiehet wie bekannt, wenn man die Einheiten jeder Benennung mit der Einheit, aus welcher in der folgenden Benennung eine Einheit der erstern bestehet, multipliciret, und zu diesem Produkt die vorhandene gleichnamigte Einheiten addiret. Hier aber multipliciret man nur die Probezahl der Einheiten jeder Benennung mit der Probezahl der zu der folgenden geringern Benennung gehörigen Einheiten, addiret zu dieses Produkt die vorhandene gleichnamigte Einheiten, sucht von dieser Summa wieder die Probezahl, verwandelt selbige in die folgende geringere Benennung und setzet dieses Verfahren so lange fort, bis man die Probezahl der kleinsten Benennung erhalten. Man nennet alsdann die zuletzt erhaltene Probezahl der vorhandenen kleinsten Benennung die Probezahl der gegebenen ganzen Größe.

Wolte man also z. E. von einer Anzahl Thaler, Gutegroschen und Pfennig die Probezahl bestimmen, so multipliciret man

die Probezahl der Thaler mit 2, so gibt dieses Produkt Gutegroschen, weil 1 Thaler = 24 ggl. und von 24 ggl. die Probezahl 4 − 2 = 2 ggl. ist.

Zu diese erhaltene Gutegroschen addiret man die vorhandene Gutegroschen, sucht von dieser Summa die Probezahl, multipliciret selbige mit 1, so gibt dieses Produkt Pfennige, weil 1 ggl. = 12 pf. und von 12 pf. die Probezahl 2 − 1 = 1 pf. ist.

Zu diese erhaltene Pfennige werden die vorhandene Pfennige addiret, von dieser Summa die Probezahl gesucht, so gibt diese die Probezahl der ganzen gegebenen Größe in Pfennige.

Bestünde die gegebene Größe hingegen aus Thaler, Mariengroschen und Pfennig; so multipliciret man die Probezahl der Thaler mit 3, so gibt dieses Produkt Mariengroschen, weil 1 Thaler = 36 mgl und von 36 mgl. die Probezahl 6 – 3 = 3 mgl. ist Die Probezahl der Mariengroschen mit 8 multiplicirt gibt zum Produkt Pfennige, weil 1 mgl. = 8 pf. und von 8 pf. die Probezahl = 8 pf. ist.

Bestehet die gegebene Größe aus Mark, Schilling, Pfennig, so gibt

Die Probezahl der Mark mit 5 multipliciret zum Produkt Schilling, weil 1 Mark = 16 ß und von 16 ß die Probezahl 6 – 1 = 5 ß ist.

Die Probezahl der Schillinge mit 1 multipliciret zum Produkt Pfennige, weil 1 ß = 12 pf. und von 12 pf. die Probezahl 2 – 1 = 1 pf. ist.

Bestehet die gegebene Größe aus Gulden, Stüver, Pfennig, so gibt

Die Probezahl der Gulden durch die Multiplication mit 9 zum Produkt Stüver, weil 1 Gulden = 20 Stüver und von 20 Stüver die Probezahl 0 + 11 – 2 = 11 – 2 = 9 Stüver ist.

Die Probezahl der Stüver mit 5 multipliciret zum Produkt Pfennige, weil 1 Stüver = 16 pf. und von 16 pf. die Probezahl 6 – 1 = 5 pf. ist.

Bestehet die gegebene Größe aus Pfunde, Loth und Quentin; so gibt

Die Probezahl der Pfunde mit 10 multipliciret zum Produkt Lothe, weil 1 Pfund = 32 Loth und von 32 Loth die Probezahl 2 – 3 = 11 + 2 – 3 = 13 – 3 = 10 Loth ist.

Die Probezahl der Lothe mit 4 multipliciret gibt zum Produkt Quentin, weil 1 Loth = 4 Quentin und von 4 Quentin die Probezahl 4 ist.

Auf jetzt gezeigte Art bestimmt man nun allemahl sowohl bey der Subtraction, Multiplication, Division, Reduction, Resolution benamter Brüche die Probezahl in der kleinsten gegebenen Benennung und wenn diese gefunden, so wird

1) Bey einem Subtractionsexempel

Die Probezahl des Subtrahendus von der Probezahl des Minuendus subtrahiret, so muß diese Differenz gleich seyn der Probezahl der zuvor berechneten Differenz, z. E. es wäre

der Minuendus = 346 Rthlr. 18 ggl. 6 pf.
der Subtrahendus = 92 = 22 = 9 =

so ist die erhaltene Differenz = 253 Rthlr. 19 ggl. 9 pf.

So ist die Probezahl des Minuendus = 1 pf. denn

Von 346 Rthlr. ist die Probezahl = 6 + 3 − 4 = 9 − 4 = 5 Rthlr. diese geben 5 . 2 = 10 ggl. Man addiret zu selbige obige 18 ggl. so ist die Summa 10 + 18 = 28 ggl.

Von 28 ggl. ist die Probezahl = 8 − 2 = 6 ggl. diese mit 1 multipliciret geben 6 . 1 = 6 pf. zu diese 6 pf. obige 6 pf. addiret geben 6 + 6 = 12 pf. von welchen 2 − 1 = 1 pf. die Probezahl ist.

Die Probezahl des Subtrahendus ist = 6 pf.

denn von 92 Rthlr. ist die Probezahl 2 − 9 = 11 + 2 − 9 = 13 − 9 = 4 Rthlr.; diese geben 4 . 2 = 8 ggl.; zu welche obige 22 ggl. addiret 8 + 22 = 30 ggl. sind.

Von 30 ggl. ist die Probezahl 0 − 3 = 11 + 0 − 3 = 8 ggl.; diese sind 8 . 1 = 8 pf.; zu diese obige 9 pf. addiret geben 8 + 9 = 17 pf.

Von 17 pf. ist die Probezahl 7 − 1 = 6 pf.

Die Probezahl der Differenz ist = 6 pf.

denn von 253 Rthlr. ist die Probezahl 3 + 2 − 5 = 5 − 5 = 0 Rthlr. Diese geben 0 . 2 = 0 ggl.; zu diese obige 19 ggl. addiret sind 0 + 19 = 19 ggl.

Von 19 ggl. ist die Probezahl = 9 − 1 = 8 ggl. diese geben 8 . 1 = 8 pf. zu diese addiret man obige 9 pf. so ist 8 + 9 = 17 pf. von welchen 7 − 1 = 6 pf. die Probezahl ist.

Die Differenz der Probezahlen des Minuendi und Subtrahendi ist = 6 pf.

denn die Probezahl des Minuendus war = 1
des Subtrahendus = 6
also 1 − 6 = 11 + 1 − 6 = 12 − 6 = 6, also = der Probezahl ersterer Differenz.

Anmerkung. Sollte der Fall sich eräugnen, daß ein Minuendus und Subtrahendus nicht von einerley Benennungen sind; so muß man allemahl die Größe, es sey Minuendus oder Subtrahendus, in die der andern eigenen kleinsten Benennung verwandeln. Z. E. es wäre

der Minuendus	=	68 Rthlr.
der Subtrahendus	=	24 Rthlr. 17 ggl. 7 pf.
die gefundene Differenz	=	43 Rthlr. 6 ggl. 5 pf.

So ist die Probezahl des Minuendus = 4 pf.

denn von 68 Rthlr. ist die Probezahl 8 − 6 = 2 Rthlr. weil aber der Subtrahendus und die gefundene Differenz

auch aus Pfennigen bestehen, so verwandelt man diese 2 Rthlr. auch in Pfennige. Es sind also 2 Rthlr. = 2 . 2 = 4 ggl. = 4 . 1 = 4 pf.

Die Probezahl des Subtrahendus ist = 6 pf.

denn von 24 Rthlr. ist die Probezahl 4 − 2 = 2 Rthlr. = 2 . 2 = 4 ggl.

ferner von 4 + 17 = 21 ggl. ist die Probezahl 1 − 2 = 11 + 1 − 2 = 12 − 2 = 10 ggl. = 10 . 1 = 10 pf.

und von 10 + 7 = 17 pf. ist die Probezahl 7 − 1 = 6 pf.

Die Probezahl der Differenz ist = 9 pf.

denn von 43 Rthlr. ist die Probezahl 3 − 4 = 3 + 11 − 4 = 14 − 4 = 10 Rthlr. = 10 . 2 = 20 ggl.

Ferner von 20 + 6 = 26 ggl. ist die Probezahl 6 − 2 = 4 ggl. = 4 . 1 = 4 pf.

Endlich ist von 4 + 5 = 9 pf. die Probezahl = 9 pf.

Die Differenz der Probezahlen des Minuendus und Subtrahendus ist = 9 pf.

denn die Probezahl des Minuendus war = 4 pf.
des Subtrahendus = 6 pf.
also 4 − 6 = 11 + 4 − 6 = 15 − 6 = 9 pf. = der Probezahl der erstern Differenz.

2. Bey einem Multiplicationsexempel.

Die Probezahl des benamten Factor mit der Probezahl des ohnbenamten Factor multipliciret, so muß das Product dieser Probezahlen gleich seyn der Probezahl des gefundenen Produkts z. E. es wäre

Der Multiplicandus = 16 Rthlr. 8 ggl. 4 pf.
der Multiplicator = 17
also das erhaltene Produkt = 277 Rthlr. 21 ggl. 8 pf.
So ist

Die Probezahl des Multiplicandus = 0 pf.

Denn von 16 Rthlr. ist die Probezahl = 6 − 1 = 5 Rthlr. = 5 . 2 = 10 ggl.

Ferner von 10 + 8 = 18 ggl. ist die Probezahl = 8 − 1 = 7 ggl. = 7 . 1 = 7 pf.
und von 7 + 4 = 11 pf. ist die Probezahl = 1 − 1 = 0 pf.

Die Probezahl des Multiplicator ist = 6
denn von 17 ist die Probezahl 7 − 1 = 6.

Die Probezahl des erhaltenen Produkts ist = 0 pf.

Denn von 277 Rthlr. ist die Probezahl = 7 + 2 − 7 = 9 − 7 = 2 Rthlr. = 2 . 2 = 4 ggl.

Ferner von 21 + 4 = 25 ggl. ist die Probezahl 5 − 2 = 3 ggl. = 3 . 1 = 3 pf.
Und von 8 + 3 = 11 pf. ist die Probezahl 1 − 1 = 0 pf.

Das Produkt der Probezahlen beyder Factoren ist auch = 0

Denn die Probezahl des Multiplicandus war = 0 pf.
des Multiplicator = 6
und 6 . 0 = 0 pf.

3. Bey einem Divisionsexempel.

Wird die Probezahl des gefundenen Quotienten mit der Probezahl des ohnbenamten Divisor multipliciret, so muß dieses Produkt der Probezahl des benamten Dividendus gleich seyn. Z. E.

es wäre der Dividendus = 98 Rthlr. 15 ggl. 8 pf.
der Divisor = 16
so ist der Quotient = 6 Rthlr. 3 ggl. $11\frac{3}{4}$ pf.
und

Die Probezahl des Dividendus wäre = 10 pf.
denn von 98 Rthlr. ist die Probezahl = 8 + 11 − 9 = 19 − 9 = 10 Rthlr. = 10 . 2 = 20 ggl.

Ferner von 20 + 15 = 35 ggl. ist die Probezahl = 5 − 3 = 2 ggl. = 2 . 1 = 2 pf.

Ferner von 8 + 2 = 10 pf. ist die Probezahl = 10 pf.

Die Probezahl des Divisor ist = 5.
denn von 16 ist die Probezahl = 6 − 1 = 5.

Die Probezahl des Quotienten ist = 2 pf.
denn von 6 Rthlr. ist die Probezahl = 6 Rthlr. = 6 . 2 = 12 ggl. = 2 − 1 = 1 ggl.

Ferner von 12 + 3 = 15 ggl. ist die Probezahl = 5 − 1 = 4 ggl. = 4 . 1 = 4 pf.

Und von $4 + 11\frac{3}{4} = 15\frac{3}{4}$ pf. ist die Probezahl $4\frac{3}{4}$ pf. = $-1\frac{9}{4}$ pf. = $\frac{9-1}{4} = \frac{8}{4}$ pf. = 2 pf.

Das Produkt der Probezahlen des Divisor und Quotienten ist = 10 pf.
denn die Probezahl des Divisor war = 5 pf.
des Quotienten = 2 pf.
also 5 . 2 = 10 pf. = der Probezahl des Dividendus.

4) Bey der Reduction benamter ganzer Zahlen.

Sucht man die Probezahlen

a) der zu der Reduction gegebenen,

b) der durch diese Reduction erhaltenen Größen;

es müssen alsdenn beyder Probezahlen einander gleich seyn. Wenn also z. E.

die zu der Reduction gegebene Größe = 98347 pf. die durch die Reduction erhaltene Größe = 341 Rthlr. 11 ggl. 7 pf. so sucht man

die Probezahl von 98347 pf. und findet solche = 7 pf. denn $(7+3+9)-(4+8) = 19-12 = 7$ pf.

Ferner sucht man die Probezahl von 341 Rthlr. 11 ggl. 7 pf. und findet solche ebenfals = 7 pf.

Denn von 341 Rthlr. ist die Probezahl $= 1+3-4 = 4-4 = 0$ Rthlr. $= 0 \cdot 2 = 0$ ggl.

Ferner von $0+11$ ggl. $= 11$ ggl. ist die Probezahl $1-1 = 0$ ggl. $= 0 \cdot 1 = 0$ pf.

Und von $0+7 = 7$ pf. ist die Probezahl = 7 pf.

5) Bey der Resolution benamter ganzen Zahlen.

Sucht man ebenfals die Probezahlen

a) der zu der Resolution gegebenen
b) der durch selbige erhaltenen Größe; so müssen beyder Probezahlen einander gleich seyn.

Wäre also z. E.

die zu der Resolution gegebene Größe = 26 Rthlr. 17 ggl. 9 pf.

die durch die Resolution erhaltene Größe = 7701 pf.

so suchet man die Probezahl von 26 Rthlr. 17 ggl. 9 pf. und findet selbige = 1 pf.

denn von 26 Rthlr. ist die Probezahl $= 6-2 = 4$ Rthlr. $= 4 \cdot 2 = 8$ ggl.

Ferner von $8 + 17 = 25$ ggl. ist die Probezahl $= 5 - 2$ $= 3$ ggl. $= 3 \cdot 1 = 3$ pf.

Und von $3 + 9 = 12$ pf. ist die Probezahl $= 2 - 1$ $= 1$ pf.

Die Probezahl von 77011 pf. ist ebenfals $= 1$ pf. denn $(1 + 7) - (0 + 7) = 8 - 7 = 1$ pf.

6) Bey der Resolution eines benamten Bruchs.

Sucht man

a) die Probezahl des zu der Resolution gegebenen Bruchs, gibt dieser Probezahl den Namen, welchen der Bruch hat, und verwandelt alsdenn diese Probezahl in die kleinste Benennung, welche der durch die Resolution erhaltenen Größe eigen.

b) Die Probezahl der durch die Resolution erhaltenen Größe, so muß diese Probezahl der erstern gleich seyn. Wenn also z. E.

der zu der Resolution gegebene Bruch $= \frac{3}{2}\frac{2}{4}\frac{4}{7}\frac{7}{-}$ Rthlr. also die durch die Resolution erhaltene Größe $= 115$ Rthlr. 23 ggl. $1\frac{5}{7}$ pf.

so sucht man

die Probezahl von $\frac{3}{2}\frac{2}{4}\frac{4}{7}\frac{7}{-}$ Rthlr. und findet selbige $= \frac{2}{3}$ pf. denn von $\frac{3}{2}\frac{2}{4}\frac{4}{7}\frac{7}{-}$ Rthlr. ist die Probezahl $= \frac{(7+2)}{8} - \frac{(4+3)}{2}$ $= \frac{9}{-}\frac{-}{6}\frac{7}{-} = \frac{2}{6}$ Rthlr. $= \frac{1}{3}$ Rthlr.

weil aber durch die Resolution auch gute Groschen und Pfennige entstanden, so verwandelt man auch hier die erhaltene Probezahl in Pfennige und wird $\frac{1}{3}$ Rthlr. $= \frac{1}{3} \cdot 2$ $= \frac{2}{3}$ ggl. $= \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}$ pf.

Ferner sucht man die Probezahl von 115 Rthlr. 23 ggl. $1\frac{5}{7}$ pf. und findet solche ebenfals $= \frac{2}{3}$ pf.

denn von 115 Rthlr. ist die Probezahl $= 5 + 1 - 1 =$ $6 - 1 = 5$ Rthlr. $= 5 . 2 = 10$ ggl.

Von $10 + 23 = 33$ ggl. ist die Probezahl $= 3 - 3 =$ 0 ggl. $= 0 . 1 = 0$ pf.

Von $0 + 1\frac{5}{7} = 0 + \frac{1}{-}\frac{2}{7} = \frac{1}{-}\frac{2}{7}$ pf. ist die Probezahl $= \frac{2}{-}\frac{-}{7}\frac{1}{-} = \frac{1}{7}$ pf.

Es muß aber nach der Voraussetzung, daß kein Fehler in der Resolution sich eingeschlichen, die Probezahl des gegebenen Bruchs der Probezahl des resolvirten Bruchs gleich seyn, also $\frac{2}{3}$ pf. $= \frac{1}{7}$ pf. seyn.

Daß nun $\frac{2}{3}$ pf. $=$ $\frac{1}{7}$ pf. beweiset

weil $\frac{2}{3,7} = \frac{1}{7,3}$

oder $\frac{1}{2}\frac{4}{1} = \frac{3}{2}\frac{}{1}$

und $\frac{}{1}\frac{}{1}\frac{4}{1}\frac{-}{-}\frac{1}{2} = \frac{}{1}\frac{}{1}\frac{3}{1}\frac{-}{-}\frac{}{2}$

also $\frac{}{1}\frac{}{2}\frac{3}{-}\frac{}{2} = \frac{}{1}\frac{}{2}\frac{3}{-}\frac{}{2}$

folglich $\frac{3}{1}\frac{}{0} = \frac{3}{1}\frac{}{0}$

Anmerkung. Bekommt man also zu den Probezahlen zwey Brüche, die einander gleich seyn sollen, so muß man, um sich von ihrer Gleichheit zu überzeugen, jedes Bruchs Zähler und Nenner mit dem Nenner des andern Bruchs multipliciren. Alle Probezahlen also, welche Brüche sind, werden auch als Brüche behandelt, man kann sie verkleinern und auch vergleichen.

§. 6.

Wie gebraucht man die Probezahlen bey berechneten geometrischen Proportionsexempeln?

Ich setze hier zum Voraus, daß man zu der Bestimmung der unbekannten Größe den Aufsatz nach der Kette erwählet, und die unbekannte Größe mit einem der letzten Buchstaben des kleinen lateinischen Alphabets z. E. mit x bezeichnet hat. Es sind also alsdenn alle Glieder, welche unter x stehen, Factoren des Divisor, und alle Glieder, welche gegen x über stehen, Factoren des Dividendus, weil der Werth von x durch die Division des Produkts letzterer Factoren durch das Produkt ersterer Factoren gefunden, es ist also x = dem Quotienten, des als Divisionsexempel betrachteten Aufsatzes der Berechnung.

Alle Divisionsexempel sind aber = einem Bruch, dessen Zähler = Dividendus, und dessen Nenner = Divisor ist, man kann also auch den Aufsatz nach der Kette als einen Bruch betrachten, dessen Zähler aus denen Factoren des Dividendus, und dessen Nenner aus denen Factoren des Divisor bestehet, und alsdenn ist der vorige Quotient oder x = der Größe, welche man durch die Resolution des als benamten Bruch betrachteten Divisionsexempel erhalten, und hierauf gründet sich nun der Gebrauch der Probezahlen.

Man suchet nämlich nach gefundenen Werth von x,

1) die Probezahl des Produkts aller Factoren oder Glieder, aus welchen in dem Aufsatz der Dividendus bestehet

2) die Probezahl des Produkts aller Factoren oder Glieder, aus welchen in dem Aufsatz der Divisor bestehet.

3) Setzet man die von beyden erhaltenen Probezahlen, wieder bruchweise, und gibt diesen Bruch den Namen welchen x hat. Sollte der Fall eintreten, daß die

Probezahl der Factoren des Divisor = 1 ist, so setzet man auch diese 1 zum Nenner unter die Probezahl der Factoren des Dividenbus. Ist aber auch diese = 1, also der Bruch = $\frac{1}{1}$, so ist die Probezahl dieses Bruchs = 1.

4) Verwandelt man diesen erhaltenen Bruch in die kleineste Benennung, welche der Quotient oder der gefundene Werth von x hat.

5) Sucht man auch die Probezahl des erhaltenen Quotienten, so muß diese ersterer Probezahl gleich seyn.

Anmerkung. Hat man bey der Bestimmung des Werthes von x etwa die Glieder verkleinert, so muß man bey der Bestimmung der Probezahl allemal die Glieder in der Größe nehmen, welche sie vor der Verkleinerung hatten, wenn etwa auch bey dieser Verkleinerung ein Fehler begangen wäre.

Ein Beyspiel mag hinreichend seyn, auch hier den Gebrauch der Probezahl zu zeigen.

Aufgabe.

Wenn in Hamburg ein Pfund Netto mit 29 Grot Vlamsbanco im Einkauf bezahlet worden, was kosten 100 ℔ braunschw. Netto im Verkauf in braunschweigischer Münze;

wenn der Gewinn 20 pro Cent beträgt,
wenn 1 mk. Banco = 32 Grot vlämsch Banco,
wenn 1 mk. Banco = 11 ggl. 7 pf. od. 139 pf. braunsch.
wenn 1 ℔ hamburg. = 10080 holländische As,
wenn 1 ℔ braunschw. = 9716|holländische As?

Aufsatz und Berechnung.

x Rthlr. braun. Verk.	=	℔ braun. Netto	100
1 ℔ braunsch. Netto	=	holländ. As	9716
10080 holländ. As	=	℔ hamb. Netto	1
1 ℔ hamburg. Netto	=	Grot vl. B. Eink.	29
32 Grot vl. Bnc. Eink.	=	pf. braun. Eink.	139
12 pf. braunsch. Eink.	=	ggl. braun. Eink.	1
24 ggl. braunsch. Eink.	=	Rthlr. br. Eink.	1
100 Rthlr. braun. Eink.	=	Rthlr. br. Verk.	120

x = 50 Rthlr. 14 ggl. $2\frac{2}{6}\frac{5}{7}\frac{9}{2}$ pf.

Verwandelt man nun die Glieder dieses Aufsatzes in einen Bruch, so sind die Factoren

des Zähler = $\frac{100 \cdot 9716 \cdot 29 \cdot 139 \cdot 120}{}$

des Nenner = $100 \cdot 24 \cdot 12 \cdot 32 \cdot 10080$

die Probezahl dieses Bruchs ist = $\frac{7}{3}$ Rthlr.

denn von dem Produkte der Factoren des Zähler ist solche = $1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 10 = 21 \cdot 70 = 10 \cdot 4 = 40 = 11 - 4 = 7$,

und von dem Produkte der Factoren des Nenner ist solche = $1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 4 = 2 \cdot 40 = 80 = 11 - 8 = 3$.

Da der Name der Probezahl dieses Bruchs Thaler ist, weil x den Namen Thaler hat, so verwandelt man $\frac{7}{3}$ Rthlr. in Pfennige, welches die kleineste Benennung des von x bestimmten Werthes ist; es wird also

$\frac{7}{3}$ Rthlr. = $\frac{7 \cdot 2}{3} = \frac{14}{3} = \frac{4 - 1}{3} = \frac{3}{3}$ ggl. = 1 ggl. = $1 \cdot 1 = 1$ pf.

Sucht man nun ferner die Probezahl von 50 Rthlr. 14 ggl. $2\frac{2}{6}\frac{5}{7}\frac{9}{2}$ pf. so ist solche auch = 1 pf.

denn von 50 Rthlr. ist die Probezahl = $0 + 11 - 5 =$ 6 Rthlr. $= 6 \cdot 2 = 12$ ggl.

Ferner von $12 + 14 = 26$ ggl. ist die Probezahl $6 - 2 = 4$ ggl. $= 4 \cdot 1 = 4$ pf.

Und von $4 + 2\frac{2}{6}\frac{5}{7}\frac{9}{2}$ pf. $= 6\frac{2}{6}\frac{5}{7}\frac{9}{2}$ pf. ist die Probezahl $6\frac{6}{1} = 1\frac{2}{1} = \frac{1}{1} = 1$ pf.

§. 7.

Wie gebraucht man die Probezahl bey gefundenen Potenzen und Wurzeln?

1) Bey gefundenen Potenzen suchet man die Probezahl des Factor oder Wurzel, welche zu einer Potenz erhoben worden, und erhebet diese Probezahl zu eben der verlangten Potenz.

Ferner sucht man die Probezahl von der gefundenen Potenz, so muß diese Probezahl der ersteren gleich seyn, z. E. daß

$(59)^3 = 205379$, beweiset, weil die Probezahl von $59 = 9 - 5 = 4$; also die Probezahl von $(59)^3 = 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 = 11 + 4 - 6 = 15 - 6 = 9$ ist.

Ferner von 205379 ebenfals die Probezahl $= 9$ ist, denn

$(9 + 3 + 0) - (7 + 5 + 2) = 12 - 14 = 12 + 11 - 14 = 23 - 14 = 9$.

2) Bey gefundenen Wurzeln suchet man die Probezahl von der Größe, aus welcher die Wurzel gezogen; desgleichen auch die Probezahl von der gefundenen Wurzel und erhebet letztere Probezahl wieder zu eben der Potenz, aus welcher zuvor die Wurzel gezogen.

Ist nach bestimmter Wurzel ein Rest geblieben, so sucht man auch von diesem die Probezahl, addiret solche zu der erhaltenen Potenz der Probezahl; so muß diese

Summa = der Probezahl der Größe seyn, aus welcher die Wurzel gezogen, z. E. wenn man aus 983476 die Quadratwurzel gezogen, so ist die erhaltene Quadratwurzel = 991 und zum Rest bleibt 1395. Hier sucht man also

die Probezahl von der erhaltenen Wurzel 991, diese ist = 1 + 9 − 9 = 10 − 9 = 1. Man quadrirt solche, weil sie die Probezahl einer Quadratwurzel ist, es wird alsdenn 1 . 1 = 1.

Zu diesem Quadrat welches = 1, wird die Probezahl des gebliebenen Restes 1395 addiret, da nun die Probezahl von 1395 = (5 + 3) − (9 + 1) = 8 − 10 = 8 + 11 − 10 = 19 − 10 = 9, so ist die Summa von 9 + 1 = 10 = der Probezahl, welche der Größe, aus welcher die Quadratwurzel gezogen, eigen seyn muß, wenn bey Bestimmung dieser Wurzel kein Fehler begangen.

Sucht man nun die Probezahl von der gegebenen Größe, aus welcher die Quadratwurzel gezogen, so ist von 983476 die Probezahl = (6 + 4 + 8) − (7 + 3 + 9) = 18 − 19 = 11 + 18 − 19 = 29 − 19 = 10, also eben so groß, wie die zuvor gefundene Probezahl.

Ferner da aus 98374582 die Cubikwurzel = 461 und zum Rest 402401 geblieben,

so ist die Probezahl von der gefundenen Cubikwurzel 461 = 1 + 4 − 6 = 5 − 6 = 11 + 5 − 6 = 16 − 6 = 10, diese Probezahl cubirt ist = 10^3 = 10 . 10 . 10 = 1000, von welcher die Probezahl = (0 + 0) − (1 + 0) = 0 − 1 = 11 + 0 − 1 = 10 ist.

Von dem gebliebenen Rest 402401 ist die Probezahl $(1+4+0)-(0+2+4)=5-6=11+5-6=16-6=10$, addiret man diese Probezahl des gebliebenen Restes, zu der Probezahl der cubirten Wurzel, so muß $10+10=20=0-2=11+0-2=11-2=9$ = der Probezahl der Größe seyn, aus welcher die Cubikwurzel gezogen.

Daß nun die Probezahl von $98374582=9$; beweiset, weil $(2+5+7+8)-(8+4+3+9)=22-24=11+22-24=33-24=9$ ist.

Anmerkung. Hat man bey entstandenen Rest die Ausziehung der Wurzel fortgesetzet, und also die Wurzel des gebliebenen Restes in Decimaltheile bestimmt, so betrachtet man dem ohnerachtet die gefundene Wurzel, welche alsdenn ein unächter Decimalbruch ist, als eine ganze Zahl, sucht von selbiger sowohl, als dem zuletzt gebliebenen Rest die Probezahlen, und addiret beyder Probezahlen, wie zuvor gezeiget.

Der Größe aber, aus welcher die Wurzel gezogen, hänget man eben so viel Nullen an, als bey der Ausziehung der Wurzel gebraucht sind, und suchet aus der durch diese angehängte Nullen vergrößerten Größe die Probezahl, so muß diese der erstern gleich seyn, z. E. da aus 397486 die Cubikwurzel 73,5 und der gebliebene Rest 420625 ist; so sucht man hier nicht von 73, 5: sondern von 735 die Probezahl, welche $=5+7-3=12-3=9$; diese cubiret, ist $=9^3=9\cdot 9\cdot 9=729=9+7-2=16-2=14=4-1=3$.

Die Probezahl des gebliebenen Restes 420625 ist $=(5+6+2)-(2+0+4)=13-6=7$.

Ferner ist die Summa von $3+7=10$ und eben so groß muß nun die Probezahl von der zuvor gegebenen Größe 397486 seyn. Man sucht aber hier nicht von 397486 sondern von 397486000 die Probezahl, weil bey der Bestimmung der Wurzel, dem Reste drey Nullen angehänget werden. Daß nun von 397486000 die Probezahl = 10 beweiset, weil

$(0+0+8+7+3)-(0+6+4+9)=18-19$
$=11+18-19=29-19=10$ ist.

§. 8.

Wenn man den nach geendigter Division gebliebenen Rest durch fortgesetzte Division in einen Decimalbruch verwandelt und dem Quotienten beygefüget hat, so kann man auch hier sich von der Richtigkeit der Berechnung durch den Gebrauch der Probezahl überzeugen.

Die Bestimmung und Gebrauch der Probezahl in Absicht des Quotienten und gebliebenen Restes ist das Verfahren völlig der §. 4. bey der Division gezeigten Art gleich, außer daß man auch hier, wie im vorhergehenden §pho gelehret, den Quotienten nicht als einen unächten Decimalbruch, sondern als eine ganze Zahl betrachtet, und den Dividendus durch eben so viel angehängte Nullen vergrößert, als zu der Bestimmung des Restes in Decimaltheile gebraucht sind, z. E. es wäre

der Dividendus = 348
der Divisor = 17
der erhaltene Quotient = 20,470588.
der gebliebene Rest = 4

so sucht man hier also nicht von dem Quotienten 20,470588, sondern von 20470588 die Probezahl, welche = (8+5+7+0) − (8+0+4+2) = 20−14 = 6. Diese mit der Probezahl des Divisors, welche = 7 − 1 = 6 multipliciret, gibt zum Produkt 6 . 6 = 36, von welcher die Probezahl 6 − 3 = 3 ist. Zu diese wird die Probezahl des Restes 4, welche = 4 ist, addiret, so ist die Summa 3 + 4 = 7 = der Probezahl des gegebenen Dividendus, welcher aber nicht als 348, sondern als 348000000 betrachtet wird, weil der Werth des zuerst gebliebenen Restes durch angehängte sechs Nullen auch in sechs Decimalstellen bestimmt ist. Daß nun die Probezahl des durch angehängte sechs Nullen vergrößerten Dividendus, also von 348000000 die Probezahl = 7 ist, beweiset, weil

(0+0+0+8+3) − (0+0+0+4) = 11 − 4 = 7 ist.

Auf gleiche Weise verfährt man auch, wenn man einen ordinairen Bruch in einen Decimalbruch ohne Nenner verwandelt hat, und sich von der Richtigkeit des Verfahrens durch den Gebrauch der Probezahlen überzeugen will. Man betrachtet nämlich den erhaltenen Decimalbruch als einen Quotienten, multipliciret dessen Probezahl mit der Probezahl des Divisor, addiret zu dieses Produkt die Probezahl des gebliebenen Restes, so muß diese Summa = seyn der Probezahl des gegebenen Bruchs Zähler als Dividendus betrachtet, wenn selbigen zuvor eben so viele Nullen als bey der Division gebraucht sind, angehänget worden, daß also z. E. $\frac{3}{4}$ = 0,75 beweiset, weil von 0,75, welche als 75 betrachtet wird, die Probezahl = 5 − 7 = 11 + 5 − 7 = 16 − 7 = 9; das Produkt von 9 . 4 = 36 und von 36 die Probezahl = 6 − 3 = 3 und eben

so groß ist, als die Probezahl des Dividendus 3, welche, weil zu der Bestimmung des Decimalbruches zwey Nullen gebraucht sind, als 300 betrachtet werden; denn von 300 ist die Probezahl auch = 0 + 3 − 0 = 3.

Man kann aber der Vermehrung des Dividendus durch eben erwähnter Nullen überhoben seyn, wenn man nur den Quotienten oder Decimalbruch allemal durch eine gerade Anzahl Klassen bestimmt, denn alsdann fallen in der Bestimmung der Probezahl des Zähler oder Dividendus aus denen geraden und ungeraden Klassen gleichviele Nullen weg, und bleibet allein die gegebene Zahl des Zählers übrig, von welcher nur die Probezahl gesucht wird. Z. E.

Man hätte $\frac{8}{7}\frac{9}{4}\frac{5}{}$ in den unächten Decimalbruch 12,09459 verwandelt und der zuletzt gebliebene Rest wäre = 34,

so ist von 12,09459 die Probezahl = 9

denn (9 + 4 + 0 + 1) − (5 + 9 + 2) = 14 − 16 = 11 + 14 − 16 = 25 − 16 = 9

Von 74 ist die Probezahl = 4 − 7 = 11 + 4 − 7 = 15 − 7 = 8.

Von 34 ist die Probezahl = 4 − 3 = 1.

also ist 9 . 8 = 72 = 2 − 7 = 11 + 2 − 7 = 13 − 7 = 6 und 6 + 1 = 7 = der Probezahl des Zähler des gegebenen Bruchs, welcher aber hier nicht als 895 sondern als 89500000 betrachtet wird, weil der gebliebene Rest durch fünf Decimal Stellen ausgedruckt ist. Daß nun die Probezahl von 89500000 = 7; beweiset, weil (0 + 0 + 0 + 9) − (0 + 0 + 5 + 8) = 9 − 13 = 11 + 9 − 13 = 20 − 13 = 7 ist.

Hätte man aber die Verwandelung des gegebenen Bruchs $\frac{8}{7}\frac{9}{4}\frac{5}{}$ noch fortgesetzet und durch sechs Decimal Stellen bestimmt, so wäre der erhaltene Quotient oder Decimalbruch = 12,094594 und der gebliebene Rest = 44.

Da nun die Probezahl von 12,094594 = (4 + 5 + 9 + 2) − (9 + 4 + 1) = 20 − 14 = 6

Ferner von 74 die Probezahl = 4 + 11 − 7 = 15 − 7 = 8

und von 44 die Probezahl = 4 − 4 = 0 so ist 6 . 8 = 48 = 8 − 4 = 4 = 4 + 0 = 4 = der Probezahl des gegebenen Bruchs Zähler, welche = 5 + 8 − 9 = 13 − 9 = 4 ist.

Hier fället also die Vergrößerung des Dividendus durch angehängte Nullen weg, weil wenn solches auch geschehen, in den geraden und ungeraden Klassen des Dividendus gleichviel Nullen vorhanden sind, wie solches aus beygesetzter Anzeige der Probezahl des durch angehängte sechs Nullen vergrößerten Dividendus zu sehen. Es ist also auch von 895000000 die Probezahl = 4 denn

(0 + 0 + 0 + 5 + 8) − (0 + 0 + 0 + 9) = 13 − 9 = 4.

Verbesserungen.

Seite	Zeile	
6	15	ließ algemeine
12	12	l. 8 — 1 = 7.
.	14	l. 1. = 0
.	16	l. 10 — 1 = 9
13	12	l. — 583222
18	21	l. 4839 . 72
.	22	l. 8 . 9
.	.	l. 4839 . 8
19	2	l. 70 + 2
.	3	l. 338730 + 9678
.	4	l. 348408
23	22	l. 2, denn 8
24	8	l. 2 . 40
.	10	l. 36 statt 26
28	24	l. + statt ×
29	22	l. + statt ×
30	20	l. + .. + .. + ..
31	9	l. + $28\frac{1}{2}$
.	10	l. + .. + ..
36	19	l. : 9
48	12	l. deren Summa durch 3 theilbar und deren letzte Zahl rechter Hand eine gerade Zahl ist; z. E. 1254, 1452, 4152 . . . welche durch 3 theilbar und bey allen ist die letzte Zahl gerade.
50	30	l. 4, 3, 5
52	15	l. und unter diesen das Prod . . .
57	2	l. $\frac{2}{3}$ statt $\frac{1}{3}$. Z. 3 l. $\frac{1}{12}$ statt $\frac{1}{8}$
59	1	l. $\frac{9}{20}$ st. $\frac{8}{20}$

Seite Zeile

60 13 l. 8): st. $\frac{3}{4}$):

68 10 ließ $\frac{3}{64}$ st. $\frac{3}{67}$

„ 14 l. + $\frac{7}{71}$ st. = $\frac{7}{71}$

70 23 l. weil vor das Comma Gantze stehen z. E. $\frac{172}{15} = 17,2$. Im dritten Fall wird solcher wieder ein ächter Decimalbruch, weil kein Gantzes vorhanden; . . .

71 22 l. Decimal Stellen

„ 29 l. 307432, 00743, 8 m

73 15 l. 19, 375

„ 17 l. 155 | 19, 375 / 8

75 74 l. Decimal Stellen

76 12 l. um st. nun

„ 16 l. 1, 333333 st. 1, 33333 und 3999999 st. 3000000

80 3 l. und st. um

86 30 l. so muß der Quotient = dem andern Factor seyn. Dividiret man also das Produkt durch den Multiplicator, so mus der Quotient = Multiplicandus ꝛc.

88 28 l. 8217

90 5 l. Gantzen = 12 — 3 = 9.

91 2 l. 2 — 2 = 0

„ 14 l. 4 + 9 + 2 + 6 + 8 + 3

92 5 l. die Probezahl des Probukts

93 27 l. oder 3 Mgl.

„ 28 l. oder = 36 Mgl.

96 17 l. von 32 Thlr = 10. 2 = 20 = 9 Sgr.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Gründlicher Unterricht zur praktischen Rechenkunst für angehende Kaufleute

Leipzig 1790

Math.p. 616
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083035-6
VD18 9024804